Spojové struktury

Jan Faigl

Katedra počítačů
Fakulta elektrotechnická
České vysoké učení technické v Praze

Přednáška 10

A0B36PR1 – Programování 1

Část 1 – Spojové struktury (seznamy)

Část I

Spojové struktury

Kolekce prvků (položek)

- V programech je velmi běžný požadavek na uchování seznamu (množiny) prvků (proměnných/objektů)

  Viz příklad geometrických objektů v 8. a 9. přednášce

- Základní příkladem je pole (statické délky)

  V Javě definováno jménem typu a ***[]****, například* ***double[]***

  - Jedná se o kolekci položek (proměnných) stejného typu
  - \+ Umožňuje jednoduchý přístup k položkám indexací prvku

    Položky jsou stejného typu (velikosti)
  - − Velikost pole je určena při vytvoření pole

    Operátor ***new***
    - Velikost (maximální velikost) musí být známa v době vytváření
    - Změna velikost v podstatě není přímo možná

      Nutné nové vytvoření (alokace paměti)
    - Využití pouze malé části pole je mrháním paměti
  - V případě třídění pole přesouváme položky
    - Vložení prvku a především mazání prvku vyžaduje kopírování položek

Seznam – list

- Seznam (proměnných nebo objektů) patří mezi základní datové struktury

*Základní **ADT** – Abstract Data Type*

- Seznam zpravidla nabízí sadu základních operací:
  - Vložení prvku (**insert**)
  - Odebrání prvku (**remove**)
  - Vyhledání prvku
  - Aktuální počet prvku v seznamu
- Implementace seznamu může být různá:
  - Pole statické délky
    - Indexování je velmi rychlé
    - Vložení prvků může být pomalé (nová alokace a kopírování)

*Viz například **GeomObjectArray** z 9. přednášky.*

`lec09/GeomObjectArray.java`

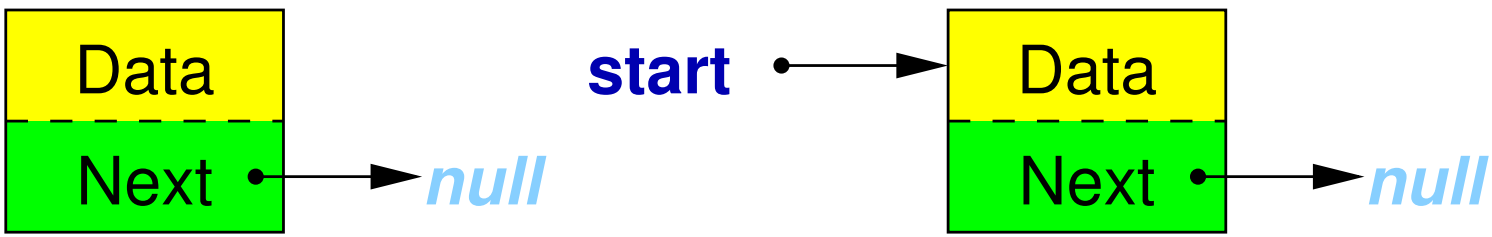
  - Spojové seznamy

Spojové seznamy

- Datová struktura realizující seznam variabilní délky
- Každý prvek seznamu obsahuje
  - Datovou část (hodnota proměnné / objekt)
  - Referenci na další prvek v seznamu

  null *v případě posledního prvku seznamu.*
- První prvek seznamu se zpravidla označuje jako *head* nebo *start*

  Realizujeme jej jako referenční proměnnou odkazující na první prvek seznamu



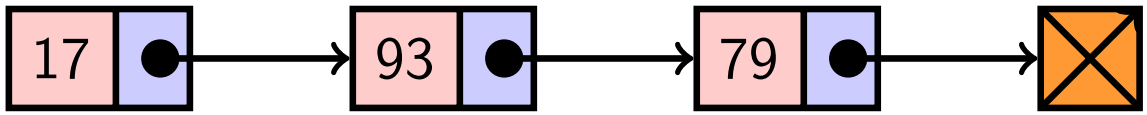
Základní operace se spojovým seznamem

- Vložení prvku
  - Předchozí prvek odkazuje na nový prvek
  - *Nový prvek může odkazovat na předchozí prvek, který na něj odkazuje* *Tzv. obousměrný spojový seznam*
- Odebrání prvku
  - Předchozí prvek aktualizuje hodnotu odkazu na následující prvek
  - Předchozí prvek tak nově odkazuje na následující hodnotu, na kterou odkazoval odebíraný prvek
- Základní implementací spojového seznamu je tzv.

