

---

# PAL: 12. cvičení

15. 12. 2022

## Př. 10/2: náhodná čísla

---

Máte jednu hrací kostku. Popište, jak využijete házení kostkou tak, abyste měli generátor náhodných celých čísel v rozmezí  $0 \dots 10$ . Všechna čísla  $0, 1, 2, \dots, 10$  musí být generována se stejnou pravděpodobností.

## Př. 10/12: modulární umocňování

---

Vypočtete  $18^{89} \pmod{11}$ .

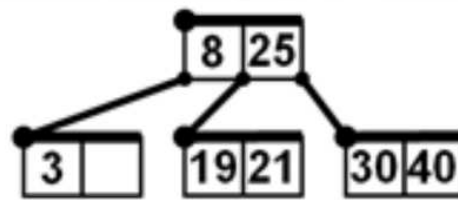
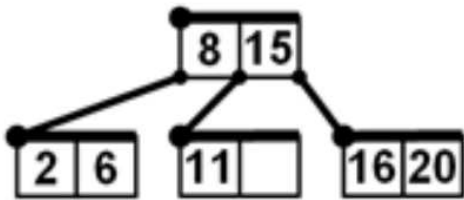
## Př. 11/0: skip list - konstrukce

---

Sestavte skip list, který je nejprve prázdný a dále do něj vkládáte dané klíče v uvedeném pořadí. Číslo za klíčem v závorce uvádí úroveň (level) klíče, tj. kolikrát byla hozena mince, než padl rub (včetně rubu): 16(3), 23(2), 5(2), 15(1), 19(1), 4(1), 17(4), 10(1), 28(4).

## Př. 11/11: B stromy

Do B-stromu znázorněného na levém resp. pravém obrázku vložíme postupně klíče 14, 10, resp. 7, 5. Jaké klíče pak bude obsahovat kořen stromu?



## Př. 11/14: konstrukce a destrukce B stromu

---

B-strom je řádu  $k$ , pokud každý jeho uzel, kromě kořene, musí obsahovat alespoň  $k$  klíčů a zároveň může obsahovat nejvýše  $2k$  klíčů. Vybudujte B-strom řádu 1 tak, že do prázdného stromu vložíte v uvedeném pořadí klíče 25, 13, 37, 32, 40, 20, 22. Dále tento strom zrušte, a to tak, že jednotlivé klíče klíče odstraníte v pořadí 13, 25, 40, 22, 20, 37, 32. Nakreslete strom po každé operaci Insert a Delete.

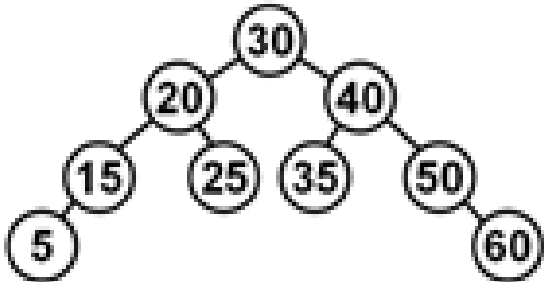
## Př. 11/16: plněné B stromy

---

Je dán a) B-strom, b) B+ strom. Strom je řádu 10 a máme do něj umístit 100 000 klíčů. Jaký je maximální a minimální možný počet uzlů tohoto stromu? Jaká je maximální a minimální možná hloubka tohoto stromu?

## Př. 12/1: AVL stromy

Rozhodněte, zda a jaká rotace bude použita během operací DELETE klíčů 5, 25, 35 (v tomto pořadí) nad AVL stromem:





## Př. 12/2: Splay stromy

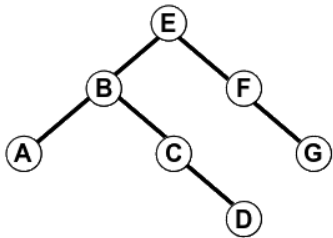
---

Do nejprve prázdného stromu splay tree vkládejte postupně klíče 2, 7, 1, 4, 3, 9, 5, 6. Nakreslete strom po každém vložení.

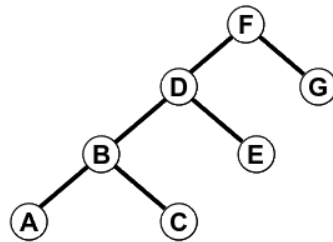
# Př. 12/4: Červenočerné stromy

Navrhněte červenočerné obarvení daných stromů tak, aby vznikl korektní červenočerný strom. Prázdné (nil) listy nejsou zobrazeny.

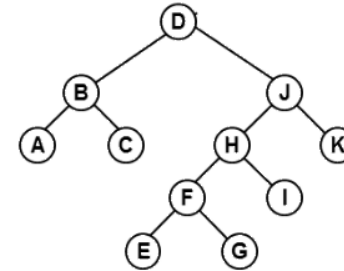
A.



B.



C.



## Př. 13/10: k-d stromy

---

Sestavte k-d strom pro body v rovině  $(50,50)$ ,  $(20,35)$ ,  $(60,15)$ ,  $(30,40)$ ,  $(50,40)$ ,  $(40,50)$ ,  $(15,60)$ ,  $(15,35)$ ,  $(35,40)$ . Kolik možných stromů můžete dostat? Pokud byste strom nekonstruovali přímo, ale postupnými operace INSERT, jak bude vypadat výsledný strom? Bude se lišit od stromu zkonstruovaného přímo? Pro jaké setřídění bodů dostanete “nejlepší” strom? (A co je kritériem kvality stromu?) Pro jaké setřídění bodů dostanete naopak “nejhorší” strom?

## Př. 13/13: k-d stromy

---

Ze stromu vzniklého v minulém příkladu postupnými operacemi INSERT odstraňte postupně body (50,50) a (20,35).