

# 8. Abstraktní datový typ

## BAB37ZPR – Základy programování

Stanislav Vítek

Katedra radioelektroniky  
Fakulta elektrotechnická  
České vysoké učení v Praze

# Přehled témat

---

- Část 1 – Abstraktní datové typy

Seznam

Množina

- Část 2 – Zásobník

P8.1 Kontrola uzávorkování

P8.2 Postfixová notace

- Část 3 – Fronta

P8.3 Rozpočítávání

P8.4 Tisková fronta

# Část I

## Abstraktní datové typy

# Abstraktní datové typy

---

## Datový typ

- rozsah hodnot, které patří do daného typu
- operace, které je možno s těmito hodnotami provádět

## Abstraktní datový typ (ADT)

- rozhraní
- popis operací, které chceme provádět

## Konkrétní datová struktura

- implementace
- přesný popis uložení dat v paměti
- definice funkcí pro práci s těmito daty

# Dva pohledy na data

---

## Abstraktní

- operace, které budu s daty provádět
  - co musí operace splňovat
  - například množina: ulož, najdi, vymaž
- + snadný vývoj, jednodušší přemýšlení o problémech
- svádí k ignorování efektivity

## Implementační

- jak jsou data uložena v paměti
- jak jsou operace implementovány
- například binární vyhledávací strom
- navazující předmět – PRGA

# Nejpoužívanější ADT

---

- seznam
- množina
- slovník (asociativní pole)
- zásobník
- fronta

# I. Abstraktní datové typy

---

Seznam

Množina

# Seznam

---

- Seznam (proměnných nebo objektů) patří mezi základní datové struktury

Základní ADT – Abstract Data Type

- Seznam zpravidla nabízí sadu základních operací:

- `insert()` – vložení prvku
- `remove()` – odebrání prvku
- `index_of()` – vyhledání prvku
- `size()` – aktuální počet prvku v seznamu

- Implementace seznamu může být různá:

- Pole
  - Indexování je velmi rychlé
  - Vložení prvku na konkrétní pozici může být pomalé

Nová alokace a kopírování.

- Spojové seznamy



# Různé varianty seznamu

---

- obsahuje posloupnost prvků
  - stejného typu
  - různého typu
- přidání prvku
  - na začátek
  - na konec
  - na určené místo
- odebrání prvku
  - ze začátku
  - z konce
  - konkrétní prvek
- test prázdnoti, délky
- případně další operace, např. přístup pomocí indexu

# Seznamy v Pythonu – operace

---

## Opakování

- seznamy v Pythonu velmi obecné, prvky mohou být různých typů
- přístup skrze indexy, indexování od konce pomocí záporných čísel
- seznamy lze modifikovat na libovolné pozici

```
>>> a = ['bacon', 'eggs', 'spam', 42]
>>> print(a[1:3]) # ['eggs', 'spam']
['eggs', 'spam']
>>> print(a[-2:-4:-1]) # ['spam', 'eggs']
['spam', 'eggs']
>>> a[-1] = 17
>>> print(a) # ['bacon', 'eggs', 'spam', 17]
['bacon', 'eggs', 'spam', 17]
>>> print(len(a)) # 4
```

```
>>> s = [4, 1, 3] # seznam
>>> x = 10; t = [12, 10]; i = 2
>>> s.append(x)    # prida prvek x na konec
>>> s
[4, 1, 3, 10]
>>> s.extend(t)   # prida vsechny prvky t na konec
>>> s
[4, 1, 3, 10, 12, 10]
>>> s.insert(i, x) # prida prvek x pred prvek na pozici i
>>> s
[4, 1, 10, 3, 10, 12, 10]
>>> s.remove(x)   # odstrani prvnι prvek rovnι x
>>> s
[4, 1, 3, 10, 12, 10]
```

```
>>> s.pop(i)          # odstrani (a vrati) prvek na pozici i
3
>>> s.pop()          # odstrani (a vrati) posledni prvek
10
>>> s.index(x)        # vrati index prvnioho prvku rovnego x
2
>>> s.count(x)        # vrati pocet vyskytu prvku rovných x
1
>>> s.sort()          # seradi seznam
>>> s
[1, 4, 10, 12]
>>> s.reverse()       # obrat seznam
>>> s
[12, 10, 4, 1]
```

