

# Metody zpracování dat ze senzorů

Obraz z kamery a hloubkoměru

**Pavel Krsek, Vladimír Petřík, Libor Wagner**

březen 2022

- ◆ Matematický popis transformací
- ◆ Obraz z kamery a barevný prostor
- ◆ Segmentace a popis oblastí
- ◆ Matematický model kamery

**Zkoušeli jste již spusti prostředí?**

A Ne, zatím jsem se k tomu nedostal

B Ano, na počítači v laboratoři

C Ano, na svém počítači

**Byli jste úspěšní (pokud jste se pokusili) ?**

A Ano

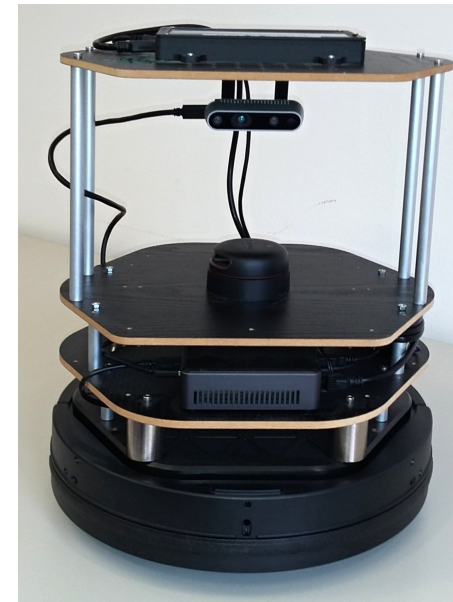
B Částečně

C Ne

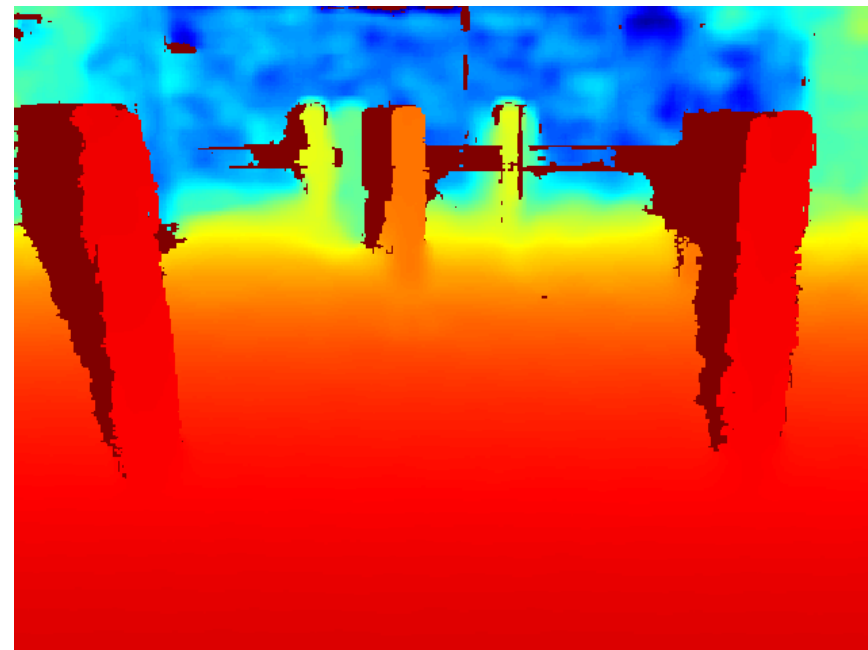


## Důležité senzory

- ◆ Microsoft Kinect (Intel RealSens)
  - RGB kamera (640x480)
  - 3D hloubková kamera (640x480)
- ◆ Nárazník v přední části



RGB snímek



Hloubkový snímek

## Matematické vztahy

bod, vektor, rovina, transformace,  
homogenní souřadnice

# Bod a jeho souřadnice

5/31

Eukleidovský prostor (kartézský prostor)  $\mathbb{R}^2$ ,  $\mathbb{R}^3$ , ortonormální báze

$\mathbb{R}^2$

$\mathbb{R}^3$

Bod v prostoru

$$\mathbf{p} = [x, y]$$

$$\mathbf{p} = [x, y, z]$$

Lineární transformace

$$\begin{aligned}x' &= ax + by + c \\y' &= dx + ey + f\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}x' &= ax + by + cz + d \\y' &= ex + fy + gz + h \\z' &= ix + jy + kz + l\end{aligned}$$

Maticový zápis

$$\begin{aligned}\mathbf{p}' &= \mathbf{R}\mathbf{p} + \mathbf{t} \\ \mathbf{p} &= [x, y]^T, \mathbf{p}' = [x', y']^T\end{aligned}$$

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} a & b \\ d & e \end{bmatrix}, \mathbf{t} = [c, f]^T$$

$$\begin{aligned}\mathbf{p}' &= \mathbf{R}\mathbf{p} + \mathbf{t} \\ \mathbf{p} &= [x, y, z]^T, \mathbf{p}' = [x', y', z']^T\end{aligned}$$

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} a & b & c \\ e & f & g \\ i & j & k \end{bmatrix}, \mathbf{t} = [d, h, l]^T$$

$\mathbf{R}$  se nazývá transformační maticí a  $\mathbf{t}$  je translační vektor.

## Vztah vektorů v $\mathbb{R}^3$

Máme dvojici vektorů v  $\mathbb{R}^3$ :  $\mathbf{p} = [p_1, p_2, p_3]$ ,  $\mathbf{q} = [q_1, q_2, q_3]$

### Vzájemný úhel dvou vektorů - Skalární součin

Skalární součin:  $\mathbf{p} \cdot \mathbf{q} = p_1q_1 + p_2q_2 + p_3q_3 = \|\mathbf{p}\| \|\mathbf{q}\| \cos \alpha$

Úhel vektorů:

$$\cos \alpha = \frac{\mathbf{p} \cdot \mathbf{q}}{\|\mathbf{p}\| \|\mathbf{q}\|}$$

### Vektor kolmý na dvojici vektorů - Vektorový součin

Vektorový součin:

$$\mathbf{p} \times \mathbf{q} = \mathbf{n} \|\mathbf{p}\| \|\mathbf{q}\| \sin \alpha$$

$$\mathbf{p} \times \mathbf{q} = \begin{bmatrix} p_2q_3 - p_3q_2 \\ p_3q_1 - p_1q_3 \\ p_1q_2 - p_2q_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -p_3 & p_1 \\ p_3 & 0 & -p_2 \\ -p_1 & p_2 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{q}$$

Normálový vektor:

$$\mathbf{n} = \frac{\mathbf{p} \times \mathbf{q}}{\|\mathbf{p}\| \|\mathbf{q}\| \sin \alpha}, \quad \|\mathbf{n}\| = 1$$

# Homogenní souřadnice

**Definice:** Uspořádanou  $n$ -tici čísel  $[h_1, h_2, \dots, h_n]$  nazýváme homogenními souřadnicemi bodu  $\mathbf{p} = [p_1, p_2, \dots, p_{n-1}]$  v  $\mathbb{R}^{n-1}$  pokud platí že  $h_1/h_n = p_1$ ,  $h_2/h_n = p_2$ , ...,  $h_{n-1}/h_n = p_{n-1}$ , kde  $p_1$  až  $p_{n-1}$  jsou kartézské souřadnice bodu  $\mathbf{p}$ .

