

# Přesnost a rychlost výpočtu

Jan Faigl

Department of Computer Science  
Faculty of Electrical Engineering  
Czech Technical University in Prague

Lecture 10

B3B36PRG – Programming in C

## Přehled témat

- Část 1 – Přesnost výpočtu  
Přesnost výpočtů a numerická stability
- Část 2 – Rychlost výpočtu (programu)  
Maticové násobení  
Rychlost výpočtu  
Paralelní výpočet
- Část 3 Kódovací příklady  
Kódovací příklad – NATO Abeceda  
NATO Abeceda („jinak“)  
Kódovací příklad – struct  
Kódovací příklad – Načítání a ukládání složeného typu struct

## Part I

### Část 1 – Přesnost výpočtu

## Přesnost výpočtu - Příklad součtu dvou čísel

```
1 #include <stdio.h>
2 int main(void)
3 {
4     double a = 1e+10;
5     double b = 1e-10;
6     printf("a : %24.121f\n", a);
7     printf("b : %24.121f\n", b);
8     printf("a+b: %24.121f\n", a + b);
9     return 0;
10 }
11 clang sum.c && ./a.out
12 a : 100000000000.000000000000
13 b : 0.000000000000100
14 a+b: 100000000000.000000000000
```

lec10/sum.c

## Přesnost výpočtu - Příklad dělení dvou čísel

```
1 #include <stdio.h>
2 int main(void)
3 {
4     const int number = 100;
5     double dV = 0.0;
6     float fV = 0.0f;
7     for (int i = 0; i < number; ++i) {
8         dV += 1.0 / 10.0;
9         fV += 1.0 / 10.0;
10    }
11    printf("double value: %1f ", dV);
12    printf(" float value: %1f ", fV);
13    return 0;
14 }
15 clang division.c && ./a.out
16 double value: 10.000000 float value: 10.000002
```

lec10/division.c

## Přesnost výpočtu - strojová přesnost

- Strojová přesnost  $\epsilon_m$  - nejmenší desetinné číslo, které přičtením k 1.0 dává výsledek různý od 1, pro  $|v| < \epsilon_m$ , platí  $v + 1.0 == 1.0$ .  
*Symbol == odpovídá porovnání dvou hodnot (test na ekvivalenci).*
- Zaokrouhlovací chyba - nejméně  $\epsilon_m$ .
- Přesnost výpočtu - aditivní chyba roste s počtem operací v řádu  $\sqrt{N} \cdot \epsilon_m$ .
  - Často se však kumuluje preferabilně v jedno směru v řádu  $N \cdot \epsilon_m$ .

## Zdroje a typy chyby

- Chyby matematického modelu - matematická aproximace fyzikální situace.
- Chyby vstupních dat.
- Chyby numerické metody.
- Chyby zaokrouhlovací.

- Absolutní chyba aproximace  
 $E(x) = \hat{x} - x$ ,  $\hat{x}$  přesná hodnota,  $x$  aproximace.
- Relativní chyba  $RE(x) = \frac{\hat{x} - x}{x}$ .

## Podmíněnost numerických úloh

- Podmíněnost úlohy  $C_p = \frac{\text{relativní chyba výstupních údajů}}{\text{relativní chyba vstupních údajů}}$ .
- Dobře podmíněná úloha  $C_p \approx 1$ .
- Výpočet je dobře podmíněný, je-li málo citlivý na poruchy ve vstupních datech.
- Numericky stabilní výpočet - vliv zaokrouhlovacích chyb na výsledek je malý.
- Výpočet je stabilní, je-li dobře podmíněný a numericky stabilní.

## Možnosti zvýšení přesnosti

- Reprezentace racionálních čísel - podíl dvou celočíselných hodnot, např. *Homogenní souřadnice*.
- „Libovolná přesnost“ - speciální knihovny, např. *gmp* až do výše volné paměti.  
<https://gmplib.org/manual/index>
  - Souřadnice x,y - 7511164176768 346868669952 3739567104 ~ 2008,57; 92,76.

Přesnost výpočtu

### Součin dvou velkých čísel knihovnou gmp - 1/2

- V HW04B je uveden příklad (995663 · 995669)<sup>8</sup> jako prvočíselný rozklad čísla 932865073719992059629773513614789388266580305083920591925740371392254317064584855785088915745761. <https://cv.fel.cvut.cz/wiki/courses/b3b36prg/hw/hw02>
- Použijme knihovnu gmp pro mocninu a součin dvou čísel, #include<gmp.h>. <https://gmp1ib.org/>
  - Typ celých čísel mpz\_t, pomocné funkce mpz\_init\_set\_str(), mpz\_init(), mpz\_printf() a mpz\_clears() a operace mpz\_pow\_ui() a mpz\_mul().
- Mocnina unsigned integer a násobení - multiplication.
- Knihovna nemusí být součástí operačního systému, proto může být nutné specifikovat cestu k hlavičkovému souboru a vlastní knihovně (-lgmp).
  - Můžeme zadat cestu ručně při kompilaci (nebo do Makefile).
  - Alternativně můžeme použít nástroj pkg-config (nebo pkgconf). <https://www.freedesktop.org/wiki/Software/pkg-config/> <http://pkgconf.org/>
- Argumenty pro překlad (CFLAGS). Argumenty pro linkování (LDFLAGS).

```
$ pkgconf --cflags gmp          $ pkgconf --libs gmp
-I/usr/local/include           -L/usr/local/lib -lgmp
```

Jan Faigl, 2025 B3B36PRG – Lecture 10: Přesnost a rychlost výpočtu 11 / 58

Přesnost výpočtu

### Součin dvou velkých čísel knihovnou gmp - 2/2

```
1 #include <stdio.h>                26 gmp_printf("%Zd x %Zd\n", n1, n2);
2 #include <stdlib.h>              28 mpz_mul(result, n1, n2);
3 #include <gmp.h>                 29 mpz_printf("%Zd\n", result);
4 const char* resultSrc =          31 printf("Result from HW04\n", resultSrc);
7 "932865073719992059629773513614789388266580305083920591925740371392254317064584855785088915745761"; 33 return ret;
8 "920591925740371392254317064584855785088915745761"; 35 }
10 int main(int argc, char *argv[])
11 {
12     int ret = EXIT_SUCCESS;      $ ./demo-gmp-mpz
13     n1: 995663                   n1: 995663
14     mpz_t n1, n2, result;       n2: 995669
15     mpz_init_set_str(n1, "995663", 10); 995663 * 995669 = 9
16     mpz_init_set_str(n2, "995669", 10); 96582612429460786798269992625695296863400309121 x
17     gmp_printf("n1: %Zd\n", n1);    93286507371999205962977351361478938826658030508392059
18     gmp_printf("n2: %Zd\n", n2);    1925740371392254317064584855785088915745761
19     mpz_init(result);            96587268686826115153703708226023156648104775841
20     gmp_printf("%Zd * %Zd = %Zd\n", n1, n2, 8); Result from HW04
21     mpz_pow_ui(n1, n1, 8);         93286507371999205962977351361478938826658030508392059
22     mpz_pow_ui(n2, n2, 8);         1925740371392254317064584855785088915745761
23     mpz_clears(n1, n2, 8);        lecl0/gmp/demo-gmp-mpz.c
```