# Seznamy v Pythonu – generátorová notace

---

- Specialita Pythonu

```
>>> s = [x for x in range(1, 7)]
```

```
>>> print(s)
```

```
[1, 2, 3, 4, 5, 6]
```

```
>>> s = [2 * x for x in range(1, 7)]
```

```
>>> print(s)
```

```
[2, 4, 6, 8, 10, 12]
```

```
>>> s = [(a, b) for a in range(1, 2) for b in ["A", "B"]]
```

```
>>> print(s)
```

```
[(1, 'A'), (1, 'B')]
```

# I. Abstraktní datové typy

---

Seznam

Množina

# Množina

---

- Neuspořádaná kolekce dat bez vícenásobných prvků
- Operace
  - insert (vložení)
  - find (vyhledání prvku, test přítomnosti)
  - remove (odstranění)
- Použití
  - grafové algoritmy (označené navštívených vrcholů)
  - rychlé vyhledávání
  - výpis unikátních slov

# Množina v Pythonu

---

```
>>> x = [1, 2, 3, 1, 5, 2]
>>> s = set(x)      # vytvoři množinu ze seznamu
>>> s
{1, 2, 3, 5}
>>> len(s)         # počet pruku množiny s
4
>>> s.add(10)      # pridani pruku do množiny
>>> s
{1, 2, 3, 5, 10}
>>> s.remove(2)   # odebrani pruku z množiny
>>> s
{1, 3, 5, 10}
>>> 10 in s       # test, zda množina obsahuje x
True
```



# Množina v Pythonu

---

```
>>> a = set("abracadabra")
>>> b = set("engineering")
>>> a
{'b', 'd', 'c', 'a', 'r'}
>>> b
{'g', 'i', 'n', 'r', 'e'}
>>> a | b      # ekv. a.union(b), sjednoceni
{'g', 'b', 'i', 'c', 'd', 'n', 'a', 'r', 'e'}
>>> a & b      # ekv. a.intersection(b), prunik
{'r'}
>>> a - b      # ekv. a.difference(b), rozdil
{'a', 'd', 'c', 'b'}
>>> a ^ b      # ekv. a.symmetric_difference(b)
{'b', 'c', 'n', 'a', 'g', 'i', 'd', 'e'}
```

# Část II

## Zásobník

# Zásobník

---

- strukturovaný/složený datový typ
- obsahuje předem neznámé množství položek, typicky stejného typu (*jako seznam/pole*)
- podporuje následující operace (se složitostí  $O(1)$ )
  - přidání položky na konec – `push`
  - odebrání položky z konce – `pop`
  - test, jestli je zásobník prázdný – `is_empty`
- položky jsou odebírány v opačném pořadí, než byly přidány.  
**LIFO** – last in first out
- zásobník může podporovat i další operace
  - nedestruktivní čtení z konce – `peek`, `top`
  - zjištění počtu položek na zásobníku – `size`

## Zásobník – implementace pomocí pole

---

```
>>> class Stack:
...     def __init__(self):
...         self.items = []
...
...     def size(self):
...         return len(self.items)
...     def is_empty(self):
...         return self.size()==0
...     def push(self, item):
...         self.items+= [item]
...     def pop(self):
...         return self.items.pop()
...     def peek(self):
...         return self.items[-1]
... 
```

## Zásobník – příklad použití

---

```
>>> s = Stack()
>>> s.push(1)
>>> s.push(2)
>>> s.pop()
2
>>> s.push(10)
>>> s.pop()
10
>>> s.is_empty()
False
>>> s.pop()
1
>>> s.is_empty()
True
```

## II. Zásobník

---

P8.1 Kontrola uzávorkování

P8.2 Postfixová notace

```
>>> def par_checker(input):
...     L = "([{" # otevírací závorky
...     R = ")]}" # uzavírací závorky (stejně pořadí)
...     s = Stack()
...
...     for c in input:
...         if c in L:
...             s.push(c)
...         else:
...             for i in range(len(R)):
...                 if c == R[i]:
...                     if s.is_empty() or s.pop() != L[i]:
...                         return False
...     return s.is_empty()
...
...