## Vlastnosti homogenních souřadnic

- ◆ Rozšíření prostoru  $\mathbb{R}^2 \Rightarrow \mathbb{R}^3$  resp.  $\mathbb{R}^3 \Rightarrow \mathbb{R}^4$
- ◆ Popis bodu není jednoznačný:  $\mathbf{p}_H = [h_1, h_2, \dots, h_n] \sim \lambda[h_1, h_2, \dots, h_n]$ ,  $\lambda \neq 0$
- ◆ Převod z/do homogenních souřadnic

$$\begin{array}{l} \mathbb{R}^2 \\ \mathbf{p} = [u, v] \Rightarrow \mathbf{p}_H = [u, v, 1] \\ \mathbf{p}_H = [u, v, w] \Rightarrow \mathbf{p} = \left[\frac{u}{w}, \frac{v}{w}\right] \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \mathbb{R}^3 \\ \mathbf{p} = [x, y, z] \Rightarrow \mathbf{p}_H = [x, y, z, 1] \\ \mathbf{p}_H = [x, y, z, w] \Rightarrow \mathbf{p} = \left[\frac{x}{w}, \frac{y}{w}, \frac{z}{w}\right] \end{array}$$

- ◆ Lineární transformace souřadnic

$$\mathbb{R}^2 : \quad \mathbf{p}'_H = \mathbf{P}^{3 \times 3} \mathbf{p}_H \qquad \mathbb{R}^3 : \quad \mathbf{p}'_H = \mathbf{P}^{4 \times 4} \mathbf{p}_H$$

# Transformace souřadnic

8/31

## Euklidova (rigid) transformace souřadnic

$$\mathbf{p}'_H = \begin{bmatrix} \mathbf{R} & \mathbf{t} \\ \mathbf{0}^T & 1 \end{bmatrix} \mathbf{p}_H, \quad \mathbf{H} = \begin{bmatrix} \mathbf{R} & \mathbf{t} \\ \mathbf{0}^T & 1 \end{bmatrix}$$

kde  $\mathbf{R}$  je rotační matice

Maticový zápis v homogenních a kartézských souřadnicích

$$\mathbf{p}'_H = \mathbf{H} \mathbf{p}_H$$

$$\mathbf{p}' = \mathbf{R} \mathbf{p} + \mathbf{t}$$

Opačná (inverzní) transformace

$$\mathbf{p}_H = \mathbf{H}^{-1} \mathbf{p}'_H$$

$$\mathbf{p} = \mathbf{R}^T (\mathbf{p}' - \mathbf{t})$$

## Afinní a projektivní transformace

$$\mathbf{p}'_H = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{t} \\ \mathbf{0}^T & 1 \end{bmatrix} \mathbf{p}_H$$

a

$$\mathbf{p}'_H = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{t} \\ \mathbf{v}^T & v \end{bmatrix} \mathbf{p}_H$$



$\mathbb{R}^2$  - přímka

$\mathbb{R}^3$  - rovina

**Parametrické vyjádření (parametry  $s, t$ )**

$$\begin{aligned}u &= u_0 + a_1s \\v &= v_0 + a_2s\end{aligned}$$

$$\mathbf{p} = \mathbf{p}_0 + \mathbf{a}s$$

$$\begin{aligned}x &= x_0 + a_1s + b_1t \\y &= y_0 + a_2s + b_2t \\z &= z_0 + a_3s + b_3t\end{aligned}$$

$$\mathbf{p} = \mathbf{p}_0 + \mathbf{a}s + \mathbf{b}t$$

**Obecná rovnice (maticově v homogenních souřadnicích)**

$$au + bv + c = 0$$

$$\mathbf{A}\mathbf{p}_H = \mathbf{0}, \text{ kde } \mathbf{A} = [a, b, c]$$

$$ax + by + cz + d = 0$$

$$\mathbf{A}\mathbf{p}_H = \mathbf{0}, \text{ kde } \mathbf{A} = [a, b, c, d]$$

**Normála  $\mathbf{n}$**

$$\mathbf{n} = [a, b] / \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$\mathbf{n} = [a, b, c] / \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$

**Vzdálenost  $\Delta$  bodu  $\mathbf{p}_1$**

$$\Delta = \frac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

$$\Delta = \frac{|ax_1 + by_1 + cz_1 + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$$

## Přímka v $\mathbb{R}^3$

### Parametrické vyjádření (parametr $s$ )

$$\begin{aligned}x &= x_0 + a_1s \\y &= y_0 + a_2s \quad \equiv \quad \mathbf{p} = \mathbf{p}_0 + \mathbf{a}s \\z &= z_0 + a_3s\end{aligned}$$

### Průsečík dvou rovin (řešení soustavy lineárních rovnic)

$$\begin{aligned}a_1x + b_1y + c_1z + d_1 &= 0 \\a_2x + b_2y + c_2z + d_2 &= 0\end{aligned}$$

### Řešení soustavy homogenních lineárních rovnic (SVD)

- ◆ Soustava rovnic:  $\mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{0}$ , matice  $\mathbf{A}$  je známá, hledáme řešení  $\mathbf{x} \neq \mathbf{0}$ .
- ◆ SVD dekompozice:  $\mathbf{A} = [\mathbf{U}|\mathbf{U}_0]_{m \times m} \begin{bmatrix} \mathbf{S}_{n \times n} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} [\mathbf{V}|\mathbf{V}_0]_{n \times n}^T$
- ◆ Vektor  $\mathbf{V}_0$  je pravým singulárním vektorem odpovídající nulovému vlastnímu číslu matice  $\mathbf{A}$ . Řešením je  $\mathbf{x} = \mathbf{V}_0$ .
- ◆ Pokud matice  $\mathbf{A}$  nemá nulové vlastní číslo a  $\mathbf{V}_0$  odpovídá nejmenšímu z nich pak řešení  $\mathbf{x} = \mathbf{V}_0$  minimalizuje normu  $\mathbf{A}\mathbf{x}$ .

