

(Ne)kooperativní hry

Tomáš Svoboda, svobodat@fel.cvut.cz

Petr Pošík, petr.posik@cvut.cz

katedra kybernetiky

25. září 2024



Věžňovo dilema, Alice a Bob



Vězňovo dilema, Alice a Bob



Vězňovo dilema

Představme si dva vězně, jejichž cílem je co nejvíce zkrátit dobu uvěznění. Spolu spáchali jeden zločin, např. přepadení. Policie dopadla pachatele blízko místa přepadení s kradeným zbožím a může je usvědčit z přechovávání kradeného zboží. Policie se snaží usvědčit alespoň jednoho ze obviněných z hlavního zločinu (přepadení), pro což není dostatek důkazů. Snaží se tedy přimět každého z obviněných, aby svědčil a udal z hlavního zločinu toho druhého. Každý z vězňů je vyslýchán zvlášť a nemohou spolu mluvit ani *před* ani *během* výslechu.

Podle čeho se vězni rozhodují?



Vězňovo dilema

Představme si dva vězně, jejichž cílem je co nejvíce zkrátit dobu uvěznění. Spolu spáchali jeden zločin, např. přepadení. Policie dopadla pachatele blízko místa přepadení s kradeným zbožím a může je usvědčit z přechovávání kradeného zboží. Policie se snaží usvědčit alespoň jednoho ze obviněných z hlavního zločinu (přepadení), pro což není dostatek důkazů. Snaží se tedy přimět každého z obviněných, aby svědčil a udal z hlavního zločinu toho druhého. Každý z vězňů je vyslýchán zvlášť a nemohou spolu mluvit ani *před* ani *během* výslechu.

Podle čeho se vězni rozhodují?



Kritéria pro rozhodnutí, z pohledu vězně **Alice**

- ▶ Pokud budu svědčit (udám vězně **Bob**) a vězeň B udělá to samé, půjdeme oba do vězení na 3 roky (oba se navzájem usvědčíme z hlavního zločinu).
- ▶ Pokud budu svědčit proti B, ale B proti mně ne (tedy vězně B podrazím), půjde on do vězení na 4 roky (za hlavní zločin, jediný viník) a já na 1 rok (nižší trest jako odměna za usvědčení B). A naopak.
- ▶ Pokud budeme oba svorně mlčet, půjdeme oba pouze na 2 roky (trest za méně závažný zločin, pro který jsou důkazy).

Kritéria pro rozhodnutí, z pohledu vězně **Alice**

- ▶ Pokud budu svědčit (udám vězně **Bob**) a vězeň B udělá to samé, půjdeme oba do vězení na 3 roky (oba se navzájem usvědčíme z hlavního zločinu).
- ▶ Pokud budu svědčit proti B, ale B proti mně ne (tedy vězně B podrazím), půjde on do vězení na 4 roky (za hlavní zločin, jediný viník) a já na 1 rok (nižší trest jako odměna za usvědčení B). A naopak.
- ▶ Pokud budeme oba svorně mlčet, půjdeme oba pouze na 2 roky (trest za méně závažný zločin, pro který jsou důkazy).

Kritéria pro rozhodnutí, z pohledu vězně **Alice**

- ▶ Pokud budu svědčit (udám vězně **Bob**) a vězeň B udělá to samé, půjdeme oba do vězení na 3 roky (oba se navzájem usvědčíme z hlavního zločinu).
- ▶ Pokud budu svědčit proti B, ale B proti mně ne (tedy vězně B podrazím), půjde on do vězení na 4 roky (za hlavní zločin, jediný viník) a já na 1 rok (nižší trest jako odměna za usvědčení B). A naopak.
- ▶ Pokud budeme oba svorně mlčet, půjdeme oba pouze na 2 roky (trest za méně závažný zločin, pro který jsou důkazy).

Payoff matrix – matice odměn (a ztrát)

		vězeň B			
		mlčet		svědčit	
vězeň A	mlčet	-2	-2	-4	-1
	svědčit	-1	-4	-3	-3

Číslice v tabulce udávají roky ve vězení.

