

Příklad z přednášky OPT 19. 4. 2024

Horská dráha má tvar spirály s rovnicí

$$f(u) = (R \sin u, R \cos u, H - u).$$

Pro $u = 0$ začneme z výšky H klesat rovnoměrně zrychleným pohybem, takže výška bude s časem t klesat kvadraticky,

$$u = g(t) = \frac{a}{2} t^2.$$

Poloha v čase t je dána složenou funkcí

$$h(t) = f(g(t)) = (R \sin \frac{a}{2} t^2, R \cos \frac{a}{2} t^2, H - \frac{a}{2} t^2).$$

Rychlost a zrychlení v čase t lze získat dvojí derivací funkce h nebo přehledněji vzorcem pro derivaci složené funkce:

$$f'(u) = (R \cos u, -R \sin u, -1),$$

$$f''(u) = (-R \cos u, -R \sin u, 0),$$

$$g'(t) = a t,$$

$$g''(t) = a,$$

$$h'(t) = f'(g(t)) \cdot g'(t) = (R \cos \frac{a}{2} t^2, -R \sin \frac{a}{2} t^2, -1) \cdot a t,$$

$$h''(t) = f''(g(t)) \cdot (g'(t))^2 + f'(g(t)) \cdot g''(t) =$$

$$= (-R \cos \frac{a}{2} t^2, -R \sin \frac{a}{2} t^2, 0) \cdot a^2 t^2 + (R \cos \frac{a}{2} t^2, -R \sin \frac{a}{2} t^2, -1) \cdot a.$$