## Obraz z kamery

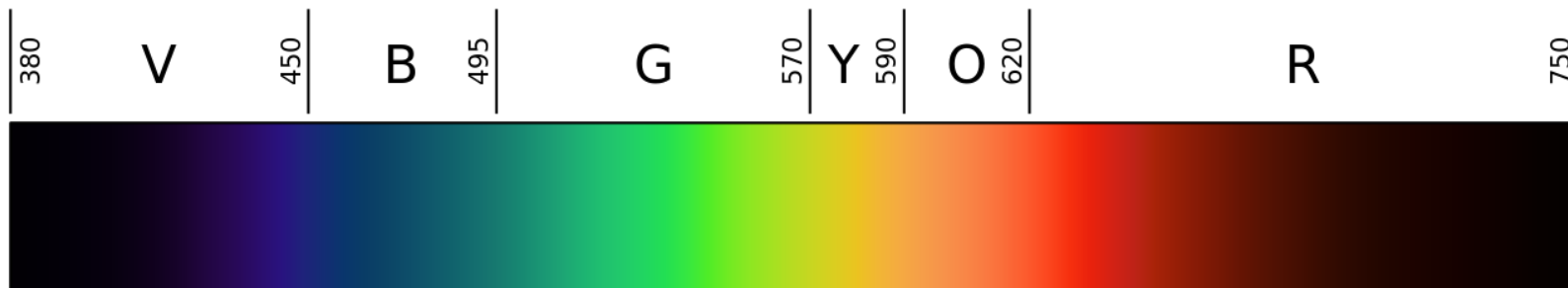
Pořízení obrazu a jeho reprezentace

**Světlo = elektromagnetické záření**

**Viditelná část spektra: 390–760 nm (390–790 THz)**

**Parametry záření:**

- ◆ Frekvence záření (vlnová délka) je detekována kamerou nepřímo.
- ◆ Amplituda (intenzita) je přímo kamerou snímána.
- ◆ Polarizace (příčné vlny) se využívá prostřednictvím polarizačních filtrů.
- ◆ Fáze má význam pouze pro koherentních zobrazení (holografie, interferometrie).



vlnová délka uvedena v nanometrech [nm]

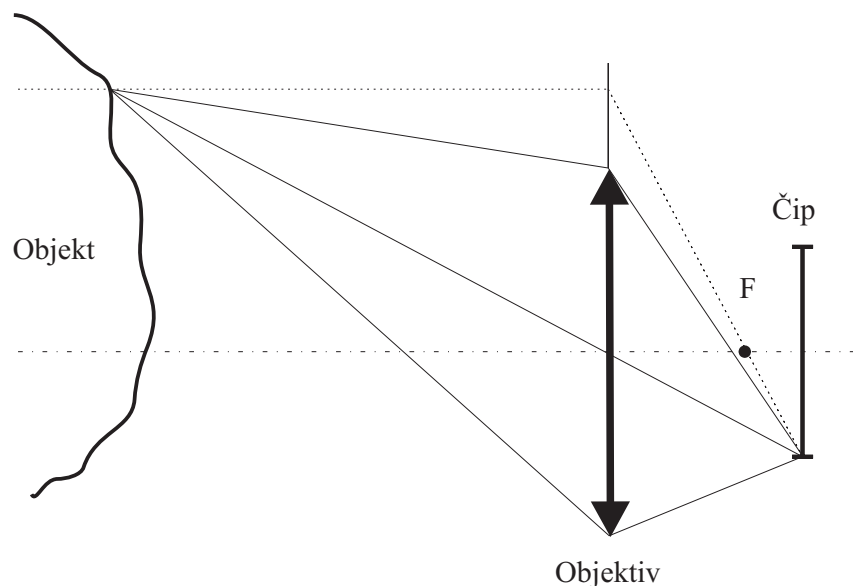
# Formování obrazu

## Klasický objektiv

- ◆ Vzdálenost objektu  $\gg$  ohnisková vzdálenost.
- ◆ Objektiv modelujeme jako tenkou čočku (středové promítání)

## Vznik obrazu

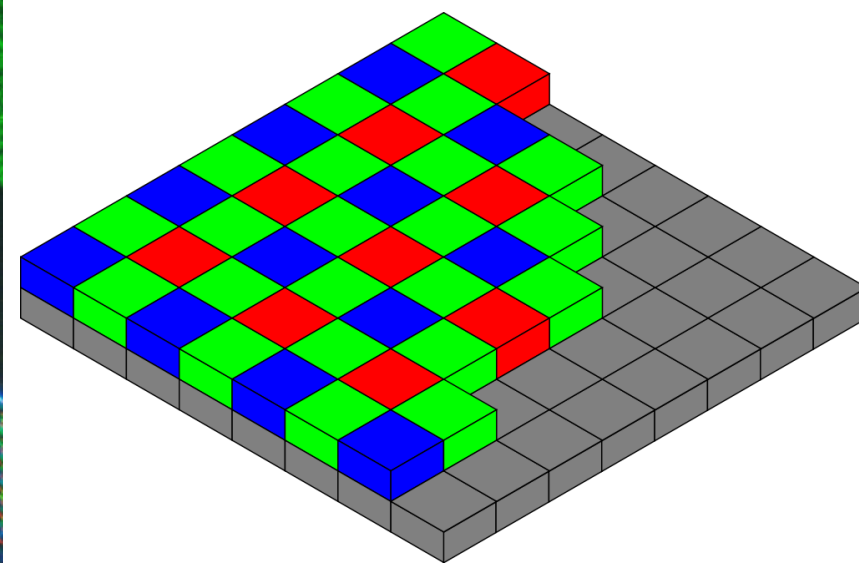
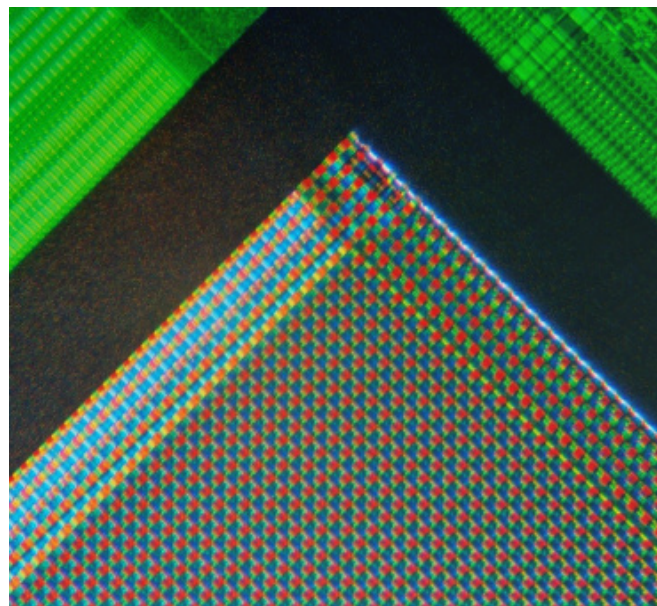
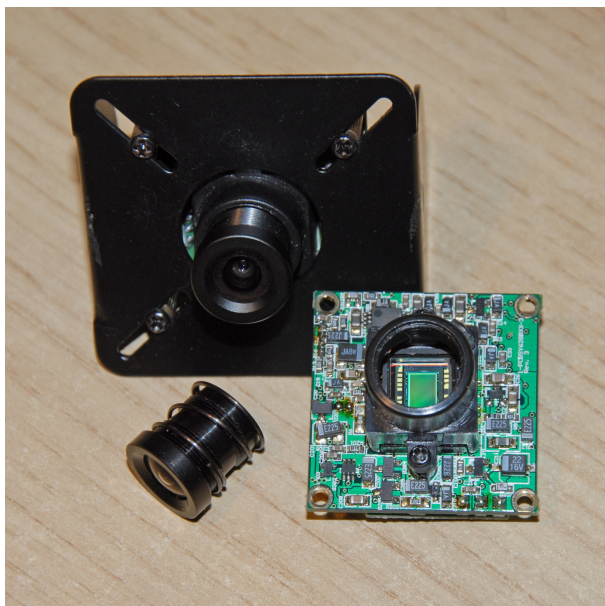
- ◆ Světlo se odráží od povrchu objektu.
- ◆ Odražené světlo promítá objektiv na čip (snímač).
- ◆ Snímač převádí světlo (fotony) na elektrický signál.