Jaká je *racionální* strategie?

A: svědčit

B: mlčet

C: záleží zda jsem vězeň A nebo B

Payoff matrix – matice odměn (a ztrát)

		vězeň B			
		mlčet		svědčit	
vězeň A	mlčet	-2	-2	-4	-1
	svědčit	-1	-4	-3	-3

Číslice v tabulce udávají roky ve vězení.

Jaká je *racionální* strategie?

A svědčit

B mlčet

C záleží zda jsem vězeň A nebo B

Optimální strategie? Proč dilema?

Připomínám, že hráč neví jak bude hrát protivník, oba hrají současně a nemohou se domluvit předem.

		vězeň B			
		mlčet		svědčit	
vězeň A	mlčet	-2	-2	-4	-1
	svědčit	-1	-4	-3	-3

Z pohledu vězně A

- ▶ když bude B mlčet, je pro mne lepší svědčit (ho udat) $-1 > -2$.
- ▶ když B bude svědčit, je pro mne opět lepší svědčit (svědčit) $-3 > -4$
- ▶ *Dominantní* strategie pro vězně A je tedy vždy svědčit/udat.
- ▶ Ovšem, kdyby se bývali mohli domluvit ... (celková doba věznění je nejmenší)
- ▶ ... a to je právě to *dilema*, o kterém hovoříme

Optimální strategie? Proč dilema?

Připomínám, že hráč neví jak bude hrát protivník, oba hrají současně a nemohou se domluvit předem.

		vězeň B			
		mlčet		svědčit	
vězeň A	mlčet	-2	-2	-4	-1
	svědčit	-1	-4	-3	-3

Z pohledu vězně A

- ▶ když bude B mlčet, je pro mne lepší svědčit (ho udat) $-1 > -2$.
- ▶ když B bude svědčit, je pro mne opět lepší svědčit (svědčit) $-3 > -4$
- ▶ *Dominantní strategie* pro vězně A je tedy vždy svědčit/udat.
- ▶ Ovšem, kdyby se bývali mohli domluvit ... (celková doba věznění je nejmenší)
- ▶ ... a to je právě to *dilema*, o kterém hovoříme

Optimální strategie? Proč dilema?

Připomínám, že hráč neví jak bude hrát protivník, oba hrají současně a nemohou se domluvit předem.

		vězeň B			
		mlčet		svědčit	
vězeň A	mlčet	-2	-2	-4	-1
	svědčit	-1	-4	-3	-3

Z pohledu vězně A

- ▶ když bude B mlčet, je pro mne lepší svědčit (ho udat) $-1 > -2$.
- ▶ když B bude svědčit, je pro mne opět lepší svědčit (svědčit) $-3 > -4$

▶ *Dominantní strategie pro vězně A je tedy vždy svědčit/udat.*

▶ *Ovšem, kdyby se bývali mohli domluvit ... (celková doba věznění je nejmenší)*

▶ *... a to je právě to *dilema*, o kterém hovoříme*

Optimální strategie? Proč dilema?

Připomínám, že hráč neví jak bude hrát protivník, oba hrají současně a nemohou se domluvit předem.

		vězeň B			
		mlčet		svědčit	
vězeň A	mlčet	-2	-2	-4	-1
	svědčit	-1	-4	-3	-3

Z pohledu vězně A

- ▶ když bude B mlčet, je pro mne lepší svědčit (ho udat) $-1 > -2$.
- ▶ když B bude svědčit, je pro mne opět lepší svědčit (svědčit) $-3 > -4$
- ▶ *Dominantní* strategie pro vězně A je tedy vždy svědčit/udat.

▶ Ovšem, kdyby se bývali mohli domluvit ... (celková doba věznění je nejmenší)
▶ ... a to je právě to *dilema*, o kterém hovoříme

Optimální strategie? Proč dilema?

