# Lokalizace v mobilní robotice

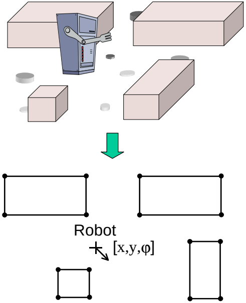
Miroslav Kulich

Intelligent and Mobile Robotics Group
Gerstner Laboratory for Intelligent Decision Making and Control
Czech Technical University in Prague

28/02/2014

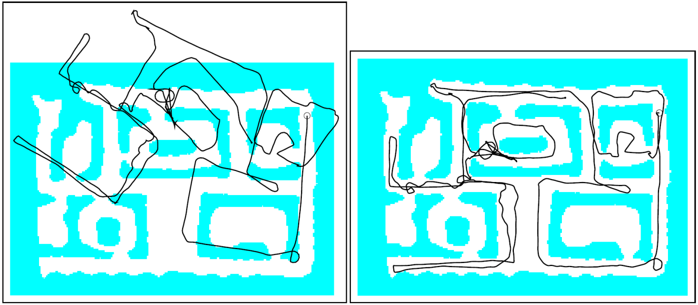
# Lokalizace

- Lokalizace je problém určení pozice robotu
  - relativně vzhledem k počáteční pozici robotu
  - v daném systému souřadnic (ve známé mapě)
- Pozice je uvažována včetně natočení! tj. $(x, y, \phi)$, příp. $(x, y, z, roll, pitch, yaw)$



# Proč je lokalizace těžká?

- Polohu nelze měřit žádným senzorem => pozice je vypočtena ze senzorických dat
- Ale senzory jsou nepřesné!
- Příkazy jsou prováděny nepřesně
- Jedno senzorické měření k určení polohy nestačí



zdroj: http://probabilisticrobotics.org

# Taxonomie

- Lokální (kontinuální, „position tracking“)
  - Počáteční pozice je známa
  - Korekce odometrických chyb
  - Omezená chyba
  - Unimodální distribuce (Gausian)
- Globální (absolutní, „lost robot problem“)
  - Počáteční pozice není známa
  - Neomezená chyba
  - Unimodální distribuce nestačí
- Unesený robot („kidnapped robot problem“)
  - Detekce a oprava chyby
  - Vhodné pro testování

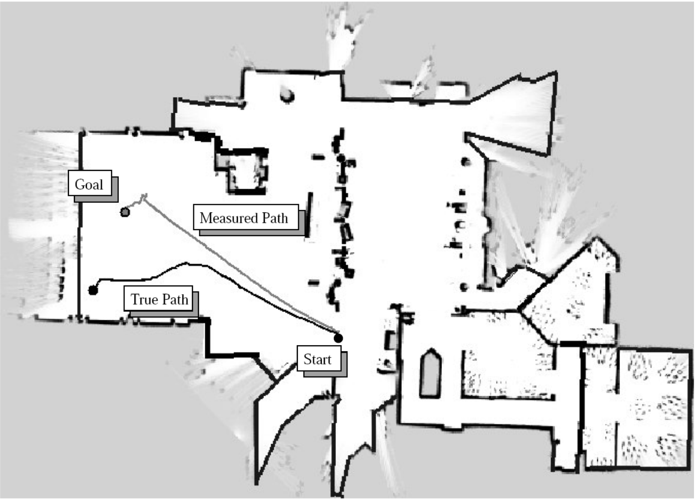
# Taxonomie

- Statické prostředí
  - Robot je jediné, co se pohybuje
  - Pozive robotu je jediná proměnná „Hezké matematické“ vlastnosti
- Dynamické prostředí
  - Objekty a/nebo jiné roboty se pohybují
  - Objekty: lidé, světlo (pro kamery), dveře, ...
  - Dva přístup řešení
    - Pohyb objektů lze modelovat => tvoří část stavového popisu úlohy
    - Data o pohyblivých objektech jsou filtrována