Jan Faigl, 2025 B3B36PRG – Lecture 10: Přesnost a rychlost výpočtu 12 / 58

Přesnost výpočtu

### Racionální čísla knihovny gmp - 1/3

- „Libovolné přesnosti“ reprezentace, např. souřadnic v rovině jako výsledek operací výpočetní geometrie, můžeme realizovat podílem dvou („libovolné velkých“) celých čísel.
  - Souřadnice x,y - 7511164176768 346868669952 3739567104 ~ 2008,57; 92,76.
- Knihovna gmp k tomuto účelu poskytuje typ mpq\_t, kromě typu necelého čísla mpf\_t, který využijeme pro převod mpq\_t na celé číslo typu double.
 

```
49 double mpq2d(const mpq_t *op)
50 {
51     double ret;
52     mpf_t v;
53     mpf_init(v);
54     mpf_set_q(v, *op);
55     ret = mpf_get_d(v);
56     mpf_clear(v);
57     return ret;
58 }
```

lecl0/gmp/demo-gmp-mpq.c

Jan Faigl, 2025 B3B36PRG – Lecture 10: Přesnost a rychlost výpočtu 13 / 58

Přesnost výpočtu

### Racionální čísla knihovny gmp - 2/3

```
1 #include <stdio.h>                27 mpq_t x, y;
2 #include <stdlib.h>              28 mpq_inits(x, y, NULL);
3 #include <gmp.h>                 29 mpq_set_ui(x, x1, den1);
4 #include <gmp.h>                 30 mpq_set_ui(y, y1, den1);
5                                     31 mpq_canonicalize(x);
6 double mpq2d(const mpq_t *op);    32 mpq_canonicalize(y);
7 int main(int argc, char *argv[]) 33 mpf_t xmpf, ympf;
8 {                                     34 mpf_inits(xmpf, ympf, NULL);
9     int ret = EXIT_SUCCESS;        35 mpf_set_q(xmpf, x);
10    unsigned long x1 = 75111641767681; 36 mpf_set_q(ympf, y);
11    unsigned long y1 = 3468686699521; 37 mpf_set_q(xmpf, x);
12    unsigned long den1 = 37395671041; 38 mpf_set_q(ympf, y);
13    const unsigned int digits = 21;   39 gmp_printf("mpq x,y (canonical form): %Qd %Qd\n",
14    double xd = 1. * x1;             40 x, y);
15    double yd = 1. * y1;             41 gmp_printf("mpf x,y (to %d decimal digits): %.*Ff
16    double den1 = 1. * den1;         %.*Ff\n", digits, digits, xmpf, digits, ympf);
17    printf("unsigned long: %Lu %Lu %Lu\n", x1, y1, den1); 42
18    printf("double: %f %f %f\n", xd, yd, den1);          %.*Ff\n", digits, digits, xmpf, digits, ympf);
19    printf("double x,y (.2): %.2lf %.2lf\n", xd/den1, yd/den1); 43
20    printf("double x,y (.46): %.46lf %.46lf\n", xd/den1, yd/den1); 44 mpf_clears(xmpf, ympf, NULL);
21    return ret;                      45 return ret;
22 }                                     46 }
                                         47 }
                                         lecl0/gmp/demo-gmp-mpq.c
```

Jan Faigl, 2025 B3B36PRG – Lecture 10: Přesnost a rychlost výpočtu 14 / 58

Přesnost výpočtu

### Racionální čísla knihovny gmp - 3/3

- Souřadnice x,y - 7511164176768 346868669952 3739567104 ~ 2008,57; 92,76.
 

```
$ make
clang -c -I/usr/local/include -g demo-gmp-mpq.c -o demo-gmp-mpq.o
clang demo-gmp-mpq.o -L/usr/local/lib -lgmp -o demo-gmp-mpq
clang -c -I/usr/local/include -g demo-gmp-mpz.c -o demo-gmp-mpz.o
clang demo-gmp-mpz.o -L/usr/local/lib -lgmp -o demo-gmp-mpz
$ ./demo-gmp-mpq
unsigned long: 7511164176768 346868669952 3739567104
double: 7511164176768 346868669952 3739567104
double x,y (.2): 2008.57 92.76
double x,y (.46): 2008.5651541681761500512948259711265563964843750000
92.7563700036227487544238101691007614135742187500
mpq x,y (canonical form): 399190273/198744 1536231/16562
mpf x,y (to 21 decimal digits): 2008.565154168176146200000 92.756370003622750875500
mpq x,y (double .46): 2008.5651541681759226776193827390670776367187500000
92.756370003622748754423810169100761413574218750
```

lecl0/gmp/demo-gmp-mpq.c

Jan Faigl, 2025 B3B36PRG – Lecture 10: Přesnost a rychlost výpočtu 15 / 58

Přesnost výpočtu

### Makefile s pkg-config a gmp

```
1 CFLAGS+=$(shell pkg-config --cflags gmp) 17 $(DEMO_MPQ): $(DEMO_MPQ).o
2 LDFLAGS+=$(shell pkg-config --libs gmp) 18 $(CC) $(C) $(LDFLAGS) -o $@
3 CFLAGS+=-g                               20 $(DEMO_MPZ): $(DEMO_MPZ).o
4 DEMO_MPQ=demo-gmp-mpq                    21 $(CC) $(C) $(LDFLAGS) -o $@
5 DEMO_MPZ=demo-gmp-mpz                     23 %.o : %.c
6 TARGETS+=$(DEMO_MPQ) $(DEMO_MPZ)         24 $(CC) -c $(CPPFLAGS) $(CFLAGS) $(C) -o $@
7 bin: $(TARGETS)                           26 clean:
8 info:                                       27 $(RM) $(DEMO_MPQ) $(DEMO_MPZ) *.o
9 echo $(CFLAGS)                             lecl0/gmp/Makefile
10 echo $(LDFLAGS)
$ make info
-I/usr/local/include -g
-L/usr/local/lib -lgmp
```

Jan Faigl, 2025 B3B36PRG – Lecture 10: Přesnost a rychlost výpočtu 16 / 58

Přesnost výpočtu

### Reprezentace necelých čísel – IEEE 754

- Reálné číslo x se zobrazuje ve tvaru  $x = (-1)^s \cdot \text{mantisa} \cdot 2^{\text{exponent} - \text{bias}}$ . IEEE 754, ISO/IEC/IEEE 60559:2011 Základ 2.
- Mantisa je normalizována na první jedničku vlevo (v soustavě o dvojkovém základu).
- float – 32 bitů (4 bajty): s – 1 bit znaménko (+ nebo –), exponent – 8 bitů, tj. 256 možností. mantisa – 23 bitů ~ 16,7 milionu možností.