## Snímač - obrazový senzor

### Obvyklá realizace snímače

- ◆ Snímač se skládá z jednotlivých citlivých buněk - obrazových bodů.
- ◆ Dopadající světlo (fotony) se v polovodiči mění na nábojové páry (elektron-díra).
- ◆ Nábojové páry se ve statickém elektrickém poli mění na proudové impulzy.
- ◆ Impulzy jsou po dobu expozice integrovány nabíjením/vybíjením kondenzátoru.
- ◆ Obrazové body tvoří pravoúhlou síť se stejnými rozestupy v obou směrech.

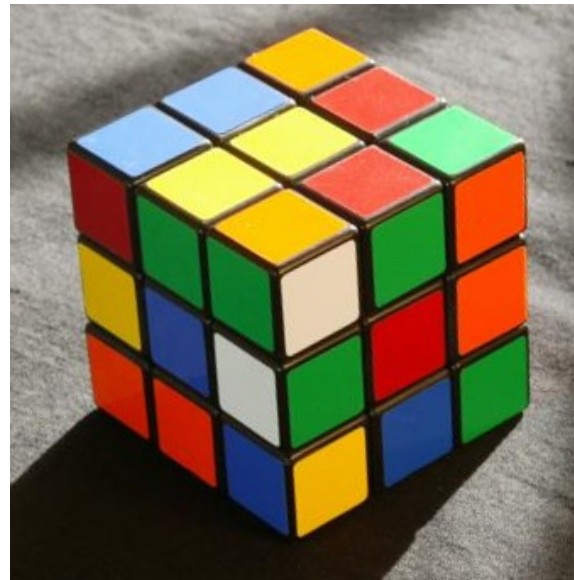


# Vliv osvětlení na obraz

15/31

## Rubikova kostka

- ◆ Osvětlená sluncem.
- ◆ Stín zprava osvětlen navíc žárovkou.
- ◆ Různé nastavení vyvážení bílé.



## Barevné spektrum

- ◆ Osvětlené sluncem.
- ◆ Stín vlevo osvětlen navíc žárovkou.



# Obraz z kamery na robotu

16/31

## RGB snímek



```
I = turtle.get_rgb_image()
```

```
element = I [řádek, sloupec, barva] ∈ ⟨0; 255⟩
```

```
barva ∈ [0, 1, 2] ≡ B, G, R
```



## Segmentace a popis objektů

Prahování v prostoru HSV, spojitě oblasti,  
popis objektů

# Segmentace

18/31

## Princip segmentace

- ◆ Podstatou je rozdělit obraz na popředí (objekty zájmu) a pozadí.
- ◆ Výstupem segmentace je binární obrázek.
- ◆ Obrazové body popředí/pozadí jsou obvykle reprezentovány log. 1/0.
- ◆ Existuje řada různých metod segmentace



## Příklady segmentačních metod:

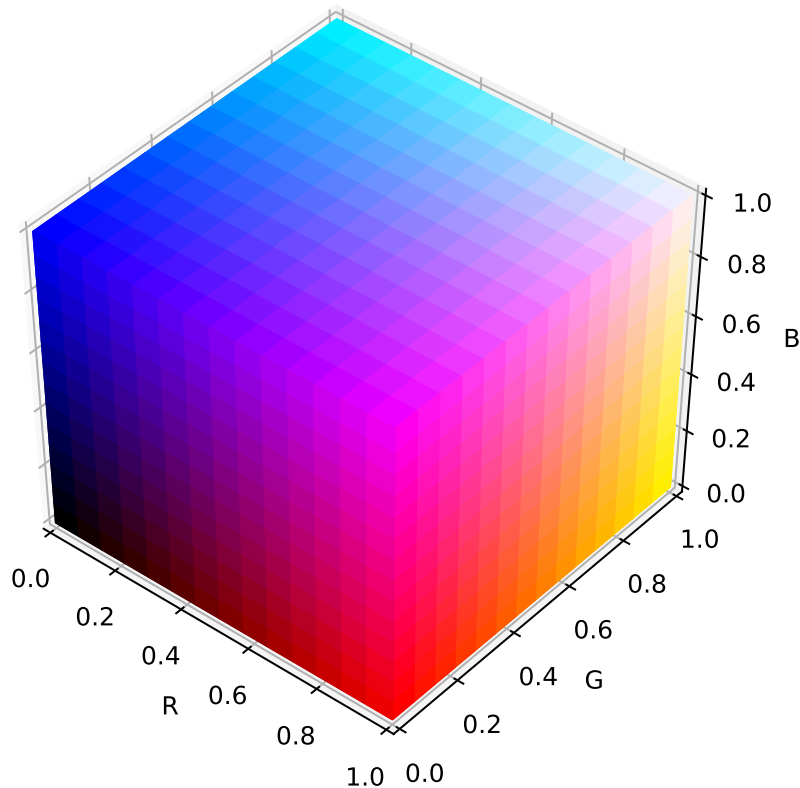
- ◆ Prahování (tresholding)
- ◆ Shluková analýza (K-means)
- ◆ Hranová detekce (edge detection)
- ◆ Narůstání oblastí na základě podobnosti bodů
- ◆ Aktivní kontury (active contours)
- ◆ Statistické metody (Markov random fields,...)