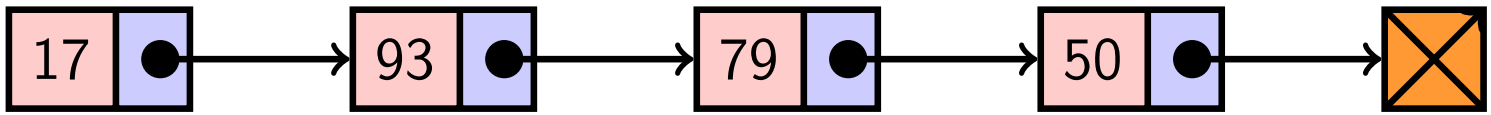
jednosměrný spojový seznam

Jednosměrný spojový seznam

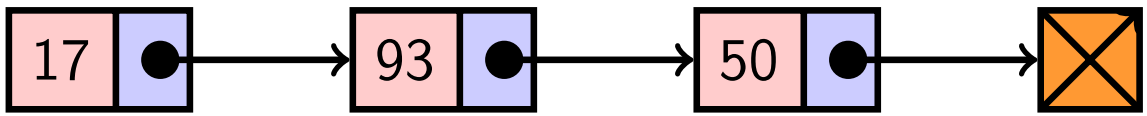
- Příklad spojového seznamu pro uložení číselných hodnot



- Přidání prvku 50 na konec seznamu



- Odebrání prvku 79



1. Nejdříve sekvenčně najdeme prvek s hodnotou 79
2. Následně vyjmeme a napojíme prvek 93 na prvek 50

Hodnotu reference next prvku 93 nastavíme na hodnotu reference next odebíraného prvku, tj. na prvek 50

Spojový seznam v Javě

- Seznam tvoří dvě třídy
  - Zapouzdření vlastního listu
  - Třída pro uložení prvku seznamu
    - Vlastní data prvku
    - Odkaz (reference) na další prvek
- Příklad tříd pro uložení spojového seznamu celých čísel

```
class ListNode {
   int value;
   ListNode next;
}
```

```
public class LinkedList {
   ListNode start;
   ...
}
```

- Pro jednoduchost prvky seznamu obsahují celé číslo.

Obecně mohou obsahovat libovolný objekt (referenci na objekt).

Zobecnění pro uložení objektů

- V Javě jsou všechny typy (kromě primitivních typů) odvozeny od třídy **Object**
- Můžeme tak zobecnit spojový seznam pro uložení libovolných objektů

```
class ListNode {
   Object item;
   ListNode next;
}
```

```
public class LinkedList {
   ListNode start;
   ...
}
```

Příklad – LinkedList

- Prvky zapouzdříme uvnitř třídy LinkedList

```
public class LinkedList {
    class ListNode { //inner class
        Object item;
        ListNode next;
        ListNode(Object item) {
            this.item = item;
            next = null;
        }
    }
    private ListNode start;

    public LinkedList() {
        start = null;
    }
}
```

LinkedList – push

- Přidání prvku na začátek

```
public void push(Object obj) {
    ListNode node = new ListNode(obj);
    if (start == null) { // 1st element
        start = node;
    } else {
        node.next = start; // update the reference
        start = node;      // set new start
    }
}
```

- Přidání prvku není závislé na počtu prvků v seznamu

Konstantní složitost operace `push` – $O(1)$

LinkedList – pop

- Odebrání prvního prvku ze seznamu

```
public Object pop() {
    Object ret = null;
    if (start != null) {
        ret = start.item;
        start = start.next; //can be next item or null
    }
    return ret;
}
```

- Odebrání prvku není závislé na počtu prvků v seznamu

Konstantní složitost operace `pop` – $O(1)$

LinkedList – size

- Zjištění počtu prvků v seznamu vyžaduje projít seznam až k zarážce **null**, tj. položka **next** objektu typu `ListNode` je **null**

```
public int size() {
    int count = 0;
    ListNode cur = start;
    while(cur != null) {
        cur = cur.next;
        count++;
    }
    return count;
}
```

- Pro zjištění počtu prvků v seznamu musíme projít kompletní seznam, tj. n položek