IEEE 754 Single Precision Format

- double – 64 bitů (8 bajtů).
  - s – 1 bit znaménko (+ nebo –).
  - exponent – 11 bitů, tj. 2048 možností.
  - mantisa – 52 bitů = 4,5 bilardy možností (4 503 599 627 370 495).
- bias umožňuje reprezentovat exponent vždy jako kladné číslo.
 

Lze zvolit, např. bias = 2<sup>eb-1</sup> - 1, kde eb je počet bitů exponentu.

<http://www.root.cz/clanky/norma-ieee-754-a-pribuzni-formaty-plovouci-radove-tecky>

Jan Faigl, 2025 B3B36PRG – Lecture 10: Přesnost a rychlost výpočtu 17 / 58

Přesnost výpočtu

### Příklad reprezentace float hodnot dle IEEE 754

IEEE 754 Converter (JavaScript), V0.22

- Chyba reprezentace -256.75 vs -256.74.
- Infinity (0x7f800000), -Infinity (0xff800000), a NaN (0x7fffffff).

<https://www.h-schmidt.net/FloatConverter/IEEE754.html>

Jan Faigl, 2025 B3B36PRG – Lecture 10: Přesnost a rychlost výpočtu 18 / 58

Přesnost výpočtu

### Příklady reprezentace hodnot typu float

Reprezentace čísla 85,125 (float)

- 85 odpovídá 1010101<sub>(2)</sub>.
- 0,125 odpovídá 001
  - 0,125/2<sup>-1</sup> = 0,25 | 0
  - 0,125/2<sup>-2</sup> = 0,50 | 0
  - 0,125/2<sup>-3</sup> = 1,00 | 1
- 85,125 odpovídá 1010101,001<sub>(2)</sub> = 1,010101001<sub>(2)</sub> × 2<sup>6</sup>.
- Bias pro float je 127.
- Exponent je 127 + 6 = 133
- 133 odpovídá 10000101<sub>(2)</sub>.
- Normalizovaná mantisa je 010101001<sub>(2)</sub>, kterou doplníme nulami na 23 bitů (zprava, je to desetinné číslo).
- 0 - 1000 0101 - 0101 0100 1000 0000 0000 0000.
- 01000010 10101010 01000000 00000000.
- V šestnáctkové soustavě 0x42 0xaax 0x40 0x00, tedy 0x42aa4000.

Reprezentace čísla 0,1 (float)

- 0,1 má periodický rozvoj
 

1	0,1 * 2 = 0,2	0
2	0,2 * 2 = 0,4	0
3	0,4 * 2 = 0,8	0
4	0,8 * 2 = 1,6	1
5	0,6 * 2 = 1,2	1
6	0,2 * 2 = 0,4	0
- Opakuje se 0011, 23-bitů tak reprezentuje menší hodnotu.
- 0,1<sub>(10)</sub> ~ 0,0001 1001 1001 1001 1001 1001 100<sub>(2)</sub> = = 1,1001 1001 1001 1001 1001 100<sub>(2)</sub> × 2<sup>-4</sup>.
- Exponent je 127 - 4 = 123 odpovídá 0111 0111<sub>(2)</sub>.
- Normalizovaná mantisa 1+100 1100 1100 1100 1100 1100.
- 0 - 0111 1011 - 100 1100 1100 1100 1100 1100.
- 0011101 11001100 11001100 11001100.
- V šestnáctkové soustavě 0x3d 0xxx 0xxx 0xxx, tedy 0x3dcccccc.
- Prakticky je 0,1 převedeno na o něco větší číslo 0x3dcccccd, protože absolutní chyba je menší.

lecl0/floats.c

Jan Faigl, 2025 B3B36PRG – Lecture 10: Přesnost a rychlost výpočtu 19 / 58

Přesnost výpočtů

### Sečítání mnoha malých necelých čísel - 1/2

- Na příkladu součtu dvou velmi odlišných čísel (např.  $1 \times 10^{10} + 1 \times 10^{-10}$ ) dochází z důvodu omezené reprezentace mantisy k zaokrouhlovací chybě.
- V případě naivní implementace součtu velkého počtu (např.  $2^{30}$ ) velmi malých hodnot (např.  $1 \times 10^{-20}$ ) může dojít vlivem zaokrouhlování k významné chybě.

```
lec10/addition.c
// small value to be sum
float v = 1e-20f; //float literal
// 1073741824 is 2^30 values (1e9)
const size_t power = 30;
size_t n = 1l<<power;
// multiplication factor for print
const double k = 1e11;
float *values = init_values(n, v);
double sum1 = v*n * k;
Primé násobení - výsledek
1.073 741 789 925 364 287 228 1.
```

```
float sum_naive(size_t n, float *v)
{
    float r = 0;
    for (size_t i = 0; i < n; ++i) {
        r += v[i];
    }
    return r;
}
double sum2 = sum_naive(n, values) * k;
Naivní součet - výsledek
0.022 737 367 544 323 205 947 9.
```

```
float sum_alter(size_t n, float *v, size_t power)
{
    float r = 0;
    const size_t order = power - 1;
    size_t k = 2;
    for (size_t l = 1; l < order; ++l, k *= 2) {
        for (size_t i = 0; i < n; i += k) {
            v[i] = v[i] + v[i+k/2];
        }
    }
    double sum3 = sum_alter(n, values, power) * k;
    Sčítání po dvojicích - výsledek
    1.073 741 793 632 507 324 218 8.
```