Připomínám, že hráč neví jak bude hrát protivník, oba hrají současně a nemohou se domluvit předem.

		vězeň B			
		mlčet		svědčit	
vězeň A	mlčet	-2	-2	-4	-1
	svědčit	-1	-4	-3	-3

Z pohledu vězně A

- ▶ když bude B mlčet, je pro mne lepší svědčit (ho udat) $-1 > -2$.
- ▶ když B bude svědčit, je pro mne opět lepší svědčit (svědčit) $-3 > -4$
- ▶ *Dominantní* strategie pro vězně A je tedy vždy svědčit/udat.
- ▶ Ovšem, kdyby se bývali mohli domluvit ... (celková doba věznění je nejmenší)
▶ ... a to je právě to *dilema*, o kterém hovoříme

Optimální strategie? Proč dilema?

Připomínám, že hráč neví jak bude hrát protivník, oba hrají současně a nemohou se domluvit předem.

		vězeň B			
		mlčet		svědčit	
vězeň A	mlčet	-2	-2	-4	-1
	svědčit	-1	-4	-3	-3

Z pohledu vězně A

- ▶ když bude B mlčet, je pro mne lepší svědčit (ho udat) $-1 > -2$.
- ▶ když B bude svědčit, je pro mne opět lepší svědčit (svědčit) $-3 > -4$
- ▶ *Dominantní* strategie pro vězně A je tedy vždy svědčit/udat.
- ▶ Ovšem, kdyby se bývali mohli domluvit ... (celková doba věznění je nejmenší)
- ▶ ... a to je právě to *dilema*, o kterém hovoříme

Inzerovat nebo neinzerovat?

Čísla znamenají výtěžky firmy.

		Výrobce cigaret B			
		inzerovat		neinzerovat	
Výrobce cigaret A	inzerovat	30	30	50	20
	neinzerovat	20	50	40	40

Omezit produkci nebo neomezit?

Čísla znamenají výdělky firmy.

		Firma B			
		omezit		neomezit	
Firma A	omezit	300	300	100	400
	neomezit	400	100	200	200

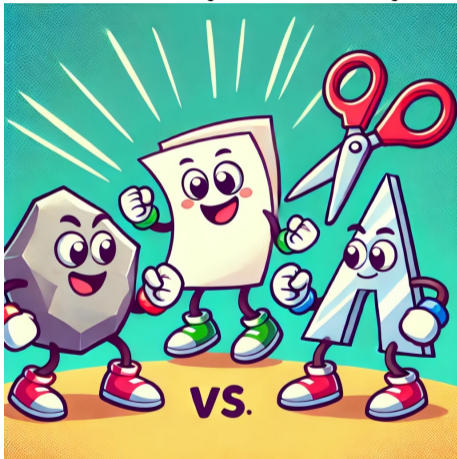
Snížit ceny nebo nesnížit?

Čísla znamenají výdělků firmy.

		Firma B			
		snížit		nesnížit	
Firma A	snížit	90	90	80	110
	nesnížit	110	80	100	100

Kámen–nůžky–papír (KNP)

Dokážeme sestrotit matici? Jak je velká? Jaká je racionální strategie?



Vězňovo dilema, obecný pohled: podvést vs. nepodvést

		Vězeň B			
		mlčet		svědčit	
Vězeň A	mlčet	-2	-2	-4	-1
	svědčit	-1	-4	-3	-3

Podívejme se na hru ze *vzájemného* hlediska hráčů–vězňů. Svědčit vlastně znamená kolegu podvést (*defect*). Naopak kolegiálně zapírat pak znamená nepodvést, lze říci i spolupracovat (*cooperate*).

		vězeň B			
		nepodvést		podvést	
vězeň A	nepodvést	-2	-2	-4	-1
	podvést	-1	-4	-3	-3

Víme, že pro oba hráče je *racionální* volbou podvést.
Skutečně vždy?