```

```
>>> print(par_checker("(4+(3*[a+b]))"))
```

```
True
```

```
>>> print(par_checker("(x+([21*c]-5}*6)"))
```

```
False
```

```
>>> print(par_checker("[ (3+4)*7-{}*(((0)+(1))%7)]"))
```

```
True
```

```
>>> print(par_checker("{ { ( [ ] [ ] ) } ( ) }"))
```

```
True
```

```
>>> par_checker("ahoj+(svete-(X+Y{}))")
```

```
False
```



## II. Zásobník

---

P8.1 Kontrola uzávorkování

P8.2 Postfixová notace

## P8.2 Postfixová notace

- Klasická notace je **infixová** – operátor je mezi operandy
- Někdy je výhodnější **postfixová** notace – operátor je po argumentech
  - Nepotřebuje závorky.
  - Snadné vyhodnocení pomocí **zásobníku**

Existují zásobníkové programovací jazyky (FORTH, Postscript, bibtex).

infix	postfix
12 / 4	12 4 /
3 * 4 - 2	3 4 * 2 -
3 * (4 - 2)	3 4 2 - *
(62-32)*5/9	62 32 - 5 * 9 /

Existuje i notace prefixová: / 12 4, - \* 3 4 2,...

## P8.1 Postfixová notace a zásobník

---

Vyhodnocení výrazu:

- *číslo* na vstupu vložíme do zásobníku.
- *operand* vezme dvě čísla ze zásobníku a vloží do zásobníku výsledek operace.

infix	postfix
$12 / 4$	$12\ 4\ /$
$3 * 4 - 2$	$3\ 4\ *\ 2\ -$
$3 * (4 - 2)$	$3\ 4\ 2\ -\ *$
$(62-32)*5/9$	$62\ 32\ -\ 5\ *\ 9\ /$

```
>>> def eval_postfix(s):
...     stack=Stack()
...     for x in s.split(): # rozděl 's' dle mezer
...         if x=='+':
...             stack.push(stack.pop()+stack.pop())
...         elif x=='-':
...             stack.push(-stack.pop()+stack.pop())
...         elif x=='*':
...             stack.push(stack.pop()*stack.pop())
...         elif x=='/':
...             second=stack.pop()
...             stack.push(stack.pop()/second)
...         else: # 'x' je číslo
...             stack.push(float(x))
...     return stack.pop()
...
...
```

```
>>> print(eval_postfix("3 4 *"))
```

```
12.0
```

```
>>> print(eval_postfix("10 6 -"))
```

```
4.0
```

```
>>> print(eval_postfix("20 4 /"))
```

```
5.0
```

```
>>> print(eval_postfix("3 4 * 2 -")) # 3 * 4 - 2
```

```
10.0
```

```
>>> print(eval_postfix("3 4 2 - *")) # 3 * (4 - 2)
```

```
6.0
```

Edsger Dijkstra: Shunting yard algorithm (*seřadovací nádraží*)

1. **Číslo** okopíruj na výstup.
2. **Operátor** ulož do zásobníku operátorů.
  - (a) Je-li v zásobníku operátor s vyšší prioritou, přesuň tento operátor nejdřív na výstup.
3. **Otevírací závorku** ulož do zásobníku.
4. Po přečtení **uzavírací závorky** přesouvej ze zásobníku na výstup, dokud nenarazíš na otevírací závorku, kterou zahod.
5. Nakonec přesuň ze zásobníku na výstup zbývající operátory.

`stack_examples.py`

funkce `infix_to_postfix`

```
>>> def infix_to_postfix(s):
...
...     result = "" # výstupní řetězec
...     op = Stack() # zásobník operátorů
...     i = 0      # index 's'
...
...     while i<len(s):
...         if s[i] in "0123456789":
...             while i<len(s) and s[i] in "0123456789":
...                 result+=s[i]
...                 i+=1
...             result+=" "
...         continue
```

```
...     if s[i]=='(':
...         op.push(s[i])
...     elif s[i]==')':
...         top=op.pop()
...         while top!='(':
...             result+=top+" "
...             top=op.pop()
...     else: # s[i] is +,-,*,/
...         while not op.is_empty() and not higher_prec(s[i],op.peek()):
...             result+=op.pop()+" "
...         op.push(s[i])
...     i+=1
... while not op.is_empty():
...     result+=op.pop()+" "
... return result
...
```



```
>>> def higher_prec(a,b):  
...     """ operátor 'a' má vyšší prioritu než 'b' (na vrcholu zásobníku) """  
...     return ((a in "*/") and (b in "+-")) or (b=="(")  
...  
>>> print(infix_to_postfix("32+4"))  
3 2 4 +  
  
>>> print(infix_to_postfix("3*4-2"))  
3 4 * 2 -  
  
>>> print(infix_to_postfix("3*(4-2)"))  
3 4 2 - *  
  
>>> print(infix_to_postfix("(62-32)*5/9"))  
6 2 3 2 - 5 * 9 /
```

