OPT midterm 26.5.2023 | Příjmení: Jméno: | 000

Příklady z první části vyřešte a odpovědi včetně postupu napište do připravených mezer.

1. (6 b) Firma vyrábí kalhoty v ceně 50 za kus a bundy v ceně 40 za kus. Má k dispozici 750 m^2 bavlny a 1000 m^2 polyesteru. K výrobě jednoho kusu kalhot se spotřebuje 1 m^2 bavlny a 2 m^2 polyesteru, K výrobě jedné bundy je potřeba 1.5 m^2 bavlny a 1 m^2 polyesteru. Kolik kusů kalhot a bund má firma maximalizující tržby vyrábět? Formulujte úlohu jako optimalizační problém (3 b) a ten vyřešte (3 b).

   Maximalizuj $50x + 40y$ za podmínek $x + 1.5y \leq 750$, $2x + y \leq 1000$, kde $x, y \geq 0$. Polyedr má 4 vrcholy:

   $$(0, 0), (500, 0), (0, 500), (375, 250).$$

   Maximum je v bodě $(375, 250)$ a má hodnotu 28750.

2. (4 b) Máme body $(x_1, y_1), \ldots, (x_m, y_m) \in \mathbb{R}^2$, které chceme proložit kružnicí ve smyslu nejmenších čtverců. Tedy hledáme kružnici se středem v (u, v) a poloměrem r takovou, aby součet čtverců kolmých vzdáleností bodů ke kružnici byl minimální. Pro bod (x_i, y_i) odvoďte jeho vzdálenost ke kružnici popsanou v zadání (2 b) a napište optimalizační problém nejmenších čtverců (2 b).

   Orientovanou vzdálenost bodu (x_i, y_i) od kružnice odvodíme snadno jako

   $$g(x_i, y_i) = \sqrt{(x_i - u)^2 + (y_i - v)^2} - r.$$

   Úloha nejmenších čtverců: minimalizuj $\sum_{i=1}^{m} g(x_i, y_i)^2$ pro proměnné $u, v, r \in \mathbb{R}$.

OPT midterm 26.5.2023 | Příjmení: Jméno: | 000

V každém z následujících kvízových příkladů je právě jedna odpověď správně. Odpovědi vyznačte do tabulky křížky. Nechcete-li na nějaký příklad odpovědět, sloupec v tabulce ponechte prázdný. Pokud již vyznačený křížek chcete odstranit, políčko s křížkem zcela vyplňte barvou.
ODPOVĚDI NEVYZNAČENÉ V TABULCE NEBUDOU ZAPOČÍTÁNY.
(Za každou správnou odpověď je 1 bod.)

000

	1
a	
b	
c	
d	
e	

ODPOVĚĎ (a) JE VŽDY SPRÁVNÁ.

1. Rozhodněte, co je pravdivé tvrzení.
   (a) Funkce $f(x_1, x_2) = |x_1| + |x_2|$ je norma.
   (b) Funkce $f(x) = -x \ln x$ je konvexní.
   (c) Funkce $f(x, y) = \max\{x, y\}$ má globální maximum.
   (d) Neplatí žádné z uvedených tvrzení.
fl (e) Funkce $f(x) = |x| + |x - 1|$ není konvexní.

2. Nechť $g(x_1, x_2) = 2x_1 - x_2 - 5$ a $X = \{(x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2 \mid g(x_1, x_2) = 0,\ x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0\}$. Které body množiny X jsou regulární body zobrazení g?
   (a) Všechny.
   (b) Žádné.
   (c) Pouze $(0, 0)$.
   (d) Pouze $(0, -5)$.
fl (e) Neplatí žádné z uvedených tvrzení.

3. Rozhodněte, co platí pro funkci $f(\mathbf{x}) = x_1^2 + 2\,x_1\,x_2 + (x_2 - 1)^2 + (x_3 + 1)^2$.
   (a) Nic z uvedeného.
   (b) Má lokální extrém v bodě $(0, 0, 0)$.
   (c) Není diferencovatelná v bodě $(0, 1, -1)$.
   (d) Je to polynom stupně 3.
fl (e) Je to kvadratická forma.

4. V $\mathbb{R}^2$ je dána množina $X = \{(x, y) \mid x^2 \leq y\}$.
   (a) Množina X je epigraf kvadratické funkce.
   (b) Množina X není konvexní.
   (c) Množina X je konvexní polyedr.
   (d) Množina X nemá žádné hraniční body.
fl (e) Neplatí žádné z uvedených tvrzení.

5. Úloha $\max\{c_1x_1 + c_2x_2 | x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, 2x_1 + x_2 \geq 1\}$ je neomezená, pokud platí:
   (a) $c_1 = 1$ a $c_2 = 1$.
   (b) $c_1 = 0$ a $c_2 = 0$.
   (c) $c_1 \geq c_2$.
   (d) $c_1 = -2$ a $c_2 = -1$.
   (e) Nic z uvedeného.