Jan Faigl, 2025 B3B36PRG – Lecture 10: Přesnost a rychlost výpočtu 20 / 58

Přesnost výpočtů

### Sečítání mnoha malých necelých čísel - 2/2

```
1 #include <stdio.h>
2 #include <stdlib.h>
3 float *init_values(size_t n, float v);
4 float sum_naive(size_t n, float *v);
5 float sum_alter(size_t n, float *v, size_t power);
6 int main(void)
7 {
8     float v = 1e-20f; // small value to be sum
9     const size_t power = 30; // try 3 vs. 30
10    size_t n = 1l<<power; // 1073741824 is 2^30 values
11    const double k = 1e11;
12    float *values = init_values(n, v);
13    double sum1 = v * n * k;
14    double sum2 = sum_naive(n, values) * k;
15    float sum3 = sum_alter(n, values, power) * k;
16    printf("Sum of %lu numbers of the value %.22f\n", n, v);
17    printf("Sum1 (multiplication): %.22f\n", sum1);
18    printf("Sum2 (naive) : %.22f\n", sum2);
19    printf("Sum3 (alter) : %.22f\n", sum3);
20    free(values);
21    return EXIT_SUCCESS;
22 }
```

```
29 float *init_values(size_t n, float v)
30 {
31     float *r = malloc(n * sizeof(v));
32     if (!r) {
33         fprintf(stderr, "ERROR: MEM_ALLOC\n");
34         exit(-1);
35     }
36     for (size_t i = 0; i < n; ++i) {
37         r[i] = v;
38     }
39     return r;
40 }
```

```
$ clang addition.c -o addition && ./addition
Sum of 1073741824 numbers of the value
0.00000000000000000000000100
Sum1 (multiplication): 1.0737417899253642872281
Sum2 (naive) : 0.0227373675443232059479
Sum3 (alter) : 1.0737417936325073242188
$ cat "1e-20 * 2^30 * 1e11"
1.073741824
```

lec10/addition.c

- Implementujte s využitím knihovny `gmp`.

Jan Faigl, 2025 B3B36PRG – Lecture 10: Přesnost a rychlost výpočtu 21 / 58

Maticové násobení Rychlost výpočtu Paralelní výpočet

## Part II

### Část 2 – Rychlost výpočtu (programu)

Jan Faigl, 2025 B3B36PRG – Lecture 10: Přesnost a rychlost výpočtu 22 / 58

Maticové násobení Rychlost výpočtu Paralelní výpočet

### Maticové násobení - Naivně

```
1 void simple_multiply(const int n, const double *a, const double *b, double *c)
2 {
3     for (int i = 0; i < n; ++i) {
4         for (int j = 0; j < n; ++j) {
5             double prod = 0;
6             for (int k = 0; k < n; ++k) {
7                 prod += a[i * n + k] * b[k * n + j];
8             }
9             c[i * n + j] = prod;
10        }
11    }
12 }
```

- Pro přehlednost předpokládáme kompatibilní rozměry matic a správné alokované.

Jan Faigl, 2025 B3B36PRG – Lecture 10: Přesnost a rychlost výpočtu 24 / 58

Maticové násobení Rychlost výpočtu Paralelní výpočet

### Maticové násobení - Naivně s transpozicí

```
1 void simple_multiply_trans(const int n, const double *a, const double *b, double *c)
2 {
3     double *bT = create_matrix(n); // allocate memory for transposed matrix
4     for (int i = 0; i < n; ++i) {
5         bT[i*n + i] = b[i*n + i];
6         for (int j = i + 1; j < n; ++j) {
7             bT[i*n + j] = b[j*n + i];
8             bT[j*n + i] = b[i*n + j];
9         }
10    }
11    for (int i = 0; i < n; ++i) {
12        for (int j = 0; j < n; ++j) {
13            double tmp = 0;
14            for (int k = 0; k < n; ++k) {
15                tmp += a[i*n + k] * bT[j*n + k];
16            }
17            c[i*n + j] = tmp;
18        }
19    }
```

Jan Faigl, 2025 B3B36PRG – Lecture 10: Přesnost a rychlost výpočtu 25 / 58

Maticové násobení Rychlost výpočtu Paralelní výpočet

### Porovnání rychlosti násobení matic

Maticové násobení

Velikost matice	Naivní [ms]	Naivní s transpozicí [ms]
200	~100	~100
400	~400	~150
600	~900	~200
800	~1600	~250
1000	~2500	~300
1200	~3600	~350
1400	~4900	~400

Jan Faigl, 2025 B3B36PRG – Lecture 10: Přesnost a rychlost výpočtu 26 / 58

Maticové násobení Rychlost výpočtu Paralelní výpočet

### Architektura procesoru a způsob výpočtu

- Příklad násobení matic a násobení transponované matice ukazuje, že kromě instrukcí má zásadní vliv **organizace dat a přístup do paměti**.
- V moderních procesorech hraje **cache** zásadní roli společně s řetězením instrukcí, tzv. **pipelining**, a využitím specifických instrukcí.
- SIMD - Single Instruction Multiple Data
- Proniknutí do detailů fungování cache a řetězení instrukcí je náplní předmětu **Architektura počítačů (BOB35APO)**, kde máte možnost se seznámit s přicházející architekturou RISC V.

<https://cw.felk.cvut.cz/wiki/courses/b35apo/>

Jan Faigl, 2025 B3B36PRG – Lecture 10: Přesnost a rychlost výpočtu 28 / 58

Maticové násobení Rychlost výpočtu Paralelní výpočet

### Optimalizace kódu

- Kromě optimalizace výsledného spustitelného kódu při překladu, je možné optimalizovat kódu za běhu nebo již existujících binární (přeložené) soubory.
  - BOLT** - Binary Optimization and Layout Tool, zrychlení o až 20%–50%
    - <https://arxiv.org/abs/1807.06735>
    - <https://dl.acm.org/doi/10.5555/3314872.3314876>
- Využití speciálních instrukcí v základních funkcích může výpočty (programy) výrazně urychlit, zejména pokud se funkce používají masivně.
  - AVX2 a EVEX instrukce (ze sady SSE4.2) ve funkcích porovnání řetězců `str{n}casecmp()` – až o 38% méně potřebného času.
    - 03/2022 - <https://www.phoronix.com/news/Glibc-strcasecmp-AVX2-EVEX>
- V obou případech (a obecně) je vhodné rozumět principu a využít instrukce Assembleru.*

Jan Faigl, 2025 B3B36PRG – Lecture 10: Přesnost a rychlost výpočtu 29 / 58

Maticové násobení Rychlost výpočtu Paralelní výpočet

### Compiler Explorer

<https://godbolt.org/z/K9r1eWqcd>

Jan Faigl, 2025 B3B36PRG – Lecture 10: Přesnost a rychlost výpočtu 30 / 58

Maticové násobení Rychlost výpočtu Paralelní výpočet

## Compiler Explorer – Analýza optimalizovaného kódu

■ Vliv optimalizace -O2 na výsledný kód, který obsahuje nedefinované chování, přetečení celého císla. Příloha 3. přednášky.

