

PRO'2020 Test-02 Examples CZ

1. Mějme rotaci s osou generovanou vektorem $\vec{v} = [1/3 \ 2/3 \ 2/3]^\top$, která zobrazuje vektor $[0 \ 0 \ 9]^\top$ na $[4 \ -1 \ 8]^\top$.

- (a) Napište matici rotace.
- (b) Najděte úhel rotace.
- (c) Najděte všechny jednotkové kvaterniony, které rotaci popisují.

2. Najděte osu a úhel rotace odpovídající následujícím jednotkovým kvaternionům

- (a) $\vec{q} = [1 \ 0 \ 0 \ 0]^\top$
- (b) $\vec{q} = [0 \ 0 \ -1 \ 0]^\top$
- (c) $\vec{q} = [\sqrt{2}/2 \ \sqrt{2}/2 \ \sqrt{2}/2 \ \sqrt{2}/2]^\top$

3. Najděte všechny 2×2 rotační matice \mathbf{R} , pro které navíc platí

$$\mathbf{R}\mathbf{R} = \mathbf{R}^\top$$

4. Mějme rotaci s osou generovanou vektorem $\vec{v} = [1, 1, 1]^\top$, která zobrazuje vektor $[0, 0, 1]^\top$ na $[1, 0, 0]^\top$.

- (a) Najděte úhel rotace $-\pi < \theta \leq \pi$.
- (b) Napište matici rotace \mathbf{R} .
- (c) Napište vlastní čísla matice \mathbf{R} .

5. Mějme jednotkový kvaternion

$$\vec{q} = \frac{1}{3} [0 \ -1 \ -2 \ -2]$$

- (a) Ke \vec{q} najděte všechny dvojice $[\theta, \vec{v}]$, které odpovídají úhlu rotace $-\pi < \theta \leq \pi$ a ose reprezentované jednotkovým vektorem \vec{v} .
- (b) Sestrojte rotační matici.

6. Mějme matici rotace

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

- (a) Najděte osu rotace.
- (b) Najděte úhel rotace.
- (c) Napište jednotkové kvaterniony, které reprezentují \mathbf{R} .

PRO'2020 Test-02 Examples EN

1. Consider rotation with rotation axis generated by vector $\vec{v} = [1/3 \ 2/3 \ 2/3]^\top$, that maps vector $[0 \ 0 \ 9]^\top$ to vector $[4 \ -1 \ 8]^\top$.
- (a) Write down its rotation matrix.
 - (b) Find its rotation angle.
 - (c) Find all unit quaternions corresponding to the rotation.

2. Find the axis and angle of rotation for the rotations given by the following unit quaternions

- (a) $\vec{q} = [1 \ 0 \ 0 \ 0]^\top$
- (b) $\vec{q} = [0 \ 0 \ -1 \ 0]^\top$
- (c) $\vec{q} = [\sqrt{2}/2 \ \sqrt{2}/2 \ \sqrt{2}/2 \ \sqrt{2}/2]^\top$

3. Find all 2×2 rotation matrices \mathbf{R} such that

$$\mathbf{R}\mathbf{R} = \mathbf{R}^\top$$

4. Consider the rotation matrix with rotation axis generated by vector $\vec{v} = [1, 1, 1]^\top$ that maps vector $[0, 0, 1]^\top$ to vector $[1, 0, 0]^\top$.
- (a) Find its rotation angle $-\pi < \theta \leq \pi$.
 - (b) Find its rotation matrix \mathbf{R} .
 - (c) Find eigenvalues of \mathbf{R} .
5. Consider unit quaternion

$$\vec{q} = \frac{1}{3} [0 \ -1 \ -2 \ -2]$$

- (a) For the rotation given by \vec{q} , find all pairs of $[\theta, \vec{v}]$ corresponding to its rotation angle $-\pi < \theta \leq \pi$ and its rotation axis generated by unit vector \vec{v} .
 - (b) Find the rotation matrix corresponding to \vec{q} .
6. Consider rotation matrix

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

- (a) Find its rotation axis.
- (b) Find its rotation angle.
- (c) Find all unit quaternions corresponding to \mathbf{R} .