Lokalizace v týmu robotů

Miroslav Kulich

Intelligent and Mobile Robotics Group
Gerstner Laboratory for Intelligent Decision Making and Control
Czech Technical University in Prague

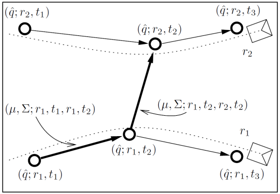
28/02/2014

Lokalizace v týmu robotů

- Každý se lokalizuje samostatně
- Odhad maximální věrohodnosti (maximum likelihood estimation)
- Částicový filtr
- Rozšířený Kalmanův filtr

- Mluvíme o lokalizaci, tj. mapa prostředí je známa.
- Existují i metody SLAM pro tým robotů, ale těmi se zabývat nebudeme.

Odhad maximální věrohodnosti



Vstup:

- Množina měření: $O = \{o\}$, kde $o = (\mu, \Sigma, r_a, t_a, r_b, t_b)$, μ je změřená pozice robotu r_b v čase t_b relativně k robotu t_a v čase t_a.
  - Odometrie: $o = (\mu, \Sigma, r_a, t_a, r_a, t_b)$
  - Měření: $o = (\mu, \Sigma, r_a, t_a, r_a, t_b)$

Výstup:

- Množina odhadů pozic: $H = \{h\}$, kde $h = (\hat{q}, r, t)$, $\hat{q}$ je odhad pozice robotu r v čase t.

[Howard, Mataric, Sukhatme *Localization for mobile robot teams using maximum likelihood estimation*, IROS 2002]

Odhad maximální věrohodnosti

- Chceme nalézt množinu pozic H, která maximalizuje pp. množiny měření O, tj. maximalizuje $P(O|H)$.
- Předpokládáme, že měření jsou nezávislá:

$$P(O|H) = \prod_{o \in O} P(o|H)$$

- Po logaritmování **minimalizujeme**:

$$U(O|H) = \sum_{o \in O} U(o|H),$$

  kde $U(O|H) = -\log P(O|H)$ a $U(o|H) = -\log P(o|H)$
- Předpokládáme normální rozložení pro nejistotu měření:

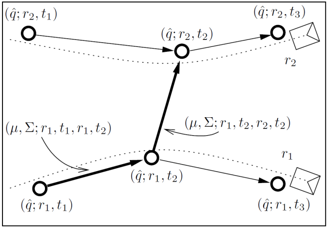
$$U(o|H) = \frac{1}{2}(\mu - \hat{\mu})^T \Sigma (\mu - \hat{\mu})$$

- Model pohybu: $\hat{\mu} = \Gamma(\hat{q}_a, \hat{q}_b)$
- Minimalizace standardními numerickými technikami (gradientní, steepest descent)

Odhad maximální věrohodnosti

Praktické poznámky

- Dimenze problému roste lineárně s H a každý krok optimalizačního procesu roste lineárně s O.
- Pro snížení složitosti aplikujeme:
  - Neuvažujeme stará měření.
  - Vyřadíme podobná měření.
  - Omezíme frekvenci, s kterou jsou generovány pozice.



Částicový filtr

- Rozšíření standardního částicového filtru.
- Integrace *detekce* - jeden robot „vidí“ druhý.
- Naivní přístup: stavový prostor zahrnuje pozice všech robotů:

$$x_t = x_t^1 \times x_t^2 \ldots x_t^N$$

- Dimenze roste lineárně s počtem robotů a počet distribucí x_t pak exponenciálně.
- Faktorizace:

$$p(x_t^1, x_t^2, \ldots, x_t^N | d^{(t)}) = p(x_t^1 | d^{(t)}) \cdot p(x_t^2 | d^{(t)}) \cdot \ldots \cdot p(x_t^N | d^{(t)})$$

- Každý robot si udržuje pouze svou vlastní pozici a pouze pokud robot detekuje jiný robot, dochází k výměně informací.
- Je to pouze aproximace, pozice robotů nejsou nezávislé!

[Fox et al. *A probabilistic approach to collaborative multi-robot localization*, Autonomous robots, 2000]

Částicový filtr

- Předpokládáme následující data:
  - Odometrie - integrace pohybu

$$Bel(x_t^n) = \int p(x_t^n | x_{t-1}^n, u_t^n) Bel(x_{t-1}^n)$$

  - Senzorické měření

$$Bel(x_t^n) = p(z | x_t^n) Bel(x_t^n)$$

  - Detekce jednoho robotu druhým

Částicový filtr

Odvození vztahu pro detekci

- Robot R_n detekuje měřením r_t^m robot R_m.

$$\begin{aligned} Bel(x_t^n) &= p(x_t^n|d_{(t)}^n) \\ &= p(x_t^n|d_{(t-1)}^n)p(x_t^n|d_t^m) \\ &= p(x_t^n|d_{(t-1)}^n)\int p(x_t^n|x_t^m, r_t^m)p(x_t^m|d_{(t-1)}^m) \end{aligned}$$

- Což vede k následujícímu vztahu:

$$Bel(x_t^n) = Bel(x_{t-1}^n)\int p(x_t^n|x_t^m, r_t^m)Bel(x_t^m)dx_t^m$$

- Aktualizace pozice m-tého robotu se provede symetricky.