## P8.2 Vyhodnocování infixových výrazů

---

- Výraz převedeme na postfixový a vyhodnotíme.

```
>>> def eval_infix(s):  
...     return eval_postfix(infix_to_postfix(s))  
...
```

```
>>> print(eval_infix("32+4"))  
36.0
```

```
>>> print(eval_infix("3*4-2"))  
10.0
```

```
>>> print(eval_infix("3*(4-2)"))  
6.0
```

```
>>> print(eval_infix("(62-32)*5/9"))  
16.666666666666668
```

# Část III

## Fronta

# Fronta (Queue)

---

- strukturovaný/složený datový typ
- obsahuje předem neznámé množství položek, typicky stejného typu (*jako pole*)
- podporuje následující operace (se složitostí  $O(1)$ )
  - přidání položky na konec (*enqueue, add*)
  - odebrání položky **ze začátku** (*dequeue, top*)
  - test, jestli je fronta prázdná (*is\_empty*)
- položky jsou odebírány ve **stejném** pořadí, jako byly přidány. (*FIFO — first in first out*)
- fronta může podporovat i další operace
  - nedestruktivní čtení ze začátku (*peek*)
  - zjištění počtu položek ve frontě (*size*)
- Pokročilejší varianta: prioritní fronta

## Fronta – použití

---

- Komunikace mezi procesy (*consumer, producer*)
- Čekání na asynchronní periferie — klávesnice, disk, síť ...
- 'Férový přístup' pro sdílení zdrojů (*policy*)
- Simulace čekání ve frontě
- Některé grafové a třídící algoritmy (*prohledávání do šířky, merge sort*)

- Implementace pomocí seznamů snadná, ale neefektivní
  - přidávání a odebrání na začátku seznamu vyžaduje přesuny
  - pomalé pro dlouhé fronty
  - přesto si implementaci ukážeme
- Použití knihovny `collections`
  - datový typ `deque` (oboustranná fronta)
  - vložení do fronty pomocí `append`
  - odebrání z fronty pomocí `popleft`
  - přední prvek fronty je `[0]`

```
>>> from collections import deque
>>> q = deque(["Eric", "John", "Michael"])
>>> q.append("Terry") # přichází Terry
>>> q
deque(['Eric', 'John', 'Michael', 'Terry'])
>>> q.append("Graham") # přichází Graham
>>> q
deque(['Eric', 'John', 'Michael', 'Terry', 'Graham'])
>>> q.popleft() # odchází Eric
'Eric'
>>> q.popleft() # odchází John
'John'
>>> q
deque(['Michael', 'Terry', 'Graham'])
```

- Implementace pomocí seznamu, s pomalým vkládáním
- Složitost vkládání je  $O(n)$

```
>>> class Queue1:
...     def __init__(self):
...         self.items = []
...     def is_empty(self):
...         return self.items == []
...     def enqueue(self, item):
...         self.items.insert(0,item)
...     def dequeue(self):
...         return self.items.pop()
...     def size(self):
...         return len(self.items)
... 
```



```
>>> q = Queue1()
>>> q.enqueue(1)
>>> q.enqueue(2)
>>> print(q.dequeue())
1
>>> q.enqueue(10)
>>> print(q.dequeue())
2
>>> print(q.is_empty())
False
>>> print(q.dequeue())
10
>>> print(q.is_empty())
True
```

- Prvky ukládáme do seznamu.
- Vkládání na konec seznamu ( $O(1)$ ).
- Prvky nemažeme, ale posouváme index počátku.
- Pokud je vynechaných prvků hodně, překopírujeme frontu do nového pole.
- Kopírujeme po poklesu využití paměti na 50 %
- Odebrání  $n$  prvků vyžaduje  $\sim \log_2 n$  kopírování, dohromady  $n/2 + n/4 + \dots \sim n$  prvků  
→ amortizovaná složitost odebrání prvku je  $O(1)$ .
- Nevýhoda – neefektivní využití paměti.