# Barevný prostor

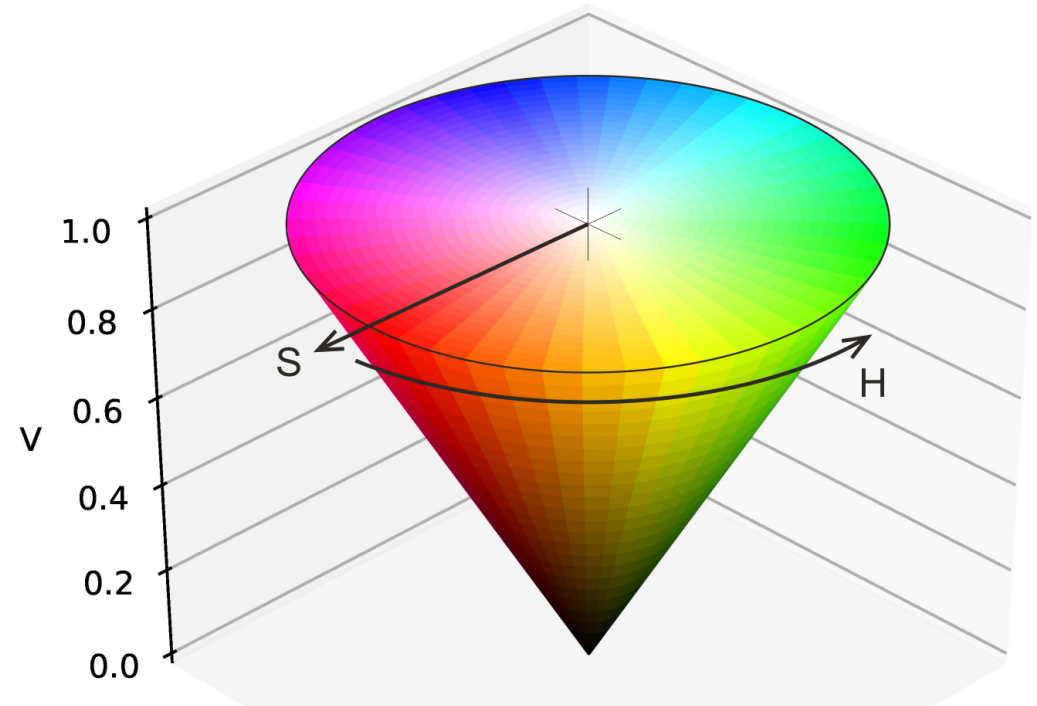
19/31

## RGB



- ◆ Red - intenzita červeného kanálu.
- ◆ Green - intenzita zeleného kanálu.
- ◆ Blue - intenzita modrého kanálu.

## HSV



- ◆ Hue - odstín barvy odpovídá dominantní vlnové délce (spektrální barvě).
- ◆ Saturation - sytost barvy popisuje, jak je barva vzdálena od neutrální šedé/bílé.
- ◆ Value - hodnota jasu vyjadřuje kolik světla barva odráží.

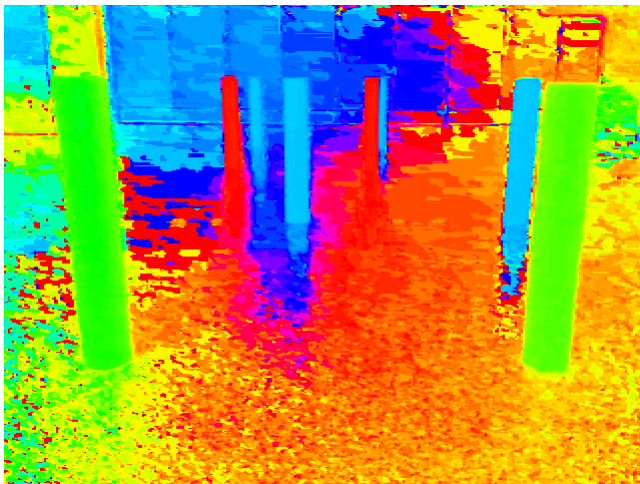
## Snímek v prostoru HSV

20/31

element =  $I^{HSV}$  [řádek, sloupec, barva], barva  $\in [0, 1, 2] \equiv H, S, V$



	BGR	HSV
Modrá:	[255, 0, 0]	[120, 255, 255]
Zelená:	[0, 255, 0]	[60, 255, 255]
Červená:	[0, 0, 255]	[0, 255, 255]
Bílá:	[255, 255, 255]	[0, 0, 255]



$H \in \langle 0; 179 \rangle$



$S \in \langle 0; 255 \rangle$



$V \in \langle 0; 255 \rangle$

### Převod z RGB do HSV

```
hsv = cv2.cvtColor(im, cv2.COLOR_BGR2HSV)
```

# Prahování (thresholding)

21/31

Segmentujeme na základě barvy hledaného objektu.

◆ Zvolíme referenční barvu (zelená)

$$I_{ref}^{BGR} = [103, 158, 104] \rightarrow I_{ref}^{HSV} = [61, 89, 158]$$

◆ Definujeme podmínky

1. Odstín barvy je podobný referenční:

$$|I_{ref}^H - I^H| < t_1$$

2. Tmavé oblasti (nejistá barva) nejsou popředím:

$$I^V > t_2$$

3. Hledané objekty jsou barevně saturované:

$$I^S > t_3$$

◆ Stanovíme jednotlivé prahy

- Prahы nastavujeme na základě výsledku segmentace
- Vždy nutno testovat na větším počtu obrázků (různé podmínky)



Mírný práh



Optimální práh



Přísný práh

## Označení spojitých oblastí (labeling)

22/31

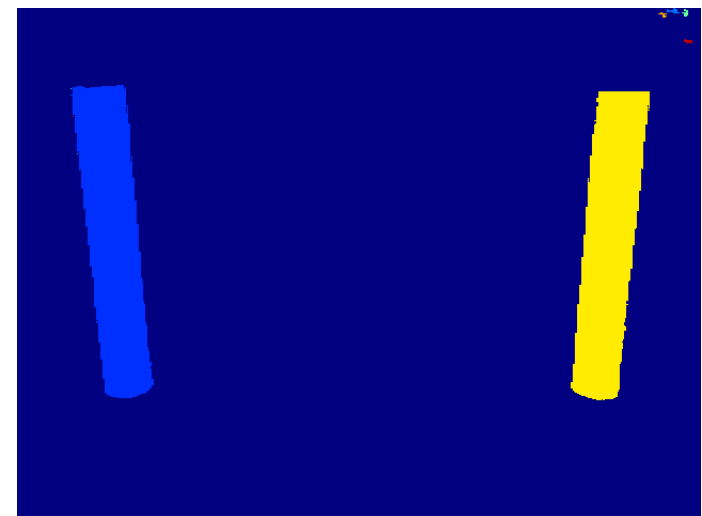
- ◆ Vstupem je binární obraz (pozadí/popředí)
- ◆ Výstupem je obraz s indexy (labels) spojitých oblastí
- ◆ Obrazové body každé spojité oblasti jsou označena vlastním indexem
- ◆ Spojitost oblasti: 4-okolí, 8-okolí



### Realizace v OpenCV

```
out = cv2.connectedComponentsWithStats( binary_mask.astype(np.uint8) )
```

out[0] ... počet oblastí,  
 out[1] ... obraz s index oblastí  
 out[2] ... parametry oblastí  
 [bod nejvíce vlevo, bod nejvýše, šířka, výška, plocha],  
 out[3] ... střed / těžiště oblasti.  
 PZOR: První oblast je pozadí (index 0)



# Popis oblastí

OpenCV počítá většinu parametrů na základě obrysu (countour).

```
img_map, contours, hierarchy =  
    cv2.findContours(interest, cv2.RETR_EXTERNAL, cv2.CHAIN_APPROX_NONE)  
cnt = contours[k]
```

## Parametry spojitých oblastí (Area & Contour Properties)

- ◆ Plocha  $S$  a obvod  $O$

$$\text{Kompaktnost (compactness)} = \frac{O^2}{S}$$

```
area = cv2.contourArea(cnt)  
lng = cv2.arcLength(cnt, True)
```