# Taxonomie

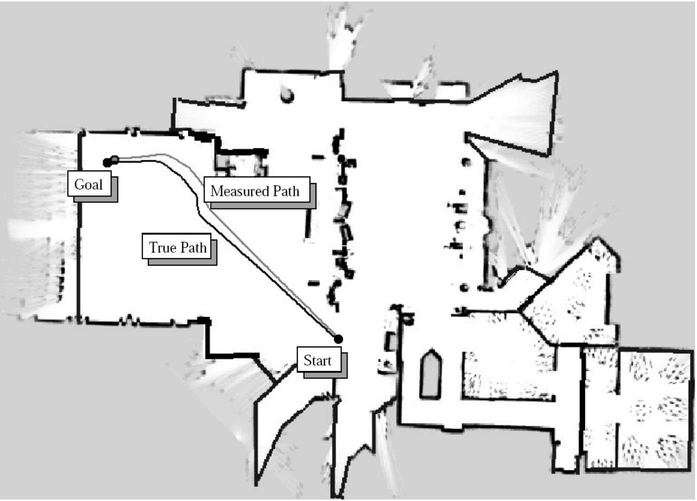
- Pasivní lokalizace
  - Lokalizační modul pouze sleduje, co se děje - nemá vliv na řízení robotu
  - Lokalizace je vedlejší produkt jiné úlohy
- Aktivní lokalizace
  - Robot je řízen za účelem lepšího určení polohy
  - Dává lepší výsledky ...
  - ... ale ne vždy jde použít
  - Střídání cílů: chvíli se lokalizuje, chvíli se řeší primární úloha
  - Cíl se generuje jako kompromis

# Pasivní lokalizace




zdroj: `http://probabilisticrobotics.org`

# Aktivní lokalizace



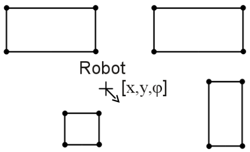

zdroj: `http://probabilisticrobotics.org`

# Taxonomie

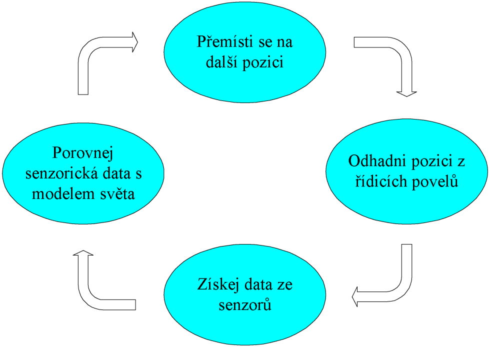
- Jeden robot
  - Klasický problém
  - Není nutná žádná komunikace, vše v jednom
- Více robotů
  - Každý robot se lokalizuje samostatně (tváří se, že ostatní neexistují)
  - Ale pokud jsou roboty schopny se navzájem detekovat, je to lepší
  - Lokalizace sebe sama v mapě druhého robotu Znám svoji polohu, polohu druhého robotu a naši relativní pozici => optimalizace („gumičky“)

# My se budeme zabývat

- Terestriální robot pohybující se na rovné horizontální ploše (2D)
- Snímána je jen jedna rovina prostředí
- Většina objektů je statická a detekovatelná senzory
- Používáme senzory měřící vzdálenost
- Pasivní lokalizace
- Jeden robot
- Lokální, globální i nakopnutý robot

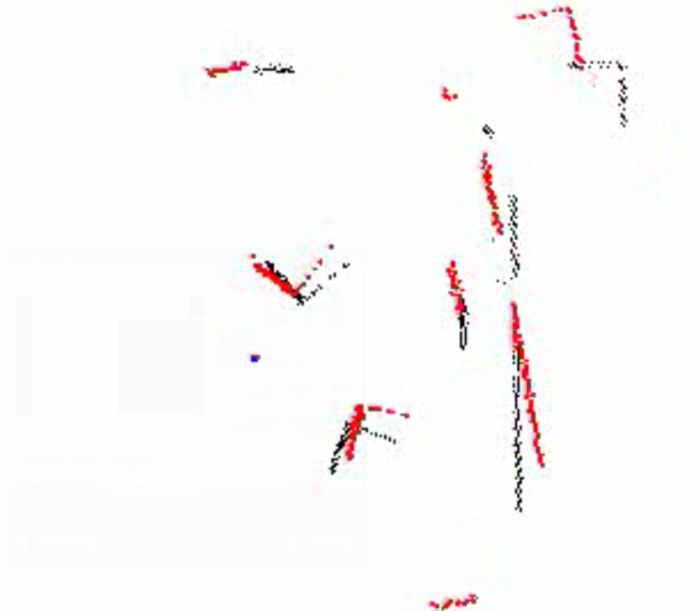


# Kontinuální lokalizace



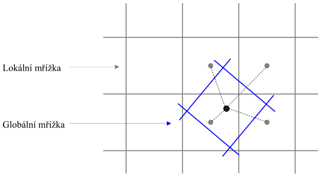

- Poloha se hledá pouze v nejbližším okolí odhadnuté pozice
- Vyžaduje se vyšší přesnost
- Vstup: lokální a globální mapa (scan)
- Výstup: transformace minimalizující míru nesouladu map