arrayqueue.py

```
>>> class Queue2:
...     def __init__(self):
...         self.front = 0    # index prvního prvku
...         self.items = []
...     def is_empty(self):
...         return len(self.items) == self.front
...     def enqueue(self, item):
...         self.items+= [item]
...     def dequeue(s):
...         el = s.items[s.front];
...         s.front+=1
...         if s.front >= 1024 and s.front >= len(s.items)//2:
...             s.items = s.items[s.front:];
...             s.front = 0
...         return el
```

```
...     def size(self):
...         return len(self.items)
...
>>> q = Queue2()
>>> q.enqueue(1)
>>> q.enqueue(2)
>>> print(q.dequeue())
1
>>> print(q.is_empty())
False
>>> print(q.dequeue())
2
>>> print(q.is_empty())
True
```

- Prvky ukládáme do zásobníku `inp` ( $O(1)$ )
- Prvky odebíráme ze zásobníku `out` ( $O(1)$ )
- Když je `out` prázdný, přesuneme do něj `inp`
- Každý prvek je kopírován jen jednou, složitost zůstává  $O(1)$

```
>>> class Queue3:
...     def __init__(self):
...         self.inp = Stack()
...         self.out = Stack()
...     def is_empty(self):
...         return self.size()==0
...     def enqueue(self, item):
...         self.inp.push(item)
...     def dequeue(self):
...         if self.out.is_empty():
...             while not self.inp.is_empty():
...                 self.out.push(self.inp.pop())
...         return self.out.pop()
...     def size(self):
...         return self.inp.size() + self.out.size()
... 
```

## III. Fronta

---

P8.3 Rozpočítávání

P8.4 Tisková fronta

- Děti v kruhu, rozpočítávací má  $m$  slabik, začíná se prvním.
- Na koho padne poslední slabika, vypadává.
- Hraje se, dokud nevypadne poslední.
- Děti reprezentujeme pomocí fronty, budeme přesouvat ze začátku na konec.

```
>>> def rozpocitej(jmena, m):
...     p = Queue1()
...     for j in jmena: # uloz jmena do fronty
...         p.enqueue(j)
...     while p.size() > 1:
...         for i in range(m-1):
...             p.enqueue(p.dequeue())
...         print("Vypadl(a): ", p.dequeue())
...     return p.dequeue() # vrať vítěze
... 
```



```
>>> v = rozpocitej(["Adam", "Bara", "Cyril", "David", "Emma",
... "Franta", "Gabina"], 3)
Vypadl(a): Cyril
Vypadl(a): Franta
Vypadl(a): Bara
Vypadl(a): Gabina
Vypadl(a): Emma
Vypadl(a): Adam
>>> print("Vyhrál(a): ", v)
Vyhrál(a): David
```