Lineární složitost operace `size` – $O(n)$

LinkedList – back

- Vrácení hodnoty posledního prvku ze seznamu

```
public Object back() {
    ListNode end = start;
    while(end != null && end.next != null) {
        end = end.next;
    }
    return end == null ? null : end.item;
}
```

- Pro vrácení hodnoty posledního prvku v seznamu musíme projít všechny položky seznamu

Lineární složitost operace `back` – $O(n)$

LinkedList – zrychlení operací size and back

- Operace size a back procházejí kompletní seznam
- Operaci size můžeme urychlit pokud budeme udržovat aktuální počet položek v seznamu
  - Zavedeme datovou položku **int count**
  - Počet prvků inkrementujeme při každém přidání prvku a dekrementuje při každém odebrání prvku
- Operaci back můžeme urychlit referenční proměnou odkazující na poslední prvek

```
public class LinkedList { ...
   private ListNode end;
... }
```

  - V případě přidání prvku na začátek, aktualizujeme pouze pokud byl seznam doposud prázdný
  - Aktualizujeme v případě přidání prvku na konec
  - Nebo při vyjmutí posledního prvku

LinkedList – urychlený size

```
public class LinkedList {
    private int count;
    public LinkedList() { ...
        count = 0;
    }
    public int size() { return count; }
}
```

```
public void push(Object obj)
    {
    ListNode node = new
     ListNode(obj);
    count++;
    ...
}
```

```
public Object pop() {
    Object ret = null;
    if (start != null) {
        count--;
        ... }
    return ret;
}
```

LinkedList – push s odkazem na konec seznamu

```
public void push(Object obj) {
    ListNode node = new ListNode(obj);
    if (start == null) {
        start = node;
        end = start; //update tail reference
    } else {
        node.next = start;
        start = node;
    }
}
```

*Hodnotu referenční proměnné **end** nastavujeme pouze pokud byl seznam prázdný, protože prvky přidáváme na začátek.*

LinkedList – pop s odkazem na konec seznamu

```
public Object pop() {
    Object ret = null;
    if (start != null) {
        ret = start.item;
        start = start.next;
    }
    if (start == null) {
        end = null; // update the tail reference
    }
    return ret;
}
```

*Hodnotu referenční proměnné **end** nastavujeme pouze pokud byl odebrán poslední prvek, protože prvky odebíráme ze začátku.*

LinkedList – back s odkazem na konec seznamu

- Proměnná **end** je buď **null** nebo odkazuje na poslední prvek seznamu

```
public Object back() {
    return end != null ? end.item : null;
}
```

- Udržováním hodnoty proměnné **end** jsme snížili časovou náročnost operace **back** z lineární složitosti na počtu prvků v seznamu $O(n)$ na konstantní složitost $O(1)$

LinkedList – pushEnd

- Přidání prvku na konec seznamu

```
public void pushEnd(Object obj) {
    ListNode node = new ListNode(obj);
    if (end == null) { // adding the 1st element
        start = end = node; //update both start and end
    } else {
        end.next = node; // update next of the previous end
        end = node;    // set new end
    }
}
```

- Na asymptotické složitost metody přidání dalšího prvku (na konec seznamu) se nic nemění, je nezávislé na aktuálním počtu prvků v seznamu

LinkedList – popEnd

- Odebrání prvku z konce seznamu

```
public Object popEnd() {
    if (start == null) { return null; }
    Object ret = end.item;
    if (start == end) {    // the last item is
        start = end = null; // removed from the list
    } else { // there is also penultimate item
        ListNode cur = start; // that needs to be
        while(cur.next != end) { // updated (its
            cur = cur.next;      // reference to the
        }                        // the next item)
        end = cur; // the penultimate is the new end
        end.next = null; // the end does not have next
    }
    return ret;
}
```

Složitost je $O(n)$, protože musíme aktualizovat předposlední prvek. Alternativně lze řešit přes obousměrný spojový seznam.