- ◆ Střed oblasti (těžiště)

```
M = cv2.moments(cnt)  
cx = (M['m10']/M['m00'])  
cy = (M['m01']/M['m00'])
```

- ◆ Momenty spojitě oblasti

$$m_{pq} = \sum_u \sum_v u^p v^q I_b(u, v)$$
$$\mu_{pq} = \sum_u \sum_v (u - \bar{u})^p (v - \bar{v})^q I_b(u, v)$$

```
x, y, w, h = cv2.boundingRect(cnt)
```

- ◆ Nejmenší opsaný obdélník (strany  $a$ ,  $b$ )

$$\text{Pravoúhlost (rectangularity)} = \frac{a \cdot b}{S}$$

```
rect = cv2.minAreaRect(cnt)  
box = cv2.boxPoints(rect)
```

- ◆ Konvexní obal (plocha  $H$ , obvod)

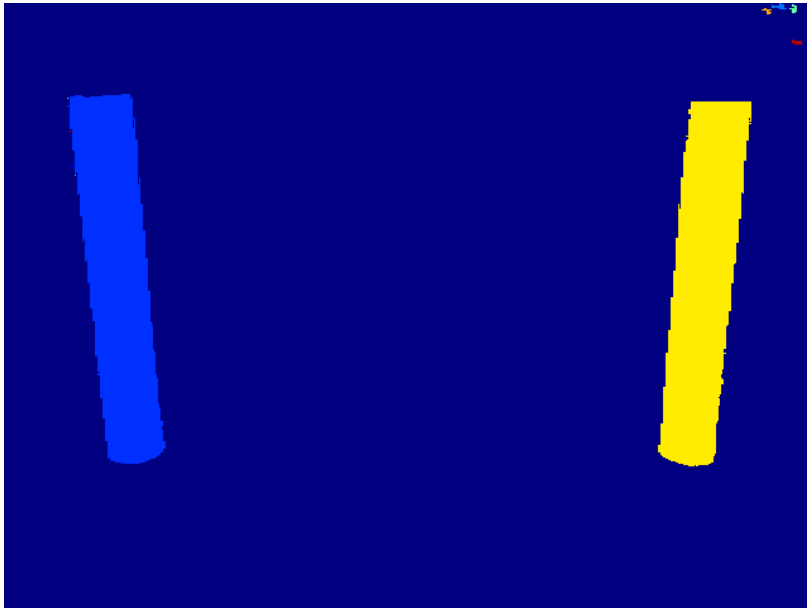
$$\text{Členitost (solidity)} = \frac{S}{H}$$

```
hull = cv2.convexHull(cnt)
```

## Výběr oblastí zájmu

24/31

Základní parametry poskytuje “labeling”



Parametry oblastí:

$[-, -, \text{šířka}, \text{výška}, \text{plocha}, c_v, c_u]$

$[ 0, 0, 640, 480, 279848, 319.52, 241.87 ]$

$[ 608, 0, 12, 5, 32, 613.66, 2.38 ]$

$[ 50, 72, 78, 293, 13817, 89.50, 214.32 ]$

$[ 622, 1, 6, 7, 25, 625.20, 4.20 ]$

$[ 518, 78, 74, 289, 13429, 553.59, 217.73 ]$

### Identifikace objektů

- ◆ Hledané objekty relativně velké.
- ◆ Stanovíme podmínku na plochu:  $S > t_4$
- ◆ Sloupky jsou v obraze svislé a tenké.
- ◆ Stanovíme podmínku na poměr šířky výšky:  
 $\frac{h}{w} > t_5$

