

PAL cv. 5

19 / 10 / 2022

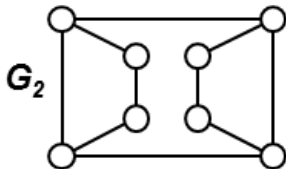
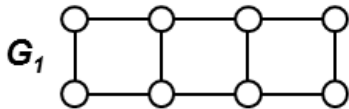
2/8. Orientovaný graf prohlásíme za směrově homogenní, pokud vzdálenost (= počet hran na nejkratší možné cestě) každé dvojice uzlů (kořen, list) je vždy stejně velká bez ohledu na to, který kořen nebo list zvolíme. Formulujte efektivní algoritmus, který rozhodne, zda daný graf je směrově homogenní a určete jeho asymptotickou složitost. Lze algoritmus zrychlit, pokud víme, že graf je acyklický?

3/7. Je dáno n ($n \geq 2$) navzájem různých celočíselných klíčů a prázdná binární halda. Všechny klíče vložíme jeden po druhém v náhodném pořadí do dané haldy. Jaká je asymptotická složitost tohoto procesu? Je možné, že pro některé pořadí klíčů bude asymptotická složitost menší nebo větší než v náhodném případě?

3/*2. Je dána d -ární halda s hloubkou h , jejíž všechny listy leží ve stejné hloubce a která proto obsahuje právě $(d^{h+1} - 1)/(d - 1)$ klíčů. Jaký je maximální možný a jaký je minimální možný počet porovnání dvou klíčů když v této haldě provedeme operaci *deleteMin*?

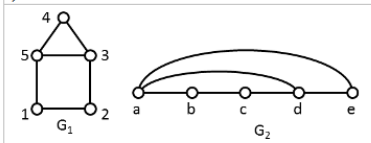
4/*1. Máme dvě neorientované kružnice stejné délky $k > 2$. Kolik mezi nimi existuje izomorfizmů?

4/*2. Určete počet izomorfizmů mezi grafy G_1 a G_2 .

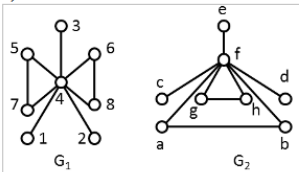


4/*3. Kolik je takových bijekcí mezi uzly grafů G_1 a G_2 na obrázku níže, které nejsou izomorfizmy?

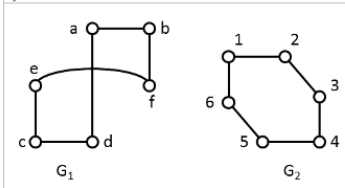
a)



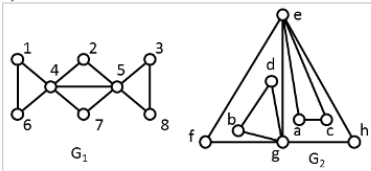
b)



c)



d)



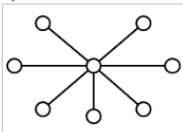
4/4. Máme dány dva neorientované grafy, každý obsahuje právě n uzlů a oba grafy mají skóre $(n - 1, n - 2, n - 3, n - 4, \dots, n/2 + 1, n/2, n/2, n/2 - 1, n/2 - 2, \dots, 3, 2, 1)$, to jest skoro všechny uzly grafu mají navzájem různý stupeň, s výjimkou dvou uzlů, které mají stejný stupeň $n/2$. Jaká bude asymptotická složitost ověření izomorfizmu těchto dvou grafů v závislosti na hodnotě n ?

4/* 7. Po sestavení certifikátu stromu odpovídá každému uzlu stromu určitý podřetězec konečného certifikátu. Sestavte certifikát daného stromu a určete, které jeho podřetězce odpovídají jednotlivým uzlům stromu.

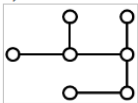
a)



b)



c)



d)



4/* 8. Rekonstruujte strom z certifikátu

a) 0101

b) 0001010110010111

c) 00010110010110010111

d) 0000010111001110000101110111

4/*9. Je dán certifikát stromu. Vysvětlete, jak určíme počet listů tohoto stromu, aniž jej z certifikátu celý rekonstruujeme.

4/10. Je dán certifikát stromu. Vysvětlete, jak určíme maximální stupeň uzlu tohoto stromu, aniž strom z certifikátu celý rekonstruujeme.

4/11. Strom typu $T(1,3)$ obsahuje uzly pouze stupně 1 nebo 3.
Popište neformálně jak bude vypadat certifikát takového stromu a navrhněte algoritmus, který pomocí certifikátu ověří, zda strom je skutečně typu $T(1,3)$.