

Cvičení 25:45, 33. března 2034
Vaše jméno a příjmení:

LGR — ukázka prvního semestrálního testu

Část první

Je dána množina atomických formulí $At = \{a, b, c, d\}$ a formulí $\varphi \in \text{Fm}(At)$ definujeme jako

$$\varphi = a \Rightarrow b$$

Úloha 1, rozmezí hodnocení: $\langle -5, 5 \rangle$ Necht

$$\Gamma = \{(a \wedge b) \Rightarrow d, c \Rightarrow \neg d, b \Rightarrow c\}.$$

Pokud je formule φ logickým důsledkem množiny formulí Γ , tedy pokud $\Gamma \vdash \varphi$, dokažte to přirozenou dedukcí. Pokud ne, ukažte, že φ není sémantickým důsledkem množiny Γ .

Úloha 2, rozmezí hodnocení: $\langle -5, 5 \rangle$ Pro formulí $\neg\varphi$ a pro množinu Γ z Úlohy 1 rozhodněte, zda $\Gamma \vdash \neg\varphi$ (a dokažte přirozenou dedukcí), či nikoli (a ukažte, že $\Gamma \not\vdash \neg\varphi$).

Část druhá

Úloha 3, rozmezí hodnocení: $\langle 0, 5 \rangle$ Přirozenou dedukcí dokažte

$$a \vee b \vdash \neg a \Rightarrow b.$$

Používejte pouze základní odvozovací pravidla.

Úloha 4, rozmezí hodnocení: $\langle 0, 5 \rangle$ Pro formulí $\alpha \in \text{Fm}(At)$ definujme množinu formulí $Con(\alpha)$ jako

$$Con(\alpha) = \{\varphi \in \text{Fm}(At) \mid \alpha \models \varphi\}.$$

Pokud pro dvě formule $\alpha, \beta \in \text{Fm}(At)$ platí

$$\alpha \models \beta,$$

platí nutně i

$$Con(\alpha) \subseteq Con(\beta)?$$

(Pokud ano, dokažte. Pokud ne, uveďte příklad dvou konkrétních formulí α a β a dokažte, že pro ně platí $Con(\alpha) \not\subseteq Con(\beta)$.)