Vězňovo dilema, obecný pohled: podvést vs. nepodvést

		Vězeň B			
		mlčet		svědčit	
Vězeň A	mlčet	-2	-2	-4	-1
	svědčit	-1	-4	-3	-3

Podívejme se na hru ze *vzájemného* hlediska hráčů–vězňů. Svědčit vlastně znamená kolegou podvést (*defect*). Naopak kolegiálně zapírat pak znamená nepodvést, lze říci i spolupracovat (*cooperate*).

		vězeň B			
		nepodvést		podvést	
vězeň A	nepodvést	-2	-2	-4	-1
	podvést	-1	-4	-3	-3

Víme, že pro oba hráče je *racionální* volbou podvést.
Skutečně vždy?

Vězňovo dilema, obecný pohled: podvádět vs. nepodvádět

		Vězeň B			
		mlčet		svědčit	
Vězeň A	mlčet	-2	-2	-4	-1
	svědčit	-1	-4	-3	-3

Podívejme se na hru ze *vzájemného* hlediska hráčů–vězňů. Svědčit vlastně znamená kolegou podvádět (*defect*). Naopak kolegiálně zapírat pak znamená nepodvádět, lze říci i spolupracovat (*cooperate*).

		vězeň B			
		nepodvádět		podvádět	
vězeň A	nepodvádět	-2	-2	-4	-1
	podvádět	-1	-4	-3	-3

Víme, že pro oba hráče je *racionální* volbou podvádět.

Skutečně vždy?

01

Vězňovo dilema, obecný pohled: podvádět vs. nepodvádět

		Vězeň B			
		mlčet		svědčit	
Vězeň A	mlčet	-2	-2	-4	-1
	svědčit	-1	-4	-3	-3

Podívejme se na hru ze *vzájemného* hlediska hráčů–vězňů. Svědčit vlastně znamená kolegou podvádět (*defect*). Naopak kolegiálně zapírat pak znamená nepodvádět, lze říci i spolupracovat (*cooperate*).

		vězeň B			
		nepodvádět		podvádět	
vězeň A	nepodvádět	-2	-2	-4	-1
	podvádět	-1	-4	-3	-3

Víme, že pro oba hráče je *racionální* volbou podvádět.
Skutečně vždy?

Obecnější pohled na matici zisků a hráče

		hráč B			
		nepodvést		podvést	
hráč A	nepodvést				
	podvést				

- T Trest
- P Pokušení
- N Naivky odměna
- O Odměna

Předpokládejme teď, že cílem je maximalizace zisku a čísla vyjadřují peněžní odměny.
Dokážeme odvodit podmínky na velikost T,P,N,O, aby platilo, že racionální volbou je podvést?
Pro jaké T,P,N,O nastává dilema?

01

Obecnější pohled na matici zisků a hráče

		hráč B	
		holubice	jestřáb
hráč A	holubice		
	jestřáb		

- T Trest
- P Pokušení
- N Naivky odměna
- O Odměna

Předpokládejme teď, že cílem je maximalizace zisku a čísla vyjadřují peněžní odměny.
Dokážeme odvodit podmínky na velikost T,P,N,O, aby platilo, že racionální volbou je podvést?

Pro jaké T,P,N,O nastává dilema?

01

Obecnější pohled na matici zisků a hráče

		hráč B			
		holubice		jestřáb	
hráč A	holubice				
	jestřáb				

- T Trest
- P Pokušení
- N Naivky odměna
- O Odměna

Předpokládejme teď, že cílem je maximalizace zisku a čísla vyjadřují peněžní odměny.
Dokážeme odvodit podmínky na velikost T,P,N,O, aby platilo, že racionální volbou je podvádět?
Pro jaké T,P,N,O nastává dilema?

01

Holubice vs Jestřáb



OK, racionální je podvést. Jak to, že svět funguje?

Tak tato otázka herní teoretiky také dlouho trápila.

- ▶ spolupráce je mezi lidmi běžná
- ▶ proč spolupracovat, když to není racionální?
- ▶ vyplatí se zločin?
- ▶ spolupracují lidé jen tehdy, když se jim to vyplatí?

Toto je zásadní problém. Teorie her, je teorie, která modeluje¹ lidské chování. A hle, lidé se chovají způsobem, který teorii neodpovídá.