# III. Fronta

---

P8.3 Rozpočítávání

P8.4 Tisková fronta



```
>>> import random
>>> def simuluj(people, prob, pages, seconds, simulation):
...     """ Nasimuluje chovani tiskove fronty.
...         "people"      - pocet lidi
...         "prob"       - pravd. vytvoreni ulohy v dane vterine
...         "pages"      - maximalni pocet stran v uloze
...         "seconds"    - pocet sekund na stranku
...         "simulation" - delka simulace v sekundach """
...     q = Queue1()      # tiskova fronta
...     t = Tiskarna()    # stav tiskarny
...     casy_cekani = []  # délky čekání na vytisknutí v sekundách
```

```
...     for i in range(simulation):
...         simuluj_lidi(people, seconds, pages, q, i)
...         simuluj_tiskarnu(seconds, q, t, i, casy_cekani)
...     avg_time = sum(casy_cekani)/len(casy_cekani)
...     print("Prumerna doba cekani  %5.2fs." % avg_time)
...     return avg_time
...
>>> def simuluj_lidi(num_people, prob_second, max_pages, q, i):
...     for j in range(num_people):
...         if random.random() < prob_second:
...             pocet_stran = random.randrange(1, max_pages + 1)
...             print("Cas %d, pozadavek na tisk %d stran." %
...                   (i, pocet_stran))
...             q.enqueue(Uloha(i, pocet_stran))
...     ...
```

```
>>> def simuluj_tiskarnu(seconds_per_page,q,t,i,casy_cekani):
...     if t.uloha != None:           # tiskarna tiskne
...         t.zbyvajici_cas-=1
...         if t.zbyvajici_cas<=0: # hotovo
...             print("Cas %d, tisk %d stran/y hotov, cekani %5.1fs."
...                   % (i,t.uloha.stran,i-t.uloha.time))
...             casy_cekani+=[i-t.uloha.time]
...             t.uloha=None
...     if t.uloha==None:           # tiskarna je volna
...         if not q.is_empty(): # ve fronte je uloha
...             t.uloha=q.dequeue()
...             print("Cas %d, zaciname tisknout ulohu majici %d stran."
...                   % (i,t.uloha.stran))
...             t.zbyvajici_cas=t.uloha.stran*seconds_per_page
...     ...
```

```
>>> simuluj(2, .0001, 3, 1, 10)
Cas 0, pozadavek na tisk 3 stran.
Cas 0, pozadavek na tisk 1 stran.
Cas 0, zaciname tisknout ulohu majici 3 stran.
Cas 1, pozadavek na tisk 2 stran.
Cas 1, pozadavek na tisk 1 stran.
Cas 2, pozadavek na tisk 3 stran.
Cas 2, pozadavek na tisk 1 stran.
Cas 3, pozadavek na tisk 3 stran.
Cas 3, pozadavek na tisk 3 stran.
Cas 3, tisk 3 stran/y hotov, cekani 3.0s.
Cas 3, zaciname tisknout ulohu majici 1 stran.
Cas 4, pozadavek na tisk 2 stran.
Cas 4, pozadavek na tisk 2 stran.
Cas 4, tisk 1 stran/y hotov, cekani 4.0s.
Cas 4, zaciname tisknout ulohu majici 2 stran.
```

# Část IV

## Spojový seznam



# Uchování prvků

---

Základním datovým typem pro uchování množiny prvků (proměnných/struktur) je **pole**, v Pythonu nejčastěji realizované **seznamem**.

- Jedná se o kolekci položek (proměnných) stejného nebo rozdílného typu
- + Umožňuje jednoduchý přístup k položkám indexací prvku
- Některé operace mohou být časově náročné
  - Přidávání prvků na začátek seznamu
  - Vkládání nových prvků
  - Změna velikosti
- V případě řazení pole přesouváme položky

# Spojové seznamy

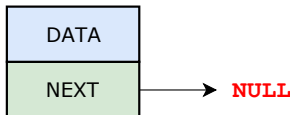
---

- Datová struktura realizující seznam dynamické délky
- Každý prvek (uzel, node) seznamu obsahuje
  - Datovou část (hodnota proměnné / objekt / ukazatel na data)
  - Odkaz (ukazatel) na další prvek v seznamu

NULL nebo vhodnou zarážku v případě posledního prvku seznamu.

- První prvek seznamu se zpravidla označuje jako **head** nebo **start**.

Realizujeme jej jako ukazatel odkazující na první prvek seznamu.



# Základní operace se spojovým seznamem

---

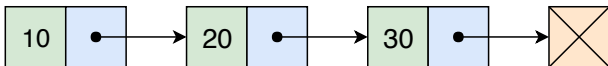
- Vložení prvku
  - Předchozí prvek odkazuje na nový prvek
  - Nový prvek může odkazovat na předchozí prvek, který na něj odkazuje
- Odebrání prvku
  - Předchozí prvek aktualizuje hodnotu odkazu na následující prvek
  - Předchozí prvek tak nově odkazuje na následující hodnotu, na kterou odkazoval odebíraný prvek

Obousměrný spojový seznam.

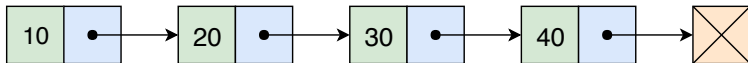
Základní implementací spojového seznamu je tzv. jednosměrný spojový seznam

# Jednosměrný spojový seznam

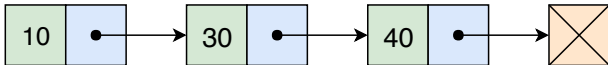
- Příklad spojového seznamu pro uložení číselných hodnot



- Přidání prvku 40 na konec seznamu



- Odebrání prvku 20 ze seznamu



1. Nejdříve sekvenčně najdeme prvek s hodnotou 30

Prvek, na který odkazuje NEXT odebíraného prvku.