<https://godbolt.org/z/G3GEz4vbv>

Jan Faigl, 2025 B3B36PRG – Lecture 10: Přenosť a rychlost výpočtu 31 / 58

Maticové násobení Rychlost výpočtu Paralelní výpočet

## Příklad použití OpenMP - Maticové násobení 1/2

■ Open Multi-Processing (OpenMP) - aplikační programové rozhraní (API) multiplatformních výpočtů se sdílenou pamětí. <http://www.openmp.org>

■ Direktivou preprocesoru můžeme instruovat kompilátor k vytvoření kódu paralelního výpočtu, např. paralelizace přes vnější proměnnou `i`.

```

1 void multiply(int n, int a[n][n], int b[n][n], int c[n][n])
2 {
3     int i;
4     #pragma omp parallel private(i)
5     #pragma omp for schedule(dynamic, 1)
6     for (i = 0; i < n; ++i) {
7         for (int j = 0; j < n; ++j) {
8             c[i][j] = 0;
9             for (int k = 0; k < n; ++k) {
10                c[i][j] += a[i][k] * b[k][j];
11            }
12        }
13    }
14 }

```

`lec10/demo-omp-matrix.c`

Pro přehlednost uvažujeme čtvercové matice stejných rozměrů.

Jan Faigl, 2025 B3B36PRG – Lecture 10: Přenosť a rychlost výpočtu 33 / 58

Maticové násobení Rychlost výpočtu Paralelní výpočet

## Příklad použití OpenMP - Maticové násobení 2/2

■ Příklad násobení matic 1000 x 1000 s využitím OpenMP na iCore5 (2 jádra s HT ~ 4x výpočetní jednotky).

■ Násobení matic 5000 x 5000 (Ryzen 9 5950X).

```

1 gcc -std=c99 -O2 -o demo-omp demo-omp-matrix.c -fopenmp
2 ./demo-omp 1000
3 Size of matrices 1000 x 1000 naive
4 multiplication with O(n^3)
5 c1 == c2: 1
6 Multiplication single core 9.33 sec
7 Multiplication multi-core 4.73 sec
8 OMP_NUM_THREADS=2 ./demo-omp 1000
9 Size of matrices 1000 x 1000 naive
10 multiplication with O(n^3)
11 c1 == c2: 1
12 Multiplication single core 9.48 sec
13 Multiplication multi-core 6.23 sec

```

■ i7-6700K:

- 1x vlákno 0.80s;
- 2x vlákna 0.39s;
- 4x vlákna 0.24s.

```

1 OMP_NUM_THREADS=16 ./demo-omp 5000
2 Size of matrices 5000 x 5000 naive
3 multiplication with O(n^3)
4 Multiplication single core 256.00 sec
5 Multiplication multi-core 18.05 sec

```

`lec10/demo-omp-matrix.c`

Jan Faigl, 2025 B3B36PRG – Lecture 10: Přenosť a rychlost výpočtu 34 / 58

Jan Faigl, 2025 B3B36PRG – Lecture 10: Přenosť a rychlost výpočtu 31 / 58

Kódovací příklad – NATO Abeceda NATO Abeceda („jinak“) Kódovací příklad – struct Kódovací příklad – Načítání a ukládání složeného typu struct

## Part III

### Část 3 – Kódovací příklady

■ Implementujeme program, který převede vstupní text (ASCII, znaky A–Z a a–z) do NATO abecedy, ve které jsou písmena hláskována prostřednictvím následujících jmen.

- Alpha, Bravo, Charlie, Delta, Echo, Foxtrot, Golf, Hotel, India, Juliett, Kilo, Lima, Mike, November, Oscar, Papa, Quebec, Romeo, Sierra, Tango, Uniform, Victor, Whiskey, X-ray, Yankee, Zulu.

■ V programu definujeme pole ukazatelů na textové literály s jednotlivými slovy.

■ Programově otestujeme, že slova odpovídají počátečním písmenům A–Z.

Jan Faigl, 2025 B3B36PRG – Lecture 10: Přenosť a rychlost výpočtu 35 / 58

Jan Faigl, 2025 B3B36PRG – Lecture 10: Přenosť a rychlost výpočtu 33 / 58

Kódovací příklad – NATO Abeceda NATO Abeceda („jinak“) Kódovací příklad – struct Kódovací příklad – Načítání a ukládání složeného typu struct

## Kódovací příklad – NATO Abeceda – 1/4

■ Očekávaný výstup pro vstup `in.txt`.

```

# cat in.txt
# like PHP and programming in C.
India Lima India Kilo Papa Romeo Golf Alpha November Delta Papa
Romeo Golf Golf Romeo Alpha Mike Mike India November Golf
India November Charlie

```

■ Implementujeme testovací funkce.

```

1 static char *words[] = { // static to be "private"
2     "Alpha", "Bravo", "Charlie", "Delta", "Echo", "Foxtrot", "
3     "Golf", "Hotel", "India", "Juliett", "Kilo", "Lima", "Mike
4     ", "November", "Oscar", "Papa", "Quebec", "Romeo", "
5     "Sierra", "Tango", "Uniform", "Victor", "Whiskey", "X-ray"
6     "Yankee", "Zulu", NULL
7 };
8 // it is an array of pointers to text literals
9 int count_words_array(char *words[]); // Using array
10 int count_words(char **words); // Pointer to pointers
11 bool check_alphabet_words(char *words[]);

```

Jan Faigl, 2025 B3B36PRG – Lecture 10: Přenosť a rychlost výpočtu 37 / 58

Jan Faigl, 2025 B3B36PRG – Lecture 10: Přenosť a rychlost výpočtu 34 / 58

Kódovací příklad – NATO Abeceda NATO Abeceda („jinak“) Kódovací příklad – struct Kódovací příklad – Načítání a ukládání složeného typu struct

## Kódovací příklad – NATO Abeceda – 2/4

```

1 // array is terminated by NULL used for counting
2 static char *words[] = { "Alpha", ..., "Zulu", NULL };
3 // array-like variant
4 int count_words_array(char *words[])
5 {
6     int n = 0;
7     while(words[n] != NULL) {
8         fprintf(stderr, "%s\n", words[n]);
9         n++;
10    }
11    return n;
12 }
13 // pure pointer variant
14 int count_words(char **words)
15 {
16     int n = 0;
17     char *cur = words;
18     while (*cur) {
19         fprintf(stderr, "%s\n", *cur);
20         cur++;
21         n++;
22     }
23     return n;
24 }

```

■ Pole `words` je posloupnost prvků stejného typu (ukazatel na `char` – textový řetězec).