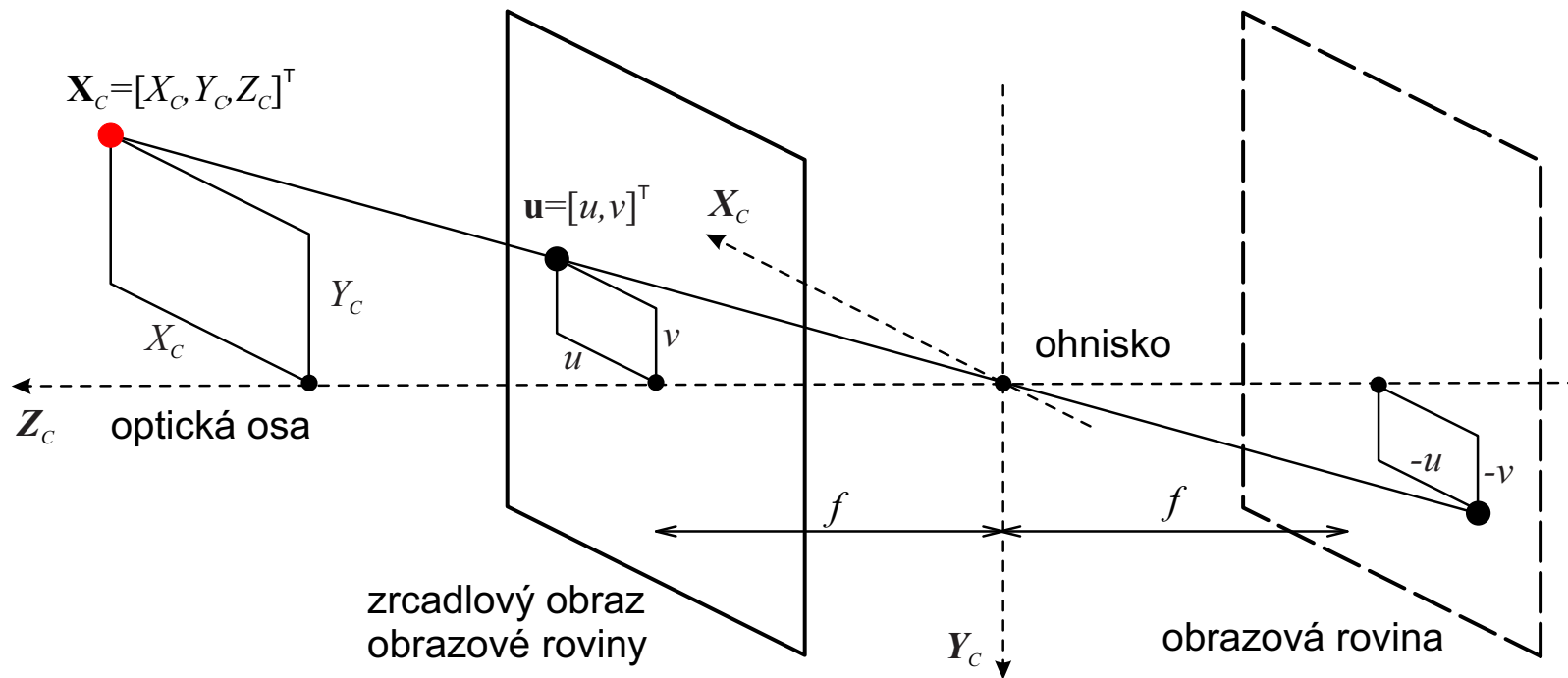




## Model kamery

Přepoččet mezi souřadnými soustavami

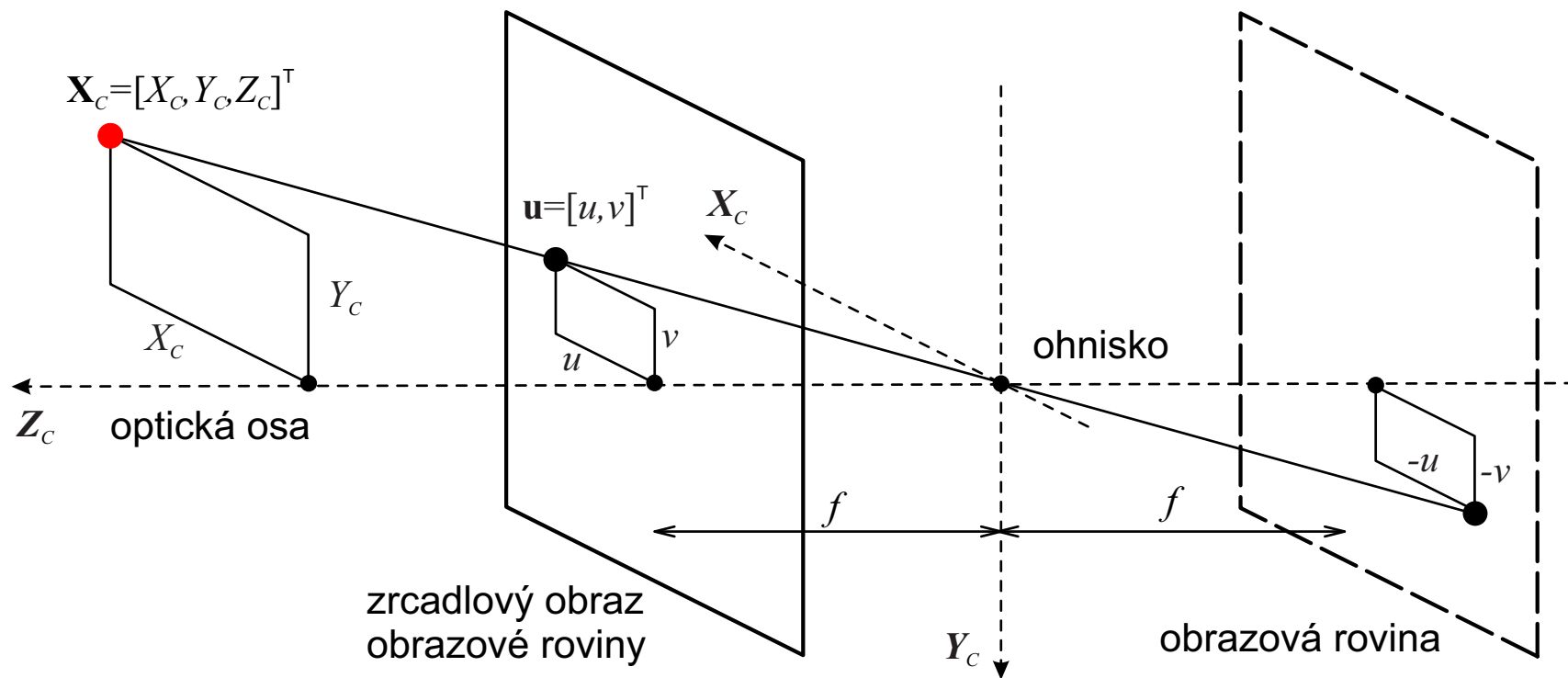
## Model kamery a značení



### Značení

- ◆ Souřadnice obrazových bodů:  $\mathbf{u} = [u, v]^T$ ,  
v homogenních souřadnicích  $\mathbf{u} = [u, v, w]^T$ .
- ◆ Souřadnice 3D bodů ve scéně:  $\mathbf{X}_C = [X_C, Y_C, Z_C]^T$ ,  
v homogenních souřadnicích  $\mathbf{X}_C = [X_C, Y_C, Z_C, W_C]^T$   
(souřadná soustava kamery).
- ◆ Ohnisková vzdálenost  $f$

## Konstrukce matematického modelu



### Středové promítání

- ◆ Dírková kamera - nejjednodušší model pro projekci v kamerách.
- ◆ Perspektivní projekce (středové zobrazení) - reprezentuje model kamery.
- ◆ Na základě podobnosti trojúhelníků:  $u = f \frac{X_C}{Z_C}$   $v = f \frac{Y_C}{Z_C}$
- ◆ Lineární pro  $f$ ,  $X_C$ ,  $Y_C$ , nelineární pro  $Z_C$ .

# Projekce bodu do borazové roviny

Světová souřadná soustava  $\mathbf{X}$

$$\mathbf{X}_C = \mathbf{R} \mathbf{X} + \mathbf{t}$$

$$\mathbf{X}_C = \begin{bmatrix} \mathbf{R} & \mathbf{t} \\ \mathbf{0}^T & 1 \end{bmatrix} \mathbf{X}$$

Základní vztah projekce

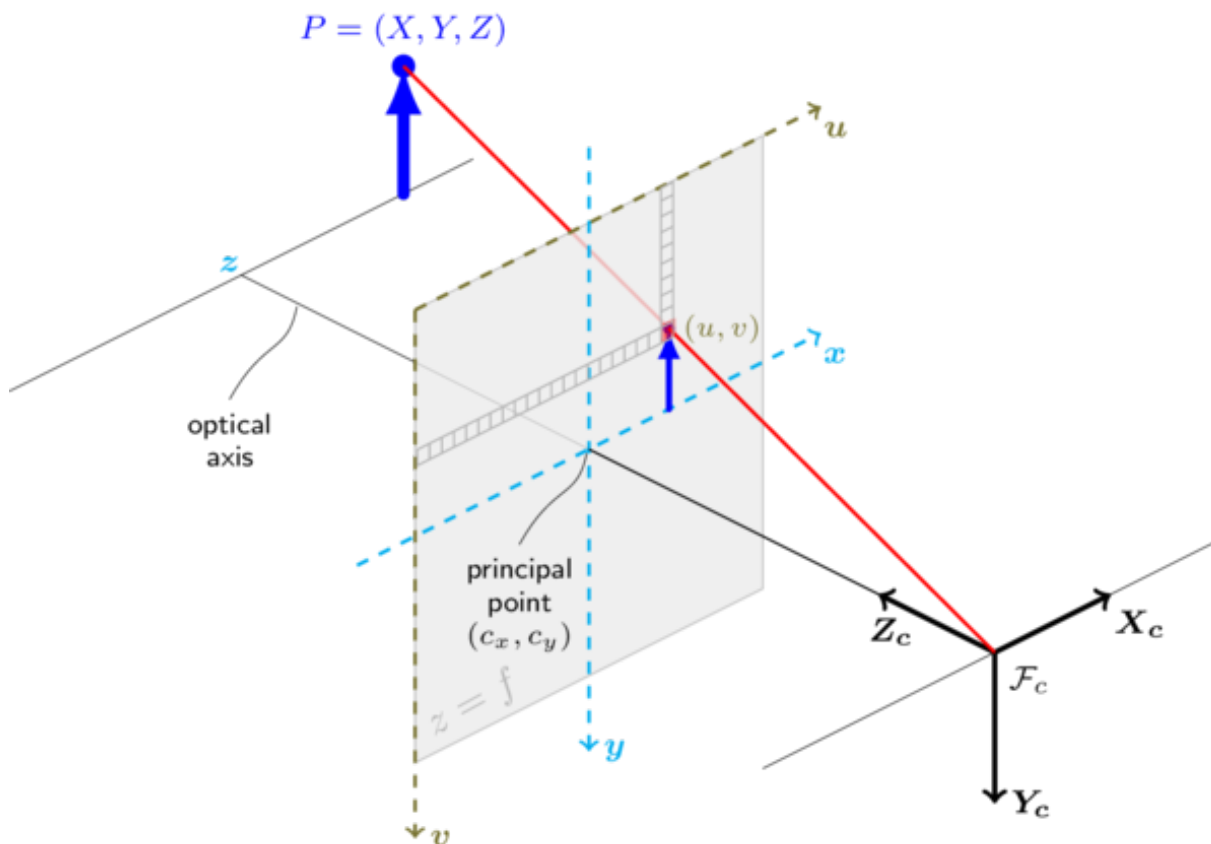
$$u = \frac{X_c f_x}{Z_c} + c_x, \quad v = \frac{Y_c f_y}{Z_c} + c_y$$