Výpis položek seznamu – print

- Seznam postupně procházíme
- Seznam je obecný a pro tisk se využívá metody **toString**

```
public void print() {
    ListNode cur = start;
    while(cur != null) {
        System.out.print(
                cur.item +
                (cur.next == null ? "\n" : " ")
                );
        cur = cur.next;
    }
}
```

lec10/LinkedListEnd.java

Příklad – seznam celých čísel **Integer**

- Příklad použití na seznam objektu třídy **Integer**

```
LinkedListEnd lst = new LinkedListEnd();
lst.push(10).push(5).pushEnd(17).push(7).pushEnd(21);
lst.print();

System.out.println("Pop 1st item: " + lst.pop());
System.out.print("Lst: "); lst.print();

System.out.println("Back of the list: " + lst.back());
System.out.println("Pop from the end: " + lst.popEnd());
System.out.print("Lst: "); lst.print();
```

- Výstup programu

```
java DemoIntLinkedList
7 5 10 17 21
Pop 1st item: 7
Lst: 5 10 17 21
Back of the list: 21
Pop from the end: 21
Lst: 5 10 17
```

lec10/DemoIntLinkedList.java

LinkedList – vložení prvku do seznamu

- Vložení do seznamu:
  - na začátek – modifikujeme referenční proměnnou **start** (metoda `push`)
  - na konec – modifikujeme referenční proměnnou předposledního prvku a nastavujeme nový konec (metoda `pushEnd`)
  - obecně – potřebujeme hodnotu referenční proměnné prvku, za který chceme nový prvek vložit (**node**)

```
ListNode newNode = new ListNode(obj);
newNode.next = node.next;
node.next = newNode;
```

- Do seznamu můžeme chtít prvek vložit na příslušné pořadí, tj. podle indexu v seznamu

Případně můžeme také požadovat vložení podle hodnoty prvku, tj. vložit před prvek s příslušnou hodnotu.

LinkedList – insertAt

- Vložení nového prvku na pozici *index* v seznamu

```
public void insertAt(Object obj, int index) {
    if (index < 0) { return; } //only positive position
    ListNode newNode = new ListNode(obj);
    ListNode node = getNode(index - 1);
    if (node == start) { // the replacement node can
        start = newNode;  // be the start node
    }
    if (node != null) { // node can be null for the 1st
      node, i.e., the situation start == node == null
        newNode.next = node.next;
        node.next = newNode;
    }
}
```

*Neřeší aktualizaci **end** (odkaz na konec seznamu)*

*Pro napojení spojového seznamu potřebuje položku **next**, proto hledáme prvek na pozici index − 1*

LinkedList – getNode

- Nalezení prvku na pozici **index**
- Pokud je **index** vyšší než počet prvků v poli, návrat posledního prvku

```
private ListNode getNode(int index) {
    ListNode cur = start;
    int i = 0;
    while(i < index && cur != null && cur.next != null) {
        cur = cur.next;
        i++;
    }
    return cur;
}
```

*Pokud je seznam prázdný vrátí **null**.*

Příklad vložení prvků do seznamu (**LinkedList**)

- Příklad vložení do seznam čísel **Integer**

```
LinkedList lst = new LinkedList();
lst.push(10).push(5).push(17).push(7).push(21);
lst.print();

lst.insertAt(55, 2);
lst.print();

lst.insertAt(0, 0);
lst.print();

lst.insertAt(100, 10);
lst.print();
```

- Výstup programu

```
java DemoInsertAt
21 7 17 5 10
21 7 55 17 5 10
0 7 55 17 5 10
0 7 55 17 5 10 100
```

lec10/DemoInsertAt.java

LinkedList – getAt(int index)

- Nalezení prvků v seznamu podle pozice v seznamu
- V případě „adresace" mimo rozsah seznamu vrátí **null**

```
public Object getAt(int index) {
    if (index < 0 || start == null) { return null;}
    ListNode cur = start;
    int i = 0;
    while(i < index && cur != null && cur.next != null) {
        cur = cur.next;
        i++;
    }
    return (cur != null && i == index) ?
        cur.item : null;
}
```

Složitost operace je v nejnepříznivějším případě $O(n)$ (v případě pole je to $O(1)$)

Příklad použití **getAt**(int index)

- Příklad vypsání obsahu seznamu metodou **getAt** v cyklu

```
LinkedList lst = new LinkedList();
lst.push(10).push(5).push(17).push(7).push(21);
lst.print();
for(int i = 0; i < 7; ++i) {
   System.out.println("lst[" + i + "]: " + lst.getAt(i));
}
```

- Výstup programu

```
javac DemoGetAt.java && java DemoGetAt
21 7 17 5 10
lst[0]: 21
lst[1]: 7
lst[2]: 17
lst[3]: 5
lst[4]: 10
lst[5]: null
lst[6]: null
```

lec10/DemoGetAt.java

*V tomto případě v každém běhu cyklu je složitost metody **get** $O(n)$ a tedy výpis obsahu seznamu má složitost $O(n^2)$!*

