

Jazyk pro úkol Jazyk \mathcal{L} predikátové logiky je dán následovně:

$$\begin{aligned} \text{Pred} &= \{\text{parentof}, \text{man}, \text{woman}\} \\ \text{ar}(\text{parentof}) &= 2, \\ \text{ar}(\text{man}) &= 1, \\ \text{ar}(\text{woman}) &= 1, \\ \text{Func} &= \emptyset, \\ \text{Kons} &= \{\text{John}\}. \end{aligned}$$

Formalisace Proved'te v jazyce \mathcal{L} formalisaci následujících vět, vztahů a vlastností:

1. „John je muž.“ Výslednou sentenci označte α .
2. Vlastnost *být maminkou*. (Použijte volnou proměnnou.) Výslednou formuli označte β .
3. Binární vztah *_ je maminkou _*. (Použijte dvě volné proměnné.) Výslednou formuli označte γ .
4. „Nikdo není současně mužem a ženou.“ Výslednou sentenci označte δ .
5. Binární vztah *_ je babičkou _*. Ke konstrukci můžete využít již zkonstruovanou formuli γ . Výslednou formuli označte ε .
6. „John má sestru.“ Výslednou sentenci označte ζ .
7. Vlastnost *mít sourozence*. (Použijte volnou proměnnou.) Výslednou formuli označte η .
8. „Každá maminka má tatínka.“ Výslednou sentenci označte θ .
9. „Nějaký tatínek má bratra.“ Výslednou sentenci označte κ .
10. „Každá Johnova teta má synovce.“ Výslednou sentenci označte λ .

Příklad interpretace (Sedmiprvková) interpretace \mathcal{I} jazyka \mathcal{L} je dána následovně:

$$\begin{aligned}U &= \{a, b, c, d, e, j, k\} \\ \llbracket \text{parentof} \rrbracket &= \{(a, b), (a, c), (b, d), (b, j), (c, k), (e, j)\} \\ \llbracket \text{man} \rrbracket &= \{e, j, k\} \\ \llbracket \text{woman} \rrbracket &= \{a, b, c\} \\ \llbracket \text{John} \rrbracket &= j\end{aligned}$$

1. Nakreslete si obrázek popisující danou interpretaci: vykreslete prvky množiny U , zakroužkujte všechny prvky s vlastností $\llbracket \text{man} \rrbracket$, všechny prvky s vlastností $\llbracket \text{woman} \rrbracket$, označte konstantu $\llbracket \text{John} \rrbracket$, a nakreslete šipky mezi prvky znázorňující vztah $\llbracket \text{parentof} \rrbracket$.
2. Rozhodněte o pravdivosti sentencí α , δ , ζ , θ , κ a λ v interpretaci \mathcal{I} .
3. Nalezněte význam formulí β , γ , ε , η v interpretaci \mathcal{I} .

Tvorba modelů Pro každé z následujících kritérií vymyslete co nejjednodušší příklad interpretace \mathcal{I} jazyka \mathcal{L} , která dané kritérium splňuje, a příklad interpretace \mathcal{J} , která daná kritérium nesplňuje.

1. Je model sentence δ .
2. Je model sentence θ .
3. Je model množiny sentencí $\{\kappa, \lambda\}$.

Nepovinné Promyslete, jak by se daly formalisovat další rodinné vztahy a prozkoumejte na vhodných interpretacích, zda se vaše formalisace chová očekávaným způsobem.