2. Následně vyjmeme a napojíme prvek 10 na prvek 30

Hodnotu NEXT prvku 10 nastavíme na adresu prvku 30.

## Reprezentace uzlu

---

```
>>> class Node:    # uzel
...     def __init__(self,data):
...         self.data = data
...         self.next = None # odkaz na dalsi uzel
... 
```

```
>>> class ListStack:    # seznam
...     def __init__(self):
...         self.head = None
...     def is_empty(self):
...         return self.head is None
...     def push(self,item):
...         node=Node(item)
...         node.next=self.head
...         self.head=node
...     def pop(self):
...         item=self.head.data
...         self.head=self.head.next
...         return item
...     def peek(self):
...         return self.head.data
... 
```

```
>>> s = ListStack()
>>> s.push(1)
>>> s.push(2)
>>> print(s.pop())
2
>>> print(s.pop())
1
>>> s.push(10)
>>> print(s.is_empty())
False
>>> print(s.pop())
10
>>> print(s.is_empty())
True
```

```
>>> class ListQueue(ListStack):
...     def __init__(self):
...         self.head = None
...         self.last = None # last item
...         self.count = 0
...     def pop(self):          # odeber ze začátku
...         item=self.head.data
...         self.head=self.head.next
...         if self.head is None:
...             self.last=None
...             self.count-=1
...         return item
...     def dequeue(self):
...         return self.pop()
```



```
...     def push(self,item):    # přidej na začátek
...         node=Node(item)
...         node.next=self.head
...         if self.head is None:
...             self.last=node
...             self.head=node
...             self.count+=1
...     def enqueue(self,item): # přidej na konec
...         node=Node(item)
...         if self.head is None: # seznam je prázdný
...             self.head=node
...             self.last=node
...         else:
...             self.last.next=node
...             self.last=node
...             self.count+=1
```

```
>>> q = ListQueue()
>>> q.enqueue(1)
>>> q.enqueue(2)
>>> print(q.dequeue())
1
>>> q.enqueue(10)
>>> print(q.dequeue())
2
>>> print(q.is_empty())
False
>>> print(q.dequeue())
10
>>> print(q.is_empty())
True
```

# Procházení prvků pole

---

- Doplňme do třídy `ListQueue` metody:

```
def iter(self,f):
    """ execute f(x) for all 'x' in the queue """
    node=self.head
    while node is not None:
        f(node.data)
        node=node.next

def reduce(self,f,acc):
    """ execute acc=f(x,acc) for all 'x' in the queue """
    node=self.head
    while node is not None:
        acc=f(node.data,acc)
        node=node.next
    return acc
```

# Konverze na pole a z pole

---

- Doplníme do třídy `ListQueue` metodu:

```
def to_array(self):  
    a=[]  
    self.iter(lambda x: a.append(x))  
    return a
```

- Funkce pro vytvoření seznamu z pole

```
def array_to_queue(a):  
    q=ListQueue()  
    for x in a:  
        q.enqueue(x)  
    return q
```

`linkedlistqueue.py`

## Příklady

---

```
from linkedlistqueue import ListQueue,array_to_queue
```

```
q=array_to_queue([4,2,7,3])
```

```
print(q.reduce(max,0))
```

7

```
print(q.reduce(lambda x,acc: acc+x,0))
```

16

```
print(q.to_array())
```

[4, 2, 7, 3]

## Vyhledávání v seznamu

---

- Metoda třídy `ListQueue`, složitost  $O(n)$

```
def contains(self,x):  
    """ returns True if the list contains element x """  
    node=self.head  
    while node is not None:  
        if node.data==x:  
            return True  
        node=node.next  
    return False
```

```
q=array_to_queue([3,52,69,17,19])
```

```
print(q.contains(17))
```

True

```
print(q.contains(20))
```

False

# Mazání v seznamu

---

- Metoda třídy `ListQueue`:

```
def remove(self,x):  
    """ removes an element x, if present """  
    node=self.head  
    prev=None  
    while node is not None:  
        if node.data==x:  
            if prev is None:  
                self.head=node.next  
                if self.head is None:  
                    self.last=None  
            else:  
                prev.next=node.next  
    prev=node  
    node=node.next
```

