

Příkladová dávka č. 5 (k řešení mezi 4.5. – 18.5.)

Tato dávka příkladů slouží k procvičení matematického popisu vedené vlny a k procvičení rozkladu elektromagnetického pole do módů vlnovodu.

Úloha 1 (2 body)

Předpokládejte vlnovod obdelníkového průřezu s delší hranou a a kratší hranou b . Nechť kratší hrana leží podél osy y a osa vlnovodu je shodná s osou z . Vlnovod je z ideálního vodiče.

Odvod'te vztahy pro elektromagnetické pole TE a TM módů tohoto vlnovodu, určete příslušné příčné a podélné konstanty šíření. Dokažte, že platí:

$$\begin{aligned} \int_S \mathbf{E}_{m\perp} \cdot \mathbf{E}_{n\perp}^* dS &= C_E \delta_{mn}, \\ \int_S \mathbf{H}_{m\perp} \cdot \mathbf{H}_{n\perp}^* dS &= C_H \delta_{mn}, \\ \int_S (\mathbf{E}_{m\perp} \times \mathbf{H}_{n\perp}^*) \cdot d\mathbf{S} &= C_S \delta_{mn}, \end{aligned} \quad (1)$$

kde integrace probíhá přes průřez vlnovodu.

Výsledek: viz kapitola 19.4.5. Zangwill.

Úloha 2 (1 bod)

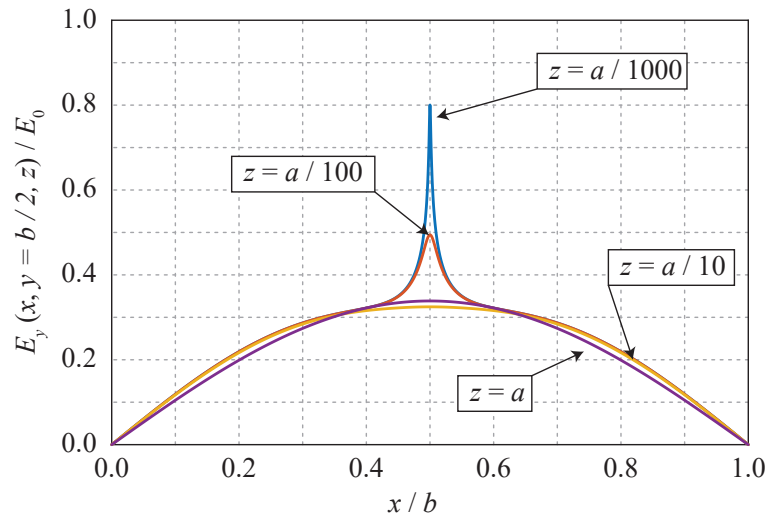
Určete mezní frekvenci v pořadí prvního a druhého módu na tomto vlnovodu v případě jeho standardizovaného provedení s označením R100, který má rozměry $a = 22.86$ mm, $b = 10.16$ mm a doporučené frekvenční pásmo použití $f \in (8.20, 12.40)$ GHz. Okomentujte, proč pásmo provozu vlnovodu doporučené výrobcem nezačíná a nekončí na mezním kmitočtu?

Úloha 3 (2 body)

Uvažujte vlnovod obdelníkového průřezu s delší hranou a a kratší hranou b . Nechť kratší hrana leží podél osy y a delší hrana podél osy x . Vlnovod je z ideálního vodiče. Předpokládejte, že v rovině $z = 0$ je umístěna zdrojová proudová hustota

$$\mathbf{J} = -\frac{E_0}{\omega\mu} \delta\left(x - \frac{a}{2}\right) \delta(z) \mathbf{y}_0. \quad (2)$$

Určete intenzitu elektrického pole $\mathbf{E}(x, y, z > 0, \omega)$. Absolutní hodnotu y -ové složky elektrické intenzity dále vykreslete na úsečkách $y = \text{const}$, $z = \text{const}$, jako je to provedeno na Obr. 1. Výpočet proveďte pro $a/b = 22.86/10.16$ (vlnovod R100), $ka = 4.311$.



Obrázek 1: Absolutní hodnota y -ové složky elektrické intenzity (součet jednoho tisíce módů)

Výsledek:

$$\mathbf{E}(x, y, z > 0, \omega) = \mathbf{y}_0 E_0 \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{k_{zm} a} \sin\left(\frac{m\pi}{2}\right) \sin\left(\frac{m\pi}{a} x\right) e^{-jk_{zm} z} \quad (3)$$

Pozn.: Povšimněte si, jak rychle se evanescentní módy přestávají uplatňovat. V rovině $z = a$ již prakticky existuje jen dominantní mód (v tomto případě TE₁₀).