

Elektromagnetické pole BAB17EMP

Jméno studenta:

Zkouškový test

Získané body:

29. ledna 2025

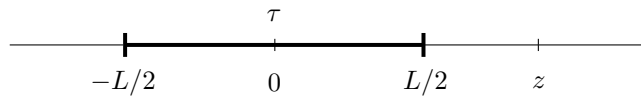
Computational Electromagnetics Group, cem.elmag.org
 Czech Technical University in Prague
<https://cw.fel.cvut.cz/b241/courses/bab17emp>
em@fel.cvut.cz

2 Výpočetní část

2.1 Elektrické pole na ose od rovnoměrně rozloženého náboje na úsečce

Náboj je rovnoměrně rozložen s lineovou hustotou τ na ose z od $z \in [-L/2, L/2]$. Uvažujte pozorovací bod $\mathbf{r} = [0, 0, z]$, kde $z > L/2$. (6 b.)

1. Zvolte vhodný vzorec pro výpočet. Zdůvodněte. (2 b.)
2. Určete elektrické pole $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ včetně směru výsledného vektoru. (2 b.)
3. Určete elektrický potenciál $\varphi(\mathbf{r})$. (2 b.)



Obrázek 1: Rozložení náboje na smyčce.

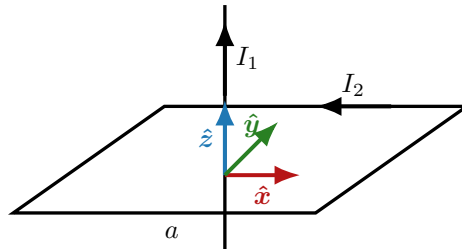
2.2 Síla mezi nekonečně dlouhým vodičem a čtvercovou smyčkou

Nekonečně dlouhý tenký vodič, kterým protéká proud I_1 je umístěn do osy čtvercové proudové smyčky s hranou o délce a , kterou protéká proud I_2 . (4 b.)

1. Vysvětlete, jak lze při výpočtu použít zákon akce a reakce. (1 b.)
2. Znázorníte siločáry magnetického pole zvlášť pro smyčku a zvlášť pro vodič. (1 b.)
3. Určete sílu, jakou působí nekonečně dlouhý vodič na smyčku. Zdůvodněte výpočtem. (1 b.)
4. Jak by se síla změnila pro kruhovou nebo obdélníkovou smyčku se středem ve stejném místě? (1 b.)

Nápověda: Magnetické pole na ose závitů je rovno

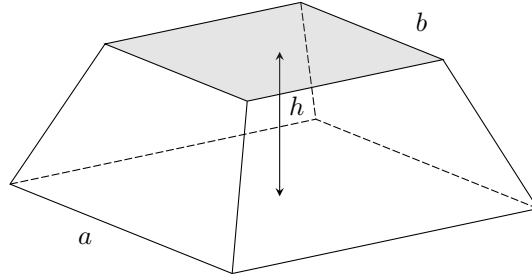
$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \frac{2\sqrt{2}\mu_0 I_2 a^2}{\pi(a^2 + 4z^2)\sqrt{a^2 + 2z^2}} \hat{\mathbf{z}}. \quad (1)$$



Obrázek 2: Čtvercová smyčka a nekonečně dlouhý vodič.

2.3 Odpor komolého jehlanu

Komolý jehlan má čtvercové podstavy o stranách a (dolní podstava) a b (horní podstava), přičemž $b < a$. Podstavy jsou rovnoběžné s rovinou xy . Mezi podstavami je materiál s měrnou vodivostí σ . Výška jehlanu podél osy z je h . Odpor mezi podstavami je zadán hodnotou R . (6 b.)



Obrázek 3: Komolý jehlan.

1. Určete odpor komolého jehlanu mezi jeho horní a dolní podstavou. (3 b.)

Nápověda: Pro komolý jehlan se průřez $S(z)$ mění lineárně s výškou,

$$S(z) = \left[a + \frac{z}{h}(b - a) \right]^2, \quad (2)$$

na kterém závisí proudová hustota

$$\mathbf{J}(z) = \frac{I}{S(z)} \hat{\mathbf{z}}, \quad (3)$$

kde I je celkový proud protékající mezi dolní a horní podstavou. Při integraci využijte vhodné substituce

$$u = a + \frac{z}{h}(b - a). \quad (4)$$

2. Vyjádřete výšku komolého jehlanu h a spočítejte pro $R = 1 \Omega$, $a = 2 \text{ m}$, $b = 1 \text{ m}$, a $\sigma = 1 \text{ Sm}^{-1}$. (2 b.)
3. Ověřte jednotky výsledného vztahu pro výšku h . (1 b.)

2.4 Napětí indukované na smyčce s proměnným magnetickým polem

Čtvercovou smyčkou o straně a umístěnou v rovině xy (normálu vymezené plochy uvažujte jako $\hat{\mathbf{z}}$, $x \in [0, a]$ a $y \in [0, a]$) protéká harmonické magnetické pole

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = B_0 \cos(kx - \omega t) \hat{\mathbf{z}}, \quad (5)$$

kde ω představuje frekvenci a k je vlnové číslo.

1. Určete magnetický indukční tok Φ , který protéká smyčkou. (2 b.)
2. Určete indukované napětí na svorkách smyčky. (2 b.)