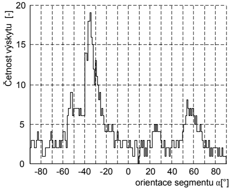
# Ukázka

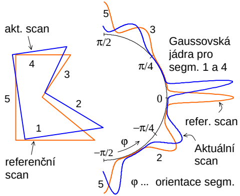


# Kontinuální lokalizace

- Existuje spousta metod lišících se datovou reprezentací map (scanů)
- Vždy se však jedná o optimalizaci vzhledem k danému kritériu nesouladu map
- Metody:
  - Lokalizace na mřížkách
  - Histogramy
  - Lokalizace s geometrickými primitivy (point-to-line, line-to-line, Houghova transformace)



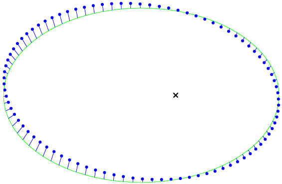



# Iterative Closest Point (ICP)

(Lu, Milios)

- Iterativní
  - aktuální scan se proloží lomenou čarou
  - naleznou se korespondující body (nejmenší vzdálenost)
  - spočítá se transformace metodou nejmenších čtverců

$$E_{dist}(T_x, T_y, \omega) = \sum_{i}^{n} |R_\omega P + T - P'|$$



- Má analytické řešení

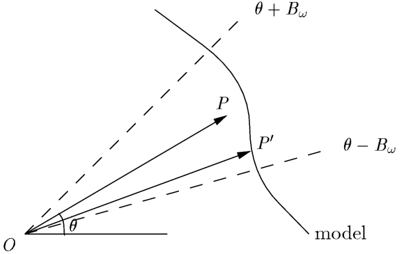
$$\begin{aligned}
T_x &= \bar{x'} - (\bar{x}\cos(\bar{\omega} - \bar{y}\sin(\bar{\omega}) \\
T_y &= \bar{y'} - (\bar{x}\sin(\bar{\omega} + \bar{y}\cos(\bar{\omega}) \\
\bar{\omega} &= \arctan \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})(y'_i - \bar{y'}) - \sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})(x'_i - \bar{x'})}{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})(y'_i - \bar{y'}) + \sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})(x'_i - \bar{x'})}
\end{aligned}$$

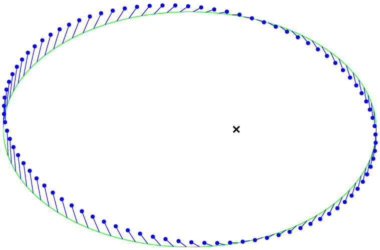
- Konverguje pomalu, špatné v rotační složce

# Iterative Matching Range Point (IMRP)

(Lu, Milios)

- Postup stejný jako u ICP, pouze jiné pravidlo korespondence
- Předpokládáme, že posunutí je nulové $=>$ $|P| \approx |P'|$ a $\tilde{\phi}phi + \omega$
- Velikost okolí pro hledání korespondencí se postupně zmenšuje
- Zpočátku pomalejší konvergence než u ICP, ale pak rychlejší
- IMRP se snaží chybu posunutí řešit otočením $=>$ nestabilita



