Statistická analýza dat

Jméno: _____

Podpis: _____

Cvičení	
Zkouška (písemná + ústní)	≥ 25
Celkem	≥ 50
Známka	

Pokyny k vypracování: doba řešení je 120min, jasně zodpovězte pokud možno všechny otázky ze zadání, pracujte s pojmy používanými v předmětu, můžete používat kalkulátory.

Statistické minimum. *(10 b)* Zodpovězte následující otázky:

(a) *(4 b)* Co je to distribuční funkce? Co je to kvantil a kvantilová funkce? Co je to funkce pravděpodobnostní hustoty? Definujte pojmy formálně a uveďte jaký je mezi nimi vztah.

(b) *(4 b)* Formulujte centrální limitní větu. Kde se dá využít?

(c) *(2 b)* Definujte pojem střední hodnota a aritmetický průměr. Vysvětlete rozdíl mezi nimi.

Redukce dimenzionality. *(10 b)* Uvažujte problém redukce dimenzionality.

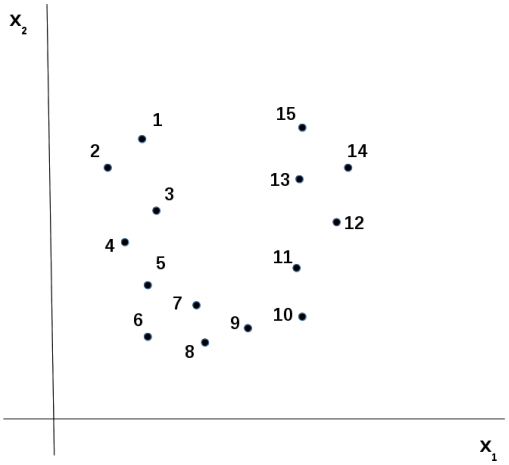
(a) *(2 b)* Definujte probléme redukce dimenzionality formálně (vstup, výstup, předpoklady, kritéria řešení).

(b) *(2 b)* Definujte a vysvětlete pojem multidimenzionální škálování. Jde o lineární nebo nelineární metodu redukce dimenze?

(c) *(2 b)* Definujte pojem geodetická vzdálenost (geodesic distance). Jak ji lze vypočítat z dat a jaká jsou rizika tohoto výpočtu?

(d) *(2 b)* Napište pseudokód metody založené na multidimenzionálním škálování a geodetické vzdálenosti. Pojmenujte tuto metodu.

(e) *(2 b)* Na obrázcích níže naznačte funkci metody popsané výše (tj. graficky naznačte způsob mapování bodů z prostoru vyšší dimenze do prostoru dimenze nižší). Může výstup vypadat i jinak než jste zakreslili?



Multivariátní regrese. *(10 b)* Sestavujete multivariátní lineární model. Nezávisle proměnných je velký počet, jejich relevance je odlišná, některé z těchto proměnných jsou zcela irelevantní.

(a) *(2 b)* Pojmenujte 2 základní metody, pomocí kterých lze dosáhnout smrštění (shrinkage) výsledného modelu a zapište kriteriální funkce, které tyto dvě metody minimalizují.

(b) *(2 b)* Vysvětlete, v čem se výstup výše uvedených metod bude lišit. Zdůvodněte.

(c) *(1 b)* Vyžaduje některá z výše uvedených metod předzpracování dat? Pokud ano, jaké a proč?

(d) *(2 b)* Má některá z výše uvedených metod parametr, který je třeba nastavit? Jak se toto nastavení provede? Co parametr určuje? Popište podrobně.

(e) *(2 b)* Vysvětlete, proč mohou smrštěné modely dosáhnout nižší testovací chyby než referenční plný model vytvořený metodou nejmenších čtverců. Vysvětlení podpořte kompromisem mezi zaujetím (bias) a rozptylem (variance) obou typů modelů (plný vs smrštěný). Oba pojmy potřebné k vysvětlení definujte.

(f) *(1 b)* V čem jsou nevýhody smršťování oproti klasické aplikaci nejmenších čtverců?

Robustní statistika. *(10 b)* Diskutujte pojem robustní regrese. Odpovídejte na otázky níže.

(a) *(2 b)* Co to je robustní regrese a za jakých podmínek je její využití vhodné?

(b) *(1 b)* Myšlenku robustní regrese demonstrujte graficky (postačí příklad jedné závisle a jedné nezávisle proměnné, bodový graf a srovnání výstupu robustní a klasické regrese).

(c) *(2 b)* Jak lze regresní úlohu přeformulovat, aby šlo o robustní regresi? Popište alespoň 2 možnosti formulace. Kde jsou možné problémy?

(d) *(4 b)* Máte k dispozici dva párové vzorky:

$s_1 = \{293, 311, 331, 295, 337, 328, 291, 306, 323, 316\}$,

$s_2 = \{298, 322, 321, 321, 343, 331, 289, 316, 329, 322\}$.

Statisticky srovnejte oba vzorky na základě vhodné míry polohy (estimation of location, central tendency). Využijte jednu parametrickou a jednu neparametrickou, tj. robustní metodu. Pro obě metody formulujte jasný závěr.

Můžete využít těchto formulí: $T = \frac{\bar{d}-D_0}{s_d/\sqrt{n}}$, $W = \sum_{i=1}^{n}(sgn(x_i - y_i)R_i)$.

Příslušné tabulkové hodnoty: $t_{0.95,9} = 1.883$, $t_{0.975,9} = 2.262$, $t_{0.99,9} = 2.281$, $t_{0.995,9} = 3.250$;

$$w_{0.95,10} = 40,\ w_{0.99,10} = 51.$$

(e) *(1 b)* Srovnejte výhody a nevýhody obou přístupů pro danou dvojici vzorků.

Power analysis. *(10 b)* Odpovězte na otázky níže.

(a) *(2 b)* Vysvětlete pojem síla statistického testu.

(b) *(3 b)* Na čem síla testu závisí a jak (uveďte tři faktory, pro každý faktor popište typ vztahu)?

(c) *(5 b)* Kolik účastníků testu je třeba pozvat na testování, pokud chcete mít 90% šanci vidět problémy, které postihují 30% všech uživatelů? Napište a popište rovnici pro výpočet velikosti vzorku pro objevování problémů. Proveďte výpočet.