■ Hodnota `&words[0]` je identická adresa jako hodnota `words`.

Jan Faigl, 2025 B3B36PRG – Lecture 10: Přenosť a rychlost výpočtu 38 / 58

Jan Faigl, 2025 B3B36PRG – Lecture 10: Přenosť a rychlost výpočtu 31 / 58

Kódovací příklad – NATO Abeceda („jinak“) Kódovací příklad – struct Kódovací příklad – Načítání a ukládání složeného typu struct

## Kódovací příklad – NATO Abeceda – 3/4

■ Můžeme použít `const`.

```

1 static const char * const words[] = { "Alpha", ..., NULL };
2 int count_words_array(const char * const words[])
3 {
4     int n = 0;
5     while(words[n] != NULL) {
6         n++;
7     }
8     return n;
9 }
10 int count_words(const char * const * words)
11 {
12     int n = 0;
13     // cur je ukazatel na data typu konstantní
14     // ukazatel na konstantní textový řetězec
15     // (na konstantní ukazatel na konstantní hodnoty char).
16     const char * cur = words; // cur chceš měnit
17     while (*cur) {
18         cur++; // cur není konstantní ukazatel
19     }
20     return n;
21 }

```

Jan Faigl, 2025 B3B36PRG – Lecture 10: Přenosť a rychlost výpočtu 39 / 58

Jan Faigl, 2025 B3B36PRG – Lecture 10: Přenosť a rychlost výpočtu 33 / 58

Kódovací příklad – NATO Abeceda („jinak“) Kódovací příklad – struct Kódovací příklad – Načítání a ukládání složeného typu struct

## Kódovací příklad – NATO Abeceda – 4/4

■ Funkci `my_toupper()` můžeme nahradit použitím ternárního operátoru.

■ V rámci zprehlednění můžeme překlád (řádky 15–21) dát do samostatné funkce `void translate(const char * const words[])`.

```

1 #include <stdio.h>
2 #include <stdlib.h>
3 #include <assert.h>
4 #include <stdbool.h>
5 static const char * const words[] = { "Alpha", ..., NULL };
6 int main(void)
7 {
8     ...
9     int c;
10    while ((c = getchar()) != EOF) {
11        c = my_toupper(c); // or toupper() from <ctype.h>
12        if (c >= 'A' && c <= 'Z') {
13            printf("%c ", words[c - 'A']); // always print space
14        }
15        ...
16    }
17    char my_toupper(char c) // or use toupper() from <ctype.h>
18    {
19        if (c >= 'a' && c <= 'z') {
20            c = c - 'a' + 'A';
21        }
22        return c;
23    }

```

Jan Faigl, 2025 B3B36PRG – Lecture 10: Přenosť a rychlost výpočtu 40 / 58

Jan Faigl, 2025 B3B36PRG – Lecture 10: Přenosť a rychlost výpočtu 34 / 58

Kódovací příklad – NATO Abeceda („jinak“) Kódovací příklad – struct Kódovací příklad – Načítání a ukládání složeného typu struct

## Kódovací příklad – NATO Abeceda („jinak“) – 1/2

■ Slova abecedy uložíme jako řetězec `alphabet` všech slov spojených bez mezery, do kterého budeme odkazovat na jednotlivá slova polem ukazatelů na textové řetězce (`words`).

- Slov je 'Z' = 'A' + 1, ale řetězec je posloupnost znaků zakončená '\0'.
- První písmeno slova abecedy používáme k indexaci, např. 'Charlie' je odkazované ukazatelem `words['C' - 'A']`. První znak slova tak můžeme v abecedě `alphabet` nahradit znakem '\0', získáme textové řetězce. *Bez prvního znaku!*

```

1 //ukazatel na textový literál. Literál nemůžeme měnit!
2 //static char alphabet = "AlphaBravoCharlie...";
3 static char alphabet[] =
4     "AlphaBravoCharlieDeltaEchoFoxtrotGolfHotelIndia"
5     "JuliettKiloLimaMikeNovemberOscarPapaQuebecRomeo"
6     "SierraTangoUniformVictorWhiskeyX-rayYankeeZulu";
7 //pole ukazatelů na textové řetězce
8 static char words['Z' - 'A' + 1] = { 0 };
9 int fill_words(char * str, char words[]);
10 int main(void)
11 {
12     int ret = fill_words(alphabet, words);
13     if (ret) {
14         for (char c = 'A'; c <= 'Z'; ++c) {
15             fprintf(stderr, "%02d: '%c' - '%s\n",
16                 c, c, words[c - 'A']);
17         }
18     }
19     return ret;
20 }

```

■ V implementaci použijeme (makro) `assert()` k testování správné inicializace datových struktur. *Makro slouží pro ladění, viz nam assert.*

Jan Faigl, 2025 B3B36PRG – Lecture 10: Přenosť a rychlost výpočtu 42 / 58

## Kódovací příklad – NATO Abeceda („jinak“) – 2/2

- Přidáme překlad znaků načítaných ze `stdin` a implementaci zpřehledníme.

```
1 static char alphabet[] =
2     "AlphabetsChar1ielal2aBoF0str0e0l10etalIndia"
3     "JulietKiloLimaMikeNovemberOscarPapaQuebecRomeo"
4     "SierrataangoUniformVictorWhiskey-raytankeZulu";
5 static char words[] = "A" + 1 = { 00 = NULL };
6 int fill_words(char* str, char words[]);
7 int main(void)
8 {
9     int set = fill_words(alphabet, words);
10    if (ret) {
11        for (char c = 'A'; c <= 'Z'; ++c) {
12            sprintf(stderr, "DEBUG: Kód: '%c' - %c\n",
13                c, c, c, words[c - 'A']);
14        } // První písmeno slova abecedy.
15    }
16    int c;
17    while ((c = getchar()) != EOF) {
18        c = toupper(c); // funkce z <ctype.h>
19        // Pokud není funkce toupper() bude přehlednější!
20        if (c >= 'A' && c <= 'Z') {
21            printf("%c%5s", c, words[c - 'A']);
22        }
23    }
24    return ret;
25 }
```

■ Další rozšíření programu může být zpracování jiných znaků, než znaků abecedy 'A'-'Z' a 'a'-'z'.