LinkedList – removeAt(int index)

- Odebrání prvku na pozici **int index** a navážeme seznam
- Pro navázání seznamu potřebujeme prvek na pozici *index* − 1

```
public void removeAt(int index) {
    if (index < 0 || start == null) {
        return;
    }
    if (index == 0) {
        pop(); //call the pop function to handle start
    } else {
        ListNode node = getNode(index - 1);
        if (node.next != null) {
            node.next = node.next.next;
        }
    }
}
```

Složitost v nejnepříznivější případě $O(n)$ (nejdříve musíme najít prvek).

Příklad použití **removeAt**(int index)

```
LinkedList lst = new LinkedList();
lst.push(10).push(5).push(17).push(7).push(21);
lst.print();

System.out.println("Remove item at 3 (" + lst.getAt(3) + ")");
lst.removeAt(3);
lst.print();

System.out.println("Remove item at 3 (" + lst.getAt(3) + ")");
lst.removeAt(3);
lst.print();

System.out.println("Remove item at 0 (" + lst.getAt(0) + ")");
lst.removeAt(0);
lst.print();
```

- Výstup programu

```
javac DemoRemoveAt.java && java DemoRemoveAt
21 7 17 5 10
Remove item at 3 (5)
21 7 17 10
Remove item at 3 (10)
21 7 17
Remove item at 0 (21)
7 17
```

lec10/DemoRemoveAt.java

Vyhledání prvku v seznamu podle obsahu – indexOf

- Vrátí číslo pozice prvního výskytu prvku v seznamu
- Pokud není prvek v seznamu nalezen vrátí -1

```
public int indexOf(Object obj) {
    int count = 0;
    ListNode cur = start;
    boolean found = false;
    while(cur != null && !found) {
        found = cur.item.equals(obj);
        cur = cur.next;
        count++;
    }
    return found ? count-1 : -1;
}
```

- Porovnání hodnot objektů metodou **equals**!

  Porovnání operátorem == porovná hodnoty referenčních proměnných (adresy), nikoliv obsah.

Příklad použití **indexOf** 1/3

```
LinkedList lst = new LinkedList();
lst.push(10).push(5).push(17).push(7).push(21);
lst.print();

Integer i = 5;
System.out.println("Index of (" + i + ") is " + lst.indexOf(i));

i = i + 12;
System.out.println("Index of (" + i + ") is " + lst.indexOf(i));

i = 3;
System.out.println("Index of (" + i + ") is " + lst.indexOf(i));
```

- Výstup programu

```
java DemoIndexOfInt
21 7 17 5 10
Index of (5) is 3
Index of (17) is 2
Index of (3) is -1
```

lec10/DemoIndexOfInt.java

Příklad použití **indexOf** 2/3

```
LinkedList lst = new LinkedList();
lst.push("FEE").push("CTU").push("PR1").push("Lecture10");
lst.print();

String s = "PR1";
System.out.println("Index of (" + s + ") is " + lst.indexOf(s));

s = "Fee";
System.out.println("Index of (" + s + ") is " + lst.indexOf(s));
```

- Výstup programu

```
javac DemoIndexOfString.java && java DemoIndexOfString
Lecture10 PR1 CTU FEE
Index of (PR1) is 1
Index of (Fee) is -1
```

lec10/DemoIndexOfString.java

Příklad použití **indexOf** 3/3

```
LinkedList lst = new LinkedList();
lst.push(10).push(5).push("FEE").push(7).push("CTU");
lst.print();

Integer i = 5;
System.out.println("Index of (" + i + ") is " + lst.indexOf(i));

String s = "FEE";
System.out.println("Index of (" + s + ") is " + lst.indexOf(s));
```

- Výstup programu

```
javac DemoIndexOfMix.java && java DemoIndexOfMix
CTU 7 FEE 5 10
Index of (5) is 3
Index of (FEE) is 2
```

- Využití objektového přístup, dědičnosti a polymorfismu

lec10/DemoIndexOfMix.java

Se zavedením generických typů, je i v Javě kladen důraz na statickou typovou kontrolu, tj. kontrolu typů při překladu. Jsou upřednostňovány parametrizované datové struktur pro konkrétní typy (např. Integer nebo String).

