

PAL cv. 3

5 / 10 / 2022

1/9 Předpokládejte, že máte k dispozici neorientovaný graf $G = (V, E)$, který je reprezentován seznamem hran. Seznam hran není nijak uspořádán a přístup k jeho jednotlivým prvkům je pouze sekvenční (k prvkům nelze přistupovat pomocí indexu). Určete, jaká je za těchto okolností asymptotická složitost algoritmů BFS a DFS.

1/10 Když má daný graf n uzlů a $O(n^2)$ hran, potom asymptotická složitost algoritmu DFS je $O(n^2)$, za předpokladu, že během provádění algoritmu máme přístup v konstantním čase ke každému právě zpracovávanému uzlu a ke každé právě zpracovávané hraně. Určete, jaká bude asymptotická složitost DFS, pokud doba přístupu ke každému uzlu bude ve třídě $O(n^{\frac{1}{2}})$ a doba také přístupu ke každé hraně bude ve třídě $O(n^{\frac{1}{2}})$.

1/6 V seznamu je uložena množina všech hran grafu, každá hrana je dvojice (*uzel*, *uzel*). Víme, že graf má N uzlů, že je nesouvislý a že obsahuje komponentu K , která má více než $N/2$ uzlů. Máme vytvořit nový seznam obsahující (ve stejném formátu) právě všechny hrany komponenty K . Popište, jak co nejefektivněji budete tuto úlohu řešit a jaká bude asymptotická složitost vašeho řešení. Pořadí hran v obou seznamech není předepsáno a může být libovolné.

1/2. Máme najít kostru grafu, nikoli nutně minimální, s tím, že je předepsáno, že cena každé hrany hledané kostry musí ležet v daném intervalu $\langle c_1, c_2 \rangle$. Je nutno použít algoritmus pro hledání minimální kostry nebo stačí nějaký jednodušší postup?

1/4. Předpokládejme, že vážený neorientovaný graf G je reprezentován svou váhovou maticí C . Určete, jaká bude asymptotická složitost Kruskalova algoritmu hledání minimální kostry za předpokladu, že doba přístupu ke každému prvku matice C je konstantní, ale zato doba každé jednotlivé operace *Union* i *Find* je vždy úměrná počtu uzlů v grafu G .

1/*5. Na svém počítači máte najít minimální kostru úplného váženého grafu. Odhadněte, kolik řádově nejvýše uzlů může takový graf mít, abyste úlohu vyřešili přes noc do druhého dne. Zdůvodněte svůj odhad.

1/10. Nalezli jsme a odevzdali zákazníkovi minimální kostru jím dodaného grafu s mnoha miliony vrcholů. Odpoledne zákazník volá, že v zadání je chyba a že hrana mezi vrcholy 2075154 a 11439446 je ve skutečnosti o 17% levnější, než v jak bylo uvedeno v původní specifikaci. Veškerá data grafu i kostry jsou dosud na našem disku. Máme určit v lineárním čase vzhledem k počtu vrcholů, zda tato změna ovlivní tvar a cenu minimální kostry, a pokud ano, vydat co možná nejkratší opravu, která se dá tlumočit zpět telefonem.

2/*4. Dva orientované grafy G_1 , G_2 prohlásíme za slabě ekvivalentní, pokud jejich kondenzace mají stejný počet uzlů. Jaká je asymptotická složitost ověření slabé ekvivalence dvou grafů?

2/*5. Popište, jak najdete a vypíšete všechny cesty délky 3 v acyklickém prostém grafu (bez násobných hran). Jaký je jejich maximální možný počet v závislosti na počtu uzlů grafu? Jaká bude asymptotická složitost Vašeho algoritmu?