## Kódovací příklad – struct 3/3

```
7 static unsigned short get_max_number(unsigned int digits)
8 {
9     unsigned int number = 1;
10    assert(sizeof(short) < sizeof(int)); // 16 vs. 32?
11    for (unsigned int i = 0; i < digits; ++i) {
12        number *= 10;
13    }
14    assert(number <= USHRT_MAX); // short
15    return number - 1;
16 }
```

```
17 static void fill_record_number(unsigned short n, int
18     digits, char* number)
19 {
20     // Number needs to be at least digits large
21     for (int i = digits - 1; i >= 0; --i) {
22         number[i] = (n % 10) + '0';
23         n = n / 10;
24     }
25 }
```

- V programu máme snahu testovat velikost paměťové reprezentace.

- Lokální pomocné funkce jsou `static`.
- Hodnoty položky `number` vyplňujeme programově inkrementálně od hodnoty 0000.

## Kódovací příklad – Načítání a ukládání struct 3/4

```
1 #include <stdio.h>
2 #include <stdlib.h>
3 #include "record.h"
4 #define NUM_RECORDS 2
5 int main(void) {
6     const char *fname = "records.dat";
7     FILE *fd = fopen(fname, "r");
8     if (!fd) {
9         perror("Error open file");
10        goto error;
11    }
12    struct record *records = malloc(NUM_RECORDS *
13        sizeof(struct record));
14    if (!records) {
15        perror("Error malloc");
16        fclose(fd); // Korektně soubor zavíráme.
17        goto error;
18    }
19    //size_t loaded;
20    while ((loaded = fread(records, sizeof(struct
21        record), NUM_RECORDS, fd)) {
22        fprintf(stderr, "DEBUG: loaded records %lu\n",
23            loaded);
24        for (size_t i = 0; i < loaded; ++i) {
25            print_record(&records[i]);
26        }
27        free(records);
28        fclose(fd);
29        goto leave;
30    }
31    error:
32    fprintf(stderr, "ERROR: during reading from the
33        file %s\n", fname);
34    return 1;
35 }
36 leave:
37    return 0;
38 }
```

- Načtení bloku dat funkcí `fread()`.

## Kódovací příklad – struct 1/3

- Implementujeme složený typ s dvěma položkami typu pole znaků `username` a `number`, kde první položku chceme interpretovat jako textový řetězec (`null terminated`), ale ve druhém případě pouze jako pole znaků.

Ukázkový příklad, jehož hlavní motivace je uložení paměti do souboru a náhled na obsah souboru.

```
1 #define USERNAME_SIZE 8
2 #define NUMBER_DIGITS 4
3 struct record {
4     char username[USERNAME_SIZE + 1];
5     char number[NUMBER_DIGITS];
6 };
7 int main(void) {
8     struct record records[] = {
9         { .username = "user01" },
10        { .username = "user02" },
11        { .username = "admin" },
12        { .username = "root" },
13        { .username = '\0' } // null terminating
14        array
15    };
16    fprintf(stderr, "DEBUG: size of struct %lu\n",
17        sizeof(struct record));
18    fprintf(stderr, "DEBUG: size of records %lu\n",
19        sizeof(records));
20 }
```

- Položka `username` je o jeden znak delší, uložení '\0'.
- Položka `number` je zápis čísla o maximální hodnotě 9999 (počet řádů 4) v textové podobě (0000–9999).
- Velikost složeného typu je dána velikostí jednotlivých položek.
- Pole záznamů inicializujeme se zářátkou (poslední prvek obsahuje prázdný řetězec v poloze `username`).
- `clang struct.c && ./a.out`  
DEBUG: size of struct 13  
DEBUG: size of records 6
- Na příkladu si ukážeme, jak převést celé číslo na textovou reprezentaci, k čemuž použijeme několik pomocných funkcí.
- Implementujeme si funkce pro tisk záznamu a pole záznamů.
- `NUMBERS` na `number` naplníme programově z celého čísla s kontrolou, zdali se číslo vejde do `NUMBER_DIGITS`.
- Složený typ a implementaci funkcí realizujeme v samostatném modulu `record.h` a `record.c`.

## Kódovací příklad – Načítání a ukládání struct 1/4

```
1 #include <stdio.h>
2 #include <stdlib.h>
3 #include "record.h"
4 int main(void) {
5     int ret = EXIT_SUCCESS;
6     struct record records[] = {
7         { .username = "user01" },
8         { .username = "user02" },
9         { .username = "admin" },
10        { .username = "root" },
11        { .username = "jif" },
12        { .username = '\0' } // null terminating array
13    };
14    fprintf(stderr, "DEBUG: size of struct %lu\n",
15        sizeof(struct record));
16    fprintf(stderr, "DEBUG: size of records %lu\n",
17        sizeof(records));
18    unsigned int n = fill_numbers(records); // number!
19    print(records);
20 }
```

```
24 const char *fname = "records.dat";
25 FILE *fd = fopen("records.dat", "w"); // uložení records
26 if (fd) {
27     size_t saved = fwrite(records, sizeof(struct record), n, fd);
28     size_t size = n * sizeof(struct record);
29     printf("DEBUG: saved bytes %lu out of %lu\n", saved * sizeof(
30         struct record), size);
31 } else {
32     fprintf(stderr, "ERROR: Cannot open \"%s\" for writing\n",
33         fname);
34     ret = EXIT_FAILURE;
35 }
36 return ret;
37 }
```

```
$ clang -c record.c -o record.o
$ clang save_struct.c record.o -o save && ./save
DEBUG: size of struct 13
DEBUG: size of records 78
Record
|- username: "user01"
|- number: 0000
...
Record
|- username: "jif"
|- number: 0004
DEBUG: saved bytes 65 out of 65
```

## Kódovací příklad – Načítání a ukládání struct 4/4 (lěpe)

```
1 #include <stdio.h>
2 #include <stdlib.h>
3 #include "record.h"
4 #define NUM_RECORDS 2
5 enum { ERROR_FILE = 101, ERROR_MEM = 102 };
6 void print_error(int error);
7 int main(void) {
8     int ret = EXIT_SUCCESS;
9     const char *fname = "records.dat";
10    FILE *fd = fopen(fname, "r");
11    if (!fd && (ret = ERROR_FILE)) { // ret!
12        goto leave;
13    }
14    struct record *records = malloc(
15        NUM_RECORDS * sizeof(struct record));
16    if (!records && (ret = ERROR_MEM)) { //
17        ret!
18        goto leave;
19    }
20    while ((loaded = fread(records, sizeof(struct
21        record), NUM_RECORDS, fd)) {
22        fprintf(stderr, "DEBUG: loaded records %lu\n", loaded);
23        for (size_t i = 0; i < loaded; ++i) {
24            print_record(&records[i]);
25        }
26        free(records);
27        leave:
28        return ret;
29    }
30    error:
31    switch (error) {
32        case ERROR_FILE:
33            fprintf(stderr, "ERROR: open file\n");
34            break;
35        case ERROR_MEM:
36            fprintf(stderr, "ERROR: mem allocation\n");
37            break;
38    }
39 }
```