Odebrání prvku ze seznam podle jeho obsah

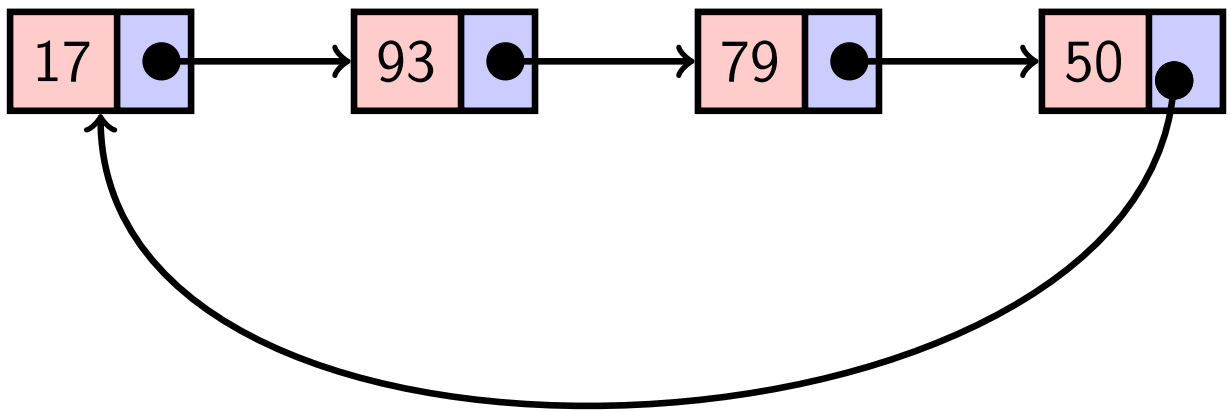
- Podobně jako vyhledání prvku podle obsahu můžeme prvky odebrat
- Můžeme implementovat přímo nebo s využitím již existujících metod **indexOf** a **removeAt**
- Příklad implementace

```
public void remove(Object obj) {
    int idx = indexOf(obj);
    while(idx != -1) {
        removeAt(idx);
        idx = indexOf(obj);
    }
}
```

Odebíráme všechny výskyty objektu v seznamu.

Kruhový spojový seznam

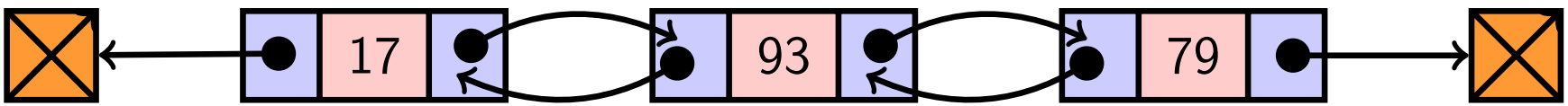
- Položka **next** posledního prvku může odkazovat na první prvek
- Tak vznikne kruhový spojový seznam



- Při přidání prvku na začátek je nutné aktualizovat hodnotu položky **next** posledního prvku

Obousměrný spojový seznam

- Každý prvek obsahuje odkaz na následující a předchozí položku v seznamu, položky **prev** a **next**
- První prvek má nastavenu položku **prev** na hodnotu **null**
- Poslední prvek má **next** nastavenu na **null**
- Příklad obousměrného seznamu celých čísel



Příklad – DoubleLinkedList

```
public class DoubleLinkedList {
    class ListNode { //inner class
        ListNode prev;
        ListNode next;
        Object item;
        ListNode(Object item) {
            this.item = item;
            prev = null;
            next = null;
        }
    }
    private ListNode start;
    public LinkedList() {
        start = null;
    }
}
```

DoubleLinkedList – vložení prvku

- Vložení prvku před prvek **cur**:
  1. Napojení vloženého prvku do seznamu, hodnoty **prev** a **next**
  2. Aktualizace **next** předchozí prvku k prvku **cur**
  3. Aktualizace **prev** proměnné prvku **cur**

```
public void insert(Object obj, ListNode cur) {
    ListNode newNode = new ListNode(obj);
    newNode.next = cur;
    newNode.prev = cur.prev;
    if (cur.prev != null) {
        cur.prev.next = newNode;
    }
    cur.prev = newNode;
}
```