Maticový zápis (využívá homogenní souřadnice)

$$\lambda \begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_H \\ v_H \\ w_H \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_x & 0 & c_x \\ 0 & f_y & c_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{X}_C$$

## Model kamery

Dírková kamera ~ středové promítání



$$\lambda \begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_x & 0 & c_x \\ 0 & f_y & c_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \left( \mathbf{R} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} + \mathbf{t} \right)$$

$$\lambda \mathbf{u} = \mathbf{K}(\mathbf{R}\mathbf{x} + \mathbf{t})$$

## Promítání bodů v obraze

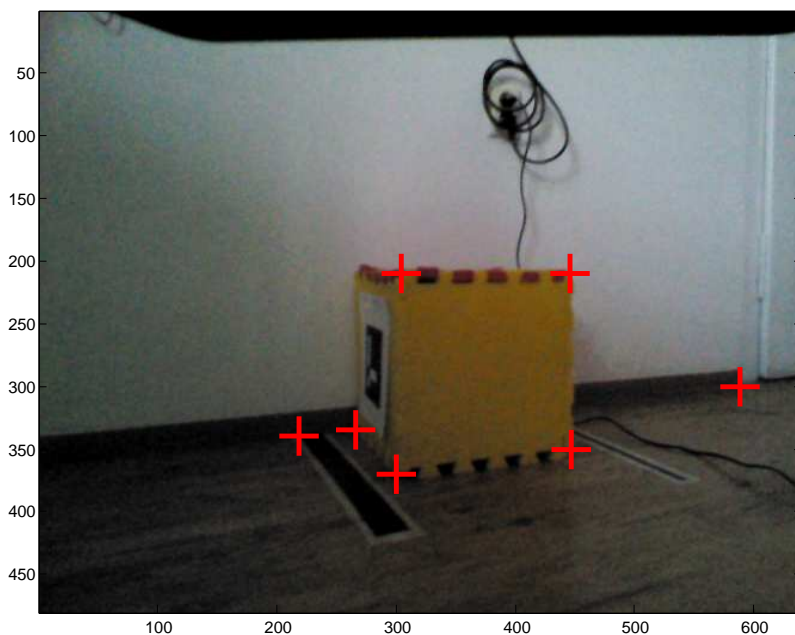
- ◆ Bodu v obraze  $\mathbf{u}$  odpovídá paprsek v prostoru
- ◆ Paprsek je přímka popsaná bodem  $\mathbf{x}$  a směrovým vektorem  $\mathbf{s}$ .

**Přímka (paprsek) v souřadnicové soustavě kamery:**

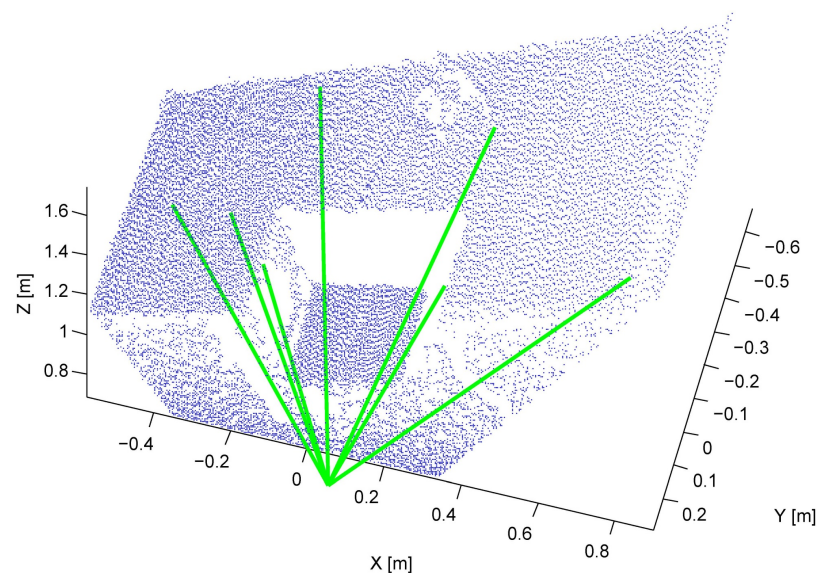
$$1/\lambda \mathbf{s}_C = \mathbf{K}^{-1} \mathbf{u} \quad \mathbf{x}_C = [0, 0, 0]$$

**Přímka (paprsek) v globální souřadnicové soustavě:**

$$\mathbf{s} = \mathbf{R}^{-1} \mathbf{s}_C \quad \mathbf{x} = \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{x}_C - \mathbf{t})$$



Body ve snímku



Odpovídající paprsky v prostoru

## Zpracování obrazu

[Sonka1993] Mialn Sonka, Vaclav Hlavac a Roger Boyle. *Image Processing, Analysis and Machine Vision*. ISBN: 978-0-412-45570-4, Springer US, 1993.

[Zanuttigh2016] Pietro Zanuttigh, Giulio Marin, Carlo Dal Mutto, Fabio Dominio, Ludovico Minto a Guido Maria Cortelazzo. *Time-of-Flight and Structured Light Depth Cameras: Technology and Applications*. ISBN: 978-3-319-30971-2, Springer, 2016.

## Houghova transformace

[DudaHart1972] R.O. Duda a P.E. Hart. *Use of the Hough transformation to detect lines and curves in pictures*. Communications of the ACM, 15(1):11–15, 1972.

[Ballard1981] D.H. Ballard. *Generalizing the Hough transform to detect arbitrary shapes*. Pattern Recognition, ISSN: 0031-3203, 13(2):111 - 122, 1981