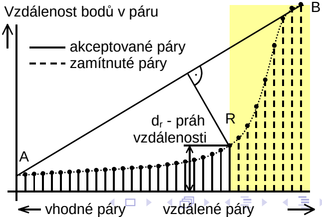



# Iterative Dual Correspondence (IDC)

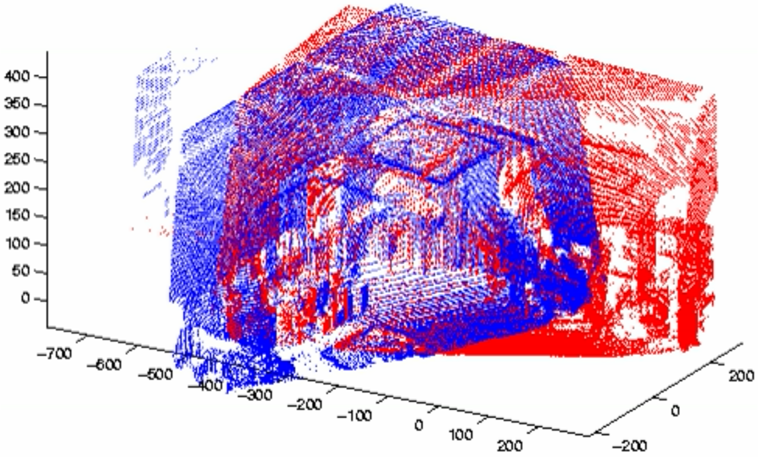
(Lu, Milios)

- Kombinace obou pravidel: posunutí z ICP, otočení z IMRP
- Algoritmus
  - Pro každý bod $P_i$ z aktuálního scanu:
    - Použij pravidlo nejbližšího bodu pro nalezení korespondujícího bodu $P'$
    - Použij pravidlo MRP pro nalezení korespondujícího bodu $P''$
    - Spočítej metodou nejmenších čtverců $(\omega_1, T_1)$ z korespondencí $(P, P')$
    - Spočítej metodou nejmenších čtverců $(\omega_2, T_2)$ z korespondencí $(P, P'')$
    - Hledaná korespondence je $(\omega_2, T_1)$
  - Přechozí kroky opakuj, dokud postup nekonverguje

Vylepšení: Po nalezení párů se z následující optimalizace vyloučí odlehlé bodové páry

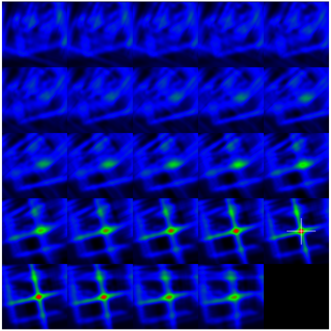


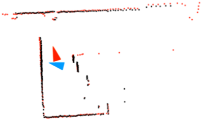
# Lokalizace ve 3D



# Correlative Scan Matching
(Edwin B. Olson)

- Hodnotící funkce je typicky velmi komplikovaná s množstvím lokálních minim.
- Počáteční odhad pozice (odometrie) může být velmi nepřesný.
- ICP nalézá pouze lokální optimum
- Vstup: dva scany
- Cíl: určit globální optimum

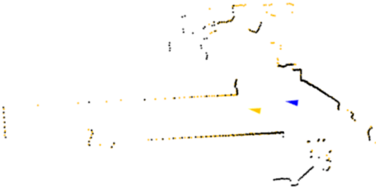




# Correlative Scan Matching

## Tvorba vyhledávací tabulky

- Pro každý bod v mapě se spočítá pravděpodobnost, že odpovídá měření referenčního scanu.



# Correlative Scan Matching

## Algoritmus

- Brutální síla
  - Pro každou pozici scanu (včetně orientace) se spočítá korelace.
  - Vybere se pozice s největší korelací .
- Výpočet 2D řezů
  - Spoustu času se tráví transformací scanu.
  - Idea: otočení se provede ve vnější smyčce, v ostatních se již jen posouvá.

# Correlative Scan Matching

## Algoritmus

- Více-úrovnové vyhledávání
  - Dvě vyhledávací tabulky: s nízkým (NVT) a vysokým (VVT) rozlišením.
  - Hodnota bunky v NVT je maximem odpovídajících buněk VVT.
  - To zajištuje, že hodnota NVT je nejméně tak velká jako ve VVT.
  - Algoritmus
    - Spočítej korespondence pro NVT.
    - Najdi nejlepší buňku $NVT_B$ v NVT, která dosud nebyla zpracována.
    - Pokud její hodnota je menší, než nejlepší dosud nalezená skonči.
    - Najdi buňku s nejlepší hodnotou v VVT, která odpovídá $NVT_B$
    - Pokud je nalezená hodnota lepší než aktuální maximum, nastav maximum na tuto hodnotu.