DoubleLinkedList – přidání prvku na začátek seznamu push

```
public DoubleLinkedList push(Object obj) {
    ListNode node = new ListNode(obj);
    if (start == null) {
        start = end = node;
    } else {
        node.next = start;
        start.prev = node;
        start = node;
    }
    return this;
}
```

lec10/DoubleLinkedList.java

DoubleLinkedList – tisk seznamu print a printReverse

```
public void print() {
    ListNode cur = start;
    while(cur != null) {
        System.out.print(cur.item +
                (cur.next == null ? "\n" : " "));
        cur = cur.next;
    }
}
public void printReverse() {
    ListNode cur = end;
    while(cur != null) {
        System.out.print(cur.item +
                (cur.prev == null ? "\n" : " "));
        cur = cur.prev;
    }
}
```

Příklad použití

```
LinkedListEnd lst = new LinkedListEnd();
lst.push(10).push(5).pushEnd(17).push(7).pushEnd(21);
lst.print();

System.out.println("Pop 1st item: " + lst.pop());
System.out.print("Lst: "); lst.print();

System.out.println("Back of the list: " + lst.back());
System.out.println("Pop from the end: " + lst.popEnd());
System.out.print("Lst: "); lst.print();
```

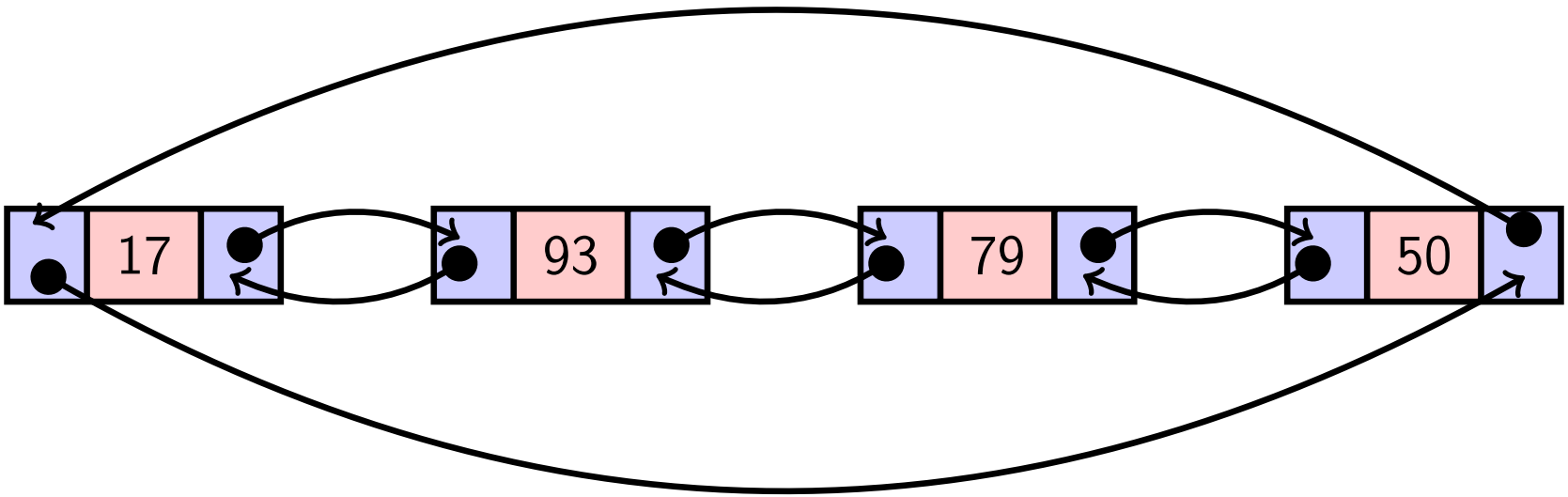
- Výstup programu

```
javac DemoDoubleLinkedList.java && java DemoDoubleLinkedList
Regular print:
DDDD CCC BB A
Revert print:
A BB CCC DDDD
```

lec10/DemoDoubleLinkedList.java

Kruhový obousměrný seznam

- Položka **next** posledního prvku odkazuje na první prvek
- Položka **prev** prvního prvku odkazuje na poslední prvek



Shrnutí přednášky

Diskutovaná témata

- Spojové seznamy – lineární spojové struktury
- Jednosměrný spojový seznam
  - Operace vkládání a odebrání prvku
  - Průchod seznamem
  - Vyhledávání prvku v seznamu
- Kruhový jednosměrný spojový seznam
- Obousměrný spojový seznam
- Kruhový obousměrný spojový seznam
- Příště: Nelineární spojové struktury a abstraktní datový typ