
PAL: 10. cvičení

1. 12. 2022

Př. 8/3: hledání pozměněného slova

V textu nad abecedou $\{a, b, c, d\}$ máme určit všechny výskyty takových podřetězců, které začínají i končí znakem b a zároveň mají od daného vzorku $abbbcdabbbcdab$ Hammingovu vzdálenost větší než 2. Navrhněte konečný nedeterministický automat pro řešení této úlohy.

Př. 8/9: Hamming a Levenshtein

Napište všechna slova, která mají od vzorku aba nad abecedou $\{a, b, c\}$ Hammingovu resp. Levenshteinovu vzdálenost rovnu 1.

Př. 8/8: Hamming vs. Levenshtein

Označme symbolem $HD(v, w)$ Hammingovu vzdálenost slov v a w nad abecedou A , symbolem $LD(v, w)$ Levenshteinovu vzdálenost těchto slov. Rozhodněte, který z následujících případů může nastat a pro možné případy uveďte příklad slov v a w délky alespoň 5.

- a) $HD(v, w) < LD(v, w)$,
- b) $HD(v, w) = LD(v, w)$,
- c) $HD(v, w) > LD(v, w)$.

Př. 8/6*: vlastnosti Levenshteinovy vzdálenosti

Označme symbolem $d(x, y)$ Levenshteinovu vzdálenost slov x a y . Víme že, pro tři slova u, v, w platí $d(u, v) = d_1, d(v, w) = d_2$. Jakých hodnot může nabývat $d(u, w)$ v závislosti na d_1, d_2 ? Abeceda je pro všechna slova společná.

Př. 8/4: hledání pozměněného slova 2

Konečný automat pro hledání v textu, který hledá všechny podřetězce mající od daného vzorku Levenshteinovu vzdálenost menší než dané k , obsahuje ϵ -přechody. Nakreslete příklad tohoto automatu pro délku vzorku 6 a hodnotu $k = 3$. Dále nakreslete, jak bude tento automat vypadat po odstranění všech ϵ -přechodů.

Př. 9/1: Hammingovsky blízka slova - dynamicky

Najděte v textu T všechny výskyty řetězců, které mají od vzorku P Hammingovu vzdálenost rovnou nejvýše k . Použijte metodu dynamického programování.

a) $T = ccacbaabccaccbcabccc$, $P = abcba$, $k = 2$,

b) $T = 000111011000101010111110$, $P = 110010$, $k = 3$.

Př. 9/2: Levenshteinovsky blízka slova - dynamicky

Najděte v textu T všechny výskyty řetězců, které mají od vzorku P Levenshteinovu vzdálenost rovnou nejvýše k . Použijte metodu dynamického programování.

a) $T = aacacacbaabbbcbbcacc$, $P = cbbba$, $k = 3$,

b) $T = 010011101000010101011100$, $P = 11100$, $k = 1$.

Př. 9/3: nedeterministické hledání slova z množiny

Sestrojte nedeterministický automat, který v textu nad abecedou A vyhledá právě každé slovo množiny M .

a) $A = \{a, b, c\}$, $M = \{a, b, ba, bc, aaa, bab, ccc, abbc, abcc\}$,

b) $A = \{0, 1\}$,

$M = \{10, 11, 101, 111, 1011, 1101, 10001, 10011, 10111, 11101, 11111\}$.

Př. 9/4: deterministické hledání slova z množiny

Sestrojte deterministický automat, který v textu nad abecedou A vyhledá právě každé slovo množiny M .

a) $A = \{a, b, c\}$, $M = \{a, b, ba, bc, aaa, bab, ccc, abbc, abcc\}$,

b) $A = \{0, 1\}$,

$M = \{10, 11, 101, 111, 1011, 1101, 10001, 10011, 10111, 11101, 11111\}$.

Náhodná čísla. Prvočísla.
Modulární umocňování.

Př. 10/2: náhodná čísla

Máte jednu hrací kostku. Popište, jak využijete házení kostkou tak, abyste měli generátor náhodných celých čísel v rozmezí $0 \dots 10$. Všechna čísla $0, 1, 2, \dots, 10$ musí být generována se stejnou pravděpodobností.

Př. 10/3: náhodné uspořádání

Vysvětlete, jak pomocí generátoru náhodných čísel zamícháte do náhodného pořadí seřazené pole čísel. Akce musí proběhnout v čase úměrném délce pole.

Př. 10/4.0: lin. kongruenční generátor náh. čísel

Navrhněte lineární kongruenční generátor tvaru

$x_{n+1} = (ax_n + c) \bmod 10$ tak, aby měl maximální periodu.

Př. 10/4*: lin. kongruenční generátor náh. čísel

Ověřte, zda lineární kongruenční generátor s danými parametry má maximální možnou délku periody.

a) $x_{n+1} = (91x_n + 49) \pmod{600}$,

b) $x_{n+1} = (8x_n + 80) \pmod{49}$,

c) $x_{n+1} = (37x_n + 55) \pmod{144}$,

d) $x_{n+1} = (99x_n + 81) \pmod{113}$.

Př. 10/5: perioda Lehmerova generátoru náh. čísel

Určete délku periody v Lehmerově generátoru, který je dán předpisem $x_{n+1} = ((M - 1) \cdot x_n) \bmod M$, kde M je prvočíslo.

Př. 10/6*: počet prvočísel

Určete, kolik přibližně prvočísel leží v intervalu:

a) $< 0, 10^9 >$,

b) $< 10^9, 2 \cdot 10^9 >$.

Př. 10/7*: poloprvočísla

Řekneme, že přirozené číslo je poloprvočíslu, pokud je buď prvočíslem nebo celou mocninou prvočísla. Popište modifikaci Eratosthenova síta, která bude generovat právě poloprvočísla. Napište pseudokód.

Př. 10/8*: skoroprvočísla

Jako skoroprvočísla označíme právě ta přirozená čísla, která jsou součinem dvou různých prvočísel. Popište modifikaci Eratosthena sítá, která bude generovat skoroprvočísla. Napište pseudokód.

Př. 10/11: největší společný dělitel

Vypočtete největší společný dělitel

a) $GCD(220, 284)$,

b) $GCD\left(\binom{30}{10}, \binom{31}{9}\right)$,

c) $GCD(2^{100}, 100!)$.

Př. 10/12: modulární umocňování

Vypočtete $18^{89} \pmod{11}$.