# Mazání v seznamu

---

- Příklad

```
from linkedlistqueue import ListQueue,array_to_queue
```

```
q=array_to_queue([3,2,5,8,11])
```

```
q.remove(5)
```

```
print(q.to_array())
```

```
[3, 2, 8, 11]
```

```
q.remove(3)
```

```
print(q.to_array())
```

```
[2, 8, 11]
```

```
q.remove(11)
```

```
print(q.to_array())
```

```
[8, 11]
```



## Uspořádaný spojový seznam – řazení

---

- Seznam budeme udržovat seřazený.
- Seznam lze procházet jen 'odpředu' (od `self.head`).
- Vkládání (*insert*) 'dopředu' je rychlejší.
- Prvky mohou často přicházet srovnané vzestupně (*insertion sort*)
- Seznam budeme řadit sestupně, aby větší prvky mohly zůstat 'vpředu'.

# Uspořádaný spojový seznam – vkládání

---

```
class OrderedList(ListQueue):
```

```
    def insert(self,x):
```

```
        newnode=Node(x); prev=None; node=self.head
```

```
        while node is not None and x<node.data:
```

```
            prev=node
```

```
            node=node.next
```

```
        if node is None: # newnode patří na konec
```

```
            if self.head is None: # seznam je prázdný
```

```
                self.head=newnode
```

```
            else:
```

```
                self.last.next=newnode
```

```
                self.last=newnode
```

```
        else:
```

```
            if prev is None: # newnode patří na začátek
```

```
                self.head=newnode
```

```
            else: # newnode patří mezi prev a node
```

```
                prev.next=newnode
```

```
                newnode.next=node
```

```
        self.count+=1
```

# Řazení vkládáním a spojové seznamy

---

```
def insertion_sort_linkedlist(a):  
    """ sorts array a inplace in ascending order """  
    q=OrderedList()  
    for x in a:  
        q.insert(x)  
    for i in range(len(a)-1,-1,-1):  
        a[i]=q.pop() # from the highest value
```

[insertion\\_sort\\_linkedlist.py](#)

# Spojování seznamů v konstantním čase

---

- Doplníme do třídy `ListQueue` metodu

```
def concatenate(self,l):
    """ destruktivne pridej seznam 'l' na konec """
    if l.last is None:
        return
    if self.last is None:
        self.head=l.head
    else:
        self.last.next=l.head
    self.last=l.last
    self.count+=l.count
    l.head=None # smaž list 'l'
    l.last=None
    l.count=0
```

## Spojování seznamů – příklad

---

```
from linkedlistqueue import ListQueue, array_to_queue
```

```
q=array_to_queue([1,2,3])
```

```
r=array_to_queue([4,5])
```

```
q.concatenate(r)
```

```
print(q.to_array())
```

linkedlist\_examples.py

# Oboustranná fronta

---

Lineární datová struktura kombinující frontu a zásobník.

operace	zásob.	fronta	oboustranná fronta	spoj.sez.	
				jedn.	dvoj.
přidej na začátek	$O(1)$		$O(1)$	$O(1)$	$O(1)$
přidej na konec		$O(1)$	$O(1)$	$O(1)$	$O(1)$
odeber ze začátku	$O(1)$	$O(1)$	$O(1)$	$O(1)$	$O(1)$
odeber z konce			$O(1)$	$O(n)^{\#}$	$O(1)$
iterace vpřed				ano	ano
iterace vzad					ano

*začátek* = `self.head`

*konec* = `self.last`

<sup>#</sup>  $O(1)$ , pokud máme odkaz *i* na předchozí uzel.

# Aplikace oboustranné fronty

---

- Zásobník s omezenou délkou
  - Seznam navštívených stránek v prohlížeči
  - Undo/redo operace v textovém či grafickém editoru
- Rozvrhování pro více procesorů — volné procesory mohou 'ukrást' proces jiným.
- Nalezení maxima všech souvislých podsekvencí dané délky.

## Spojový seznamu – shrnutí

---

- Podporuje mnoho operací v čase  $O(1)$ ...
- ...za cenu větších časových a paměťových nároků (konstantní faktor)
- Pomocí spojového seznamu můžeme implementovat zásobník i frontu.
- *Dvojitě zřetězený* spojový seznam umí rychle více operací (iterace vzad, vypuštění prvku uprostřed) za cenu opět větších časových a paměťových nároků (konstantní faktor).