# Correlative Scan Matching

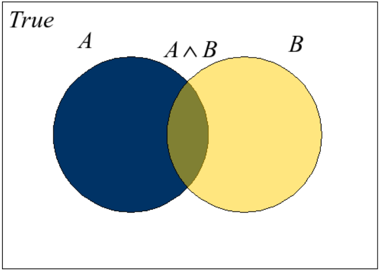
## Výsledky

PC: Intel Core2 6600 @ 2.4 Ghz

| | ICP | ICL | Hill-Climb | Correlative (Naive) | Correlative (2D Slices) | Correlative (Multi-Res) | Correlative (GPU 7600GS) | Correlative (GPU GTX260) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0.5 m, 20 deg | 56 ms | 64 ms | 1.1 ms | 246 ms | 27 ms | 8.4 ms | 98 ms | 26 ms |
| 2.0 m, 40 deg | 99 ms | 105 ms | 1.3 ms | 7512 ms | 692 ms | 20.8 ms | 1563 ms | 289 ms |
| 4.0 m, 90 deg | 145 ms | 174 ms | 1.0 ms | 65282 ms | 5029 ms | 86.1 ms | 13166 ms | 2012 ms |

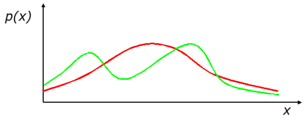
# Lehký úvod do teorie pravděpodobnosti

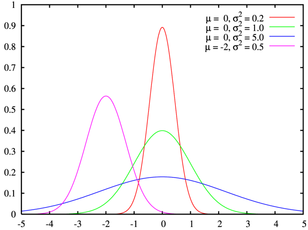
- Idea: explicitní reprezentace nejistoty pomocí kalkulu teorie pravděpodobnosti
- p(X=x) pravděpodobnost, že náhodná proměnná $X$ nabývá hodnoty $x$
- $0 \leq p(x) \leq 1$
- $p(true) = 1$, $p(false) = 0$
- $p(A \vee B) = p(A) + p(B) - p(A \wedge B)$



# Diskrétní a spojitá náhodná veličina

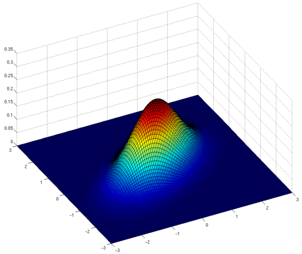
- **Diskrétní**: $X$ je spočetná, tj. $X = x_1, x_2, \ldots, x_n$
- **Spojitá**: $X$ nabývá nespočetně mnoha hodnot (z intervalu)
- $p$ se nazývá hustota pravděpodobnosti
- Různá rozložení
- Nejznámější: Normální (Gausián)
- $p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$

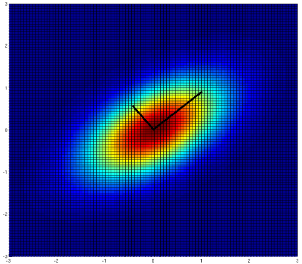


# Vícerozměrné normální rozložení

$$p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi|\Sigma|}} e^{-\frac{1}{2}(x-\mu)^T \Sigma^{-1}(x-\mu)}$$





- Vlastní čísla a vlastní vektory kovarianční matice definují elipsy.

# Sdružená a podmíněná pravděpodobnost

- $p(X = x \text{ a } Y = y) = p(x, y)$
- Pokud $X$ and $Y$ jsou nezávislé, potom

$$p(x, y) = p(x)p(y)$$

- $p(x|y)$ je pravděpodobnost $x$ za předpokladu $y$

$$p(x|y) = p(x, y)/p(y)$$

$$p(x, y) = p(x|y)/p(y)$$

- Pokud $X$ a $Y$ jsou nezávislé, potom

$$p(x|y) = p(x)$$

# Teorém úplné pravděpodobnosti

## Diskrétní případ

$$\sum_x p(x) = 1$$

$$p(x) = \sum_y p(x, y)$$

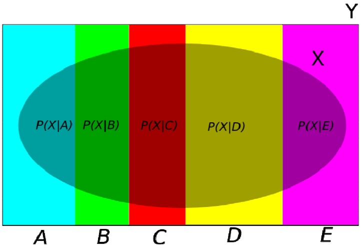
$$p(x) = \sum_y p(x|y)p(y)$$

## Spojitý případ

$$\int_x p(x)dx = 1$$

$$p(x) = \int_y p(x, y)dy$$

$$p(x) = \int_y p(x|y)p(y)dy$$



# Bayesův vzorec

$$p(x, y) = p(x|y)p(y) = p(y|x)p(x)$$

$$\Rightarrow$$

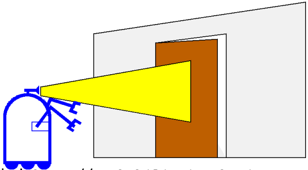
$$\boxed{p(x|y) = \frac{p(y|x)p(x)}{p(y)} = \frac{\mathit{likelihood} \cdot \mathit{prior}}{\mathit{evidence}}}$$