## Kódovací příklad – struct 2/3

```
1 #ifndef __RECORD_H__
2 #define __RECORD_H__
3 #define USERNAME_SIZE 8
4 #define NUMBER_DIGITS 4
5 struct record {
6     char username[USERNAME_SIZE + 1];
7     char number[NUMBER_DIGITS];
8 };
9 void print_record(const struct record * record);
10 void print(const struct record * const records);
11 unsigned int fill_numbers(struct record * const records);
12 #endif
13 record.h
```

- V C nemůžeme přetěžovat jména funkcí, proto máme funkci `print_record()` a `print()`.
- Funkce `fill_numbers()` vyplní položky `numbers` v posloupnosti hodnot typu `struct record`.

```
1 #include <stdio.h>
2 #include <limits.h>
3 #include <assert.h> // strukturální testy
4 #include "record.h"
5 record.c
6 void print_record(const struct record * record)
7 {
8     if (record) {
9         printf("Record\n");
10        printf("%s\n", record->
11            username);
12        printf("%s\n", record->
13            number);
14        printf("%s\n", record->
15            number); // Vyzkoušejte!
16    }
17 }
18 void print(const struct record * const records)
19 {
20     struct record const *cur = records;
21     while (cur && cur->username[0]) {
22         print_record(cur);
23         cur++; // pointer arithmetic
24     }
25 }
```

## Kódovací příklad – Načítání a ukládání struct 2/4

- Obsah souboru můžeme zkusit otevřít v textovém editoru nebo použijeme program `hexdump`.

```
$ clang -c record.c -o record.o
$ clang save_struct.c record.o -o save
$. /save 1d/dev/null
DEBUG: size of struct 13
DEBUG: size of records 78
$ hexdump -C records.dat
00000000 75 73 65 72 30 31 00 00 00 30 30 30 75 73 65 |user01...0000use|
00000010 72 30 32 00 00 00 30 30 31 61 64 6d 69 6e 00 |r02...0001admin.|
00000020 00 00 00 30 30 32 72 65 6f 74 00 00 00 00 |...0002root....|
00000030 30 30 30 33 6a 66 00 00 00 00 00 30 30 30 |0003jf.....000|
00000040 34 |4|
00000041
```

- V případě, že vytvořenému souboru `records.dat` odebereme práva zápisu, např. `chmod 0 records.dat`, program selže.

```
$ chmod 0 records.dat
$. /save 1d /dev/null; echo $?
DEBUG: size of struct 13
DEBUG: size of records 78
ERROR: Cannot open file "records.dat" for writing
1
```

Shrnutí přednášky

## Diskutovaná témata

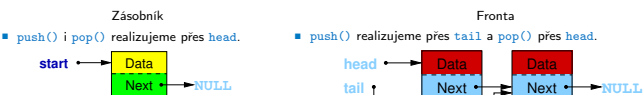
- Numerická přesnost.
- Knihovna gmp.
- Maticové násobení a organizace paměti.
- Rychlost výpočtu a architektura procesoru.
- Paralení výpočty OpenMP.

## Part V

## Appendix

## ADT – zásobník a fronta

- Obě datové struktury mají stejné rozhraní, např. `push()`, `pop()`, `isEmpty()`.
- Zásobník vs. fronta se liší chováním, tj. jaký prvek vrací při vyjmutí.
- Obě struktury můžeme implementovat polem nebo spojovým seznamem.
- Implementace polem (definované kapacity)
  - Zásobník inkrementujeme/dekrementujeme pouze index na volný prvek v poli.
  - Frontu implementujeme kruhovou frontou v poli, indexy na první a poslední prvek pouze inkrementujeme modulo kapacita pole.
- Postačí jednosměrný spojový seznam, implementace se liší kam přidáváme nové prvky.
  - Přidávání je snadné před první prvek (`head`) nebo za poslední prvek.
  - Odebrání je snadné pro první prvek (`head`).



## Kódovací příklad – Číslo karty

- Implementujte program, který nahradí prvních 12 cifer 16 ciferného čísla karty znakem \* a zobrazí pouze poslední čtyřčíslí.
- Čísla uvažujte jako hodnoty typu `long`.
- Implementujte s využitím pole.

```
$ clang card.c && ./a.out
9876543210987654 -> *****7654
1111222233334444 -> *****4444
5555444433332222 -> *****2222
1234567890123456 -> *****3456

char* hide_card_number(long int card);
int main(void)
{
    long nums[] = {98765432109876541,
                  11112222333344441, 55554444333322221,
                  12345678901234561 };
    const int n = sizeof(nums) / sizeof(long);
    for (int i = 0; i < n; ++i)
        printf("%1d -> %s\n", nums[i],
              hide_card_number(nums[i]));
    return 0;
}
```

- Program rozšířte o načítání čísel karet ze souboru.

- Program dále rozšířte o kontrolní součet cifer čísla karty, např. s využitím Luhnova algoritmu.

<https://www.cesaz.cz/kontrola-icpe-pomoci-luhnova-algoritmu>

## Kódovací příklady

- Ve vstupním řetězci změňte velikost písmen tak, aby první písmeno ve slově bylo vždy velké a další malá. *Title Case*
- Ve vstupním řetězci změňte velikost písmen tak, aby se v každém slově střídala velká-malá písmena. *SpOnGeCaSe*
- Ve vstupním řetězci (větě) zaměňte pořadí slov. *Reverse words*
- Ve vstupním řetězci uspořádejte znaky abecedy vzestupně a na konec řetězce vložte hodnotu součet cifer ve vstupním řetězci. *Rearrange string*  
Např. "gzve534" → "egvz12".
- Převeďte vstupní řetězec o jednom až čtyřech slovech na čtyřpísmenný ptačí kód. *4-Letter Birds Code*  
Např. "Arctic Tern" → "ARTE".
- Napište program, který k zadanému číslu najde nejbližší vyšší číslo použitím stejných číslic. *Next higher number*  
Např. 231334113 → 231334131 nebo 897654321 → 912345678.  
*Spíš algoritmizace než programování. Lze implementovat na cca 50 řádků.*  
*Použijte pro návrh řešení poznámky v textovém souboru nebo spíše „tužku a papír“ (fixu a tabuly)?*