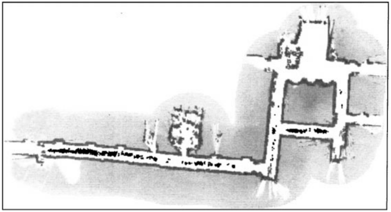
Částicový filtr

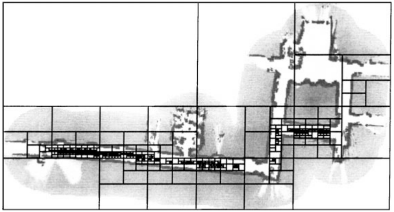
Implementace

- Rozšíření částicového filtru pro více robotů není přímočaré – neumíme násobit dvě množiny vzorků ve vztahu

$$Bel(x_t^n) = Bel(x_{t-1}^n) \int p(x_t^n | x_t^m, r_t^m) Bel(x_t^m) dx_t^m$$

- Idea: transformace množiny vzorků pro m do tzv. stromu hustot (*density tree*):
  - Rekurzivní dělení prostoru podle nejdelší dimenze.
  - Hustota uzlu (listu) je suma vah vzorků dělená objemem uzlu.
  - Váha každého vzorku pro R_n je násobena hustotami.





zdroj: `http://probabilisticrobotics.org`

Částicový filtr

Problémy

- Frekvence detekce je vysoká $\rightsquigarrow$ jedna detekce se integruje hodně krát.
- Je nutná identifikace robotů.
- False-positive detekce - roboty se „vidí“ relativně málo, pak i malé procento false-positive hraje velkou roli.
- Pouze pozitivní informace - negativní informace lze obecně zahrnout, ale je to výpočetně náročné.
- Zpožděná integrace - pokud je velká nejistota v určení pozice obou robotů, pak lze s integrací detekce počkat. Je ale nutno udržovat informaci o všech akcích a měřeních.

Rozšířený Kalmanův filtr

- Konfigurace i-tého robotu $X_i = (x_i, y_i, \theta_i)$
- Chceme odhadovat stav

$$X = (X_1, X_2, \ldots, X_N)$$

- Kovarianční matice:

$$\Sigma = \begin{pmatrix} \Sigma_{11} & \Sigma_{12} & \ldots & \Sigma_{1N} \\ \Sigma_{21} & \Sigma_{22} & \ldots & \Sigma_{2N} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ \Sigma_{N1} & \Sigma_{N2} & \ldots & \Sigma_{NN} \end{pmatrix}$$

[Martinelli, Pont, Siegwart, *Multi-Robot Localization Using Relative Observations*, ICRA 2005]

Rozšířený Kalmanův filtr

Korekce (integrace měření)
$K = \Sigma H^T (H \Sigma H^T + Q)^{-1}$
$\mu = \mu + K(z - h(\mu))$
$\Sigma = (E - KH)\Sigma$

- Funkce detekce (i-tý robot „vidí“ j-tý)

$$z = h(X_i, X_j) + w$$

- Jakobián H:

$$H = (0, \dots, 0, H_i, 0, \dots, 0, H_j, 0, \dots, 0),$$

- z toho

$$\begin{aligned}
H \Sigma H^T + Q &= H_i \Sigma_{ii} H_i^T + H_i \Sigma_{ij} H_j^T + H_j \Sigma_{ji} H_i^T + H_j \Sigma_{jj} H_j^T + Q = P_{zz} \\
\mu_l &= \mu_l + (\Sigma_{li} H_i^T + \Sigma_{lj} H_j^T) P_{zz}^{-1} (z - h(\mu_i, \mu_j)) \\
\Sigma_{lf} &= \Sigma_{lf} - (\Sigma_{li} H_i^T + \Sigma_{lj} H_j^T) P_{zz}^{-1} (H_i \Sigma_{if} + H_j \Sigma_{jf})
\end{aligned}$$

Rozšířený Kalmanův filtr

- Vzdálenost:

$$
\begin{aligned}
h_d(X_i, Y_i) &= \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2} \\
H_i^d &= \left(\frac{-\Delta x}{\sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}}, \frac{-\Delta y}{\sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}}, 0 \right) \\
H_j^d &= \left(\frac{\Delta x}{\sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}}, \frac{\Delta y}{\sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}}, 0 \right)
\end{aligned}
$$

- Relativní směr:

$$
\begin{aligned}
h_b(X_i, Y_i) &= \arctan \left(\frac{-\sin\theta_i \Delta x + \cos\theta_i \Delta y}{\cos\theta_i \Delta x + \sin\theta_i \Delta y} \right) \\
H_i^b &= \left(\frac{\Delta y}{\Delta x^2 + \Delta y^2}, \frac{-\Delta x}{\Delta x^2 + \Delta y^2}, -1 \right) \\
H_j^b &= \left(\frac{-\Delta y}{\Delta x^2 + \Delta y^2}, \frac{\Delta x}{\Delta x^2 + \Delta y^2}, 0 \right)
\end{aligned}
$$

Rozšířený Kalmanův filtr

- Relativní orientace:

$$\begin{aligned} h_o(X_i, Y_i) &= \theta_j - \theta_i \\ H_i^o &= (0, 0, -1) \\ H_j^o &= (0, 0, 1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta x &= x_j - x_i \\ \Delta y &= y_j - y_i \end{aligned}$$