$$p(x|y) = \frac{p(y|x)p(x)}{p(y)} = \eta p(y|x)p(x)$$

$$\eta = p(y)^{-1} = \frac{1}{\sum_x p(y|x)p(x)}$$

# Příklad - odhad stavu

- Robot naměří $z$
- Jaká je pravděpodobnost $p(open|z)$?
- $p(open|z)$ je diagnostika
- $p(z|open)$ je příčina



zdroj: http://probabilisticrobotics.org

- Většinou je jednodušší získat příčinu (počítání frekvencí)
- Bayesův vzorec umožňuje z příčiny spočítat důsledek:

$$p(open|z) = \frac{p(z|open)p(open)}{p(z)}$$

# Příklad - otevřené dveře

- $p(z|open) = 0.6 \; p(z|\neg open) = 0.3$
- $p(open) = p(\neg) = 0.5$

$$p(open|z) = \frac{p(z|open)p(open)}{p(z|open)p(open) + p(z|\neg open)p(\neg open)}$$

$$p(open|z) = \frac{0.6 \cdot 0.5}{0.6 \cdot 0.5 + 0.3 \cdot 0.5} = \frac{2}{3} = 0.67$$

- Po naměření $z$ se jistota otevření dveří zvýší.

# Příklad - druhé měření

- $p(z_2|open) = 0.5 \; p(z_2|\neg open) = 0.6$
- $p(open|z_1) = \frac{2}{3}$

$$p(open|z_2 z_1) = \frac{p(z_2|open)p(open|z_1)}{p(z_2|open)p(open|z_1) + p(z_1|\neg open)p(\neg open|z_1)}$$

$$= \frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3}}{\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} + \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{3}} = \frac{5}{8} = 0.625$$

- $z_2$ snižuje pravděpodobnost, že jsou dveře otevřené.

# Akce

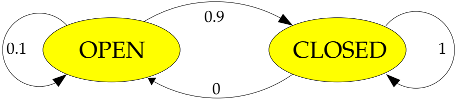
- Svět je dynamický
  - robot se hýbe,
  - jiné objekty v prostředí se hýbou
  - a čas prostě plyne (květiny rostou).
- Akce se nikdy nestane tak, jak byla naplánována.
- Na rozdíl od měření akce obvykle zvýší míru nejistoty.
- Pro integraci akce $u$ do aktuální „víry“ použijeme podmíněnou pravděpodobnost

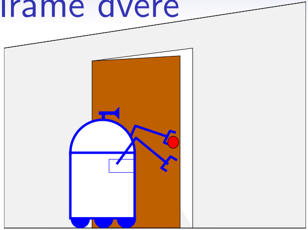
$$p(x|u, x')$$

- Tento výraz specifikuje pravděpodobnost(hustotu pravděpodobnosti) stavu $x$, pokud provedeme akci $u$ ve stavu $x'$.

# Pokračování příkladu - zavíráme dveře

$p(x|u, x')$ pro $u =$ „zavři dveře“



zdroj: `http://probabilisticrobotics.org`

$$p(x, u) = \sum_{x'} p(x|u, x')p(x')$$

Pokud jsou dveře otevřené, akce „zavři dveře“ je úspěšná v 90% případech.

# Pokračování příkladu - zavíráme dveře

$$\begin{aligned}
p(closed|u) &= \sum_{x'} p(closed|u, x')p(x') \\
&= p(closed|u, open)p(open) \\
&+ p(closed|u, closed)p(closed) \\
&= \frac{9}{10} \cdot \frac{5}{8} + \frac{1}{1} \cdot \frac{3}{8} = \frac{15}{16}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
p(open|u) &= \sum_{x'} p(open|u, x')p(x') \\
&= p(open|u, open)p(open) \\
&+ p(open|u, closed)p(closed) \\
&= \frac{1}{10} \cdot \frac{5}{8} + \frac{0}{1} \cdot \frac{3}{8} = \frac{1}{16} \\
&= 1 - p(closed|u)
\end{aligned}$$