

Jazyk pro úkol Jazyk \mathcal{L} predikátové logiky je dán následovně:

$$\begin{aligned}\text{Pred} &= \{\text{parentof}, \text{man}, \text{woman}\} \\ \text{ar}(\text{parentof}) &= 2, \\ \text{ar}(\text{man}) &= 1, \\ \text{ar}(\text{woman}) &= 1, \\ \text{Func} &= \{\text{mom}\}, \\ \text{ar}(\text{mom}) &= 1, \\ \text{Kons} &= \emptyset\end{aligned}$$

Úloha 1 (Splnitelnost). Pro každou z následujících sentencí rozhodněte, zda je splnitelná, a zda je splnitelná její negace. Přeložíme-li dané sentence do přirozeného jazyka, co tvrdí?

1. $\exists x(\text{man}(x) \wedge \text{woman}(x))$.
2. $\exists x \text{parentof}(x, x)$.
3. $\forall x \exists y \text{parentof}(y, x)$.
4. $\forall x \exists y \text{parentof}(x, y)$.

Řešení. 1. Ano, a negace je také splnitelná.

2. Ano, a negace je také splnitelná.
3. Ano, a negace je také splnitelná.
4. Ano, a negace je také splnitelná.

Úloha 2 (Sémantický důsledek). Platí následující sémantické důsledky?

1. $\forall x(\text{man}(x) \vee \text{woman}(x)) \models \forall x \neg(\text{man}(x) \wedge \text{woman}(x))$.
2. $\{\forall x \exists y \text{parentof}(y, x), \exists y \text{woman}(y)\} \models \exists y(\text{woman}(y) \wedge \exists z \text{parentof}(y, z))$.
- 3.

$$\begin{aligned}& \{\forall x(\text{woman}(\text{mom}(x)) \wedge \text{parentof}(\text{mom}(x), x)), \\ & \forall x \forall y((\text{parentof}(y, x) \wedge \text{woman}(y)) \Rightarrow y = \text{mom}(x))\} \\ & \models \forall x \forall y \forall z((\text{parentof}(y, x) \wedge \text{parentof}(z, x)) \Rightarrow y = z).\end{aligned}$$

Řešení. 1. Ne.

2. Ne.

3. Ne.