

Grafy — úkol 1

1 Základní pojmy

Definice 1.1. Necht' v je vrchol v grafu G . *Stupeň* vrcholu v je číslo $d(v)$ udávající počet hran e , pro které platí $v \in e$.

Neformálně: stupeň vrcholu je počet hran, které z něj vycházejí.
Dokažte následující tvrzení:

Tvrzení 1.2 (Handshaking lemma). Necht' $G = (V, E)$ je neorientovaný graf. Platí rovnost

$$\sum_{v \in V} d(v) = 2|E|.$$

2 Stromy

Dokažte následující tvrzení:

Tvrzení 2.1. Necht' G je neorientovaný graf. Následující tvrzení jsou ekvivalentní:

1. G je strom.
2. G neobsahuje kružnice, a přidáním jakékoli hrany v něm vznikne právě jedna kružnice.
3. G je souvislý, a odebráním jakékoli hrany přestane být souvislým.

Tvrzení 2.2. Mějme graf $G = (V, E)$, pro který platí následující podmínka:

Mezi každou dvojicí vrcholů u a v vede právě jedna cesta.

Pak je G strom.