⇒ Teorie je špatná ???

¹Nalezení modelu znamená nalezení zjednodušené verze světa a univerzálního receptu.

OK, racionální je podvést. Jak to, že svět funguje?

Tak tato otázka herní teoretiky také dlouho trápila.

- ▶ spolupráce je mezi lidmi běžná
- ▶ proč spolupracovat, když to není racionální?
- ▶ vyplatí se zločin?
- ▶ spolupracují lidé jen tehdy, když se jim to vyplatí?

Toto je zásadní problém. Teorie her, je teorie, která modeluje¹ lidské chování. A hle, lidé se chovají způsobem, který teorii neodpovídá.

⇒ Teorie je špatná ???

¹Nalezení modelu znamená nalezení zjednodušené verze světa a univerzálního receptu.

OK, racionální je podvést. Jak to, že svět funguje?

Tak tato otázka herní teoretiky také dlouho trápila.

- ▶ spolupráce je mezi lidmi běžná
- ▶ proč spolupracovat, když to není racionální?
- ▶ vyplatí se zločin?
- ▶ spolupracují lidé jen tehdy, když se jim to vyplatí?

Toto je zásadní problém. Teorie her, je teorie, která modeluje¹ lidské chování. A hle, lidé se chovají způsobem, který teorii neodpovídá.

⇒ Teorie je špatná ???

¹Nalezení modelu znamená nalezení zjednodušené verze světa a univerzálního receptu.

OK, racionální je podvést. Jak to, že svět funguje?

Tak tato otázka herní teoretiky také dlouho trápila.

- ▶ spolupráce je mezi lidmi běžná
- ▶ proč spolupracovat, když to není racionální?
- ▶ vyplatí se zločin?
- ▶ spolupracují lidé jen tehdy, když se jim to vyplatí?

Toto je zásadní problém. Teorie her, je teorie, která modeluje¹ lidské chování. A hle, lidé se chovají způsobem, který teorii neodpovídá.

⇒ Teorie je špatná ???

¹Nalezení modelu znamená nalezení zjednodušené verze světa a univerzálního receptu.

OK, racionální je podvést. Jak to, že svět funguje?

Tak tato otázka herní teoretiky také dlouho trápila.

- ▶ spolupráce je mezi lidmi běžná
- ▶ proč spolupracovat, když to není racionální?
- ▶ vyplatí se zločin?
- ▶ spolupracují lidé jen tehdy, když se jim to vyplatí?

Toto je zásadní problém. Teorie her, je teorie, která modeluje¹ lidské chování. A hle, lidé se chovají způsobem, který teorii neodpovídá.

⇒ Teorie je špatná ???

¹Nalezení modelu znamená nalezení zjednodušené verze světa a univerzálního receptu.



²<https://www.flickr.com/photos/tambako/51262516348>

V životě se obvykle nehrají *jednokolové* hry

- ▶ zkusím začít kooperovat, třeba bude také?
- ▶ zapomenu někdy na jeho podvod?
- ▶ jsou rozhodnutí protivníka jen racionální?
- ▶ ...

Další čtení: [Evolution of Trust](#) nebo v knihách [1], [3]. O tom jak a proč lidé rozhodují v opakovaných hrách, také viz [2].

Základní termíny

hráči (players) dělají rozhodnutí

strategie (strategy) chování hráčů

zisk (užitek, payoff) výstup, následek rozhodnutí

dominantní strategie nejlepší strategie pro hráče, bez ohledu na strategii protivníka

Co na závěr?

Let's play!



References

- [1] Ken Binmore.
Teorie her.
Dokořán a Argo, 2014.
překlad Ondrej Majer.
- [2] Jonathan Haidt.
Morálka lidské mysli: Proč lidi rozděluje politika a náboženství.
Dybbuk, 2013.
- [3] Matt Ridley.
The origins of virtue.
Viking, New York, 1st american ed. edition, 1997.
Také v češtině: Původ ctnosti, Portál 2010.