
PAL: 5. cvičení

20. 10. 2022

Př. 3/3*: Eulerovský cyklus

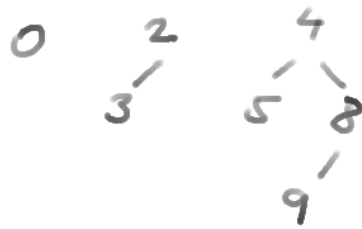
Kolika způsoby lze do kružnice délky 20 vložit další tři hrany tak, aby výsledný graf obsahoval Eulerovský cyklus (=uzavřený eulerovský tah)? Vkládáme pouze hrany, počet uzlů se nemění.

Haldy

Binomiálai haldy?

	0	0 0 1	$\begin{matrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 0 & 1 \\ 2 & 3 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 0 & 1 & 3 \\ 2 & 4 & 5 \\ 6 \end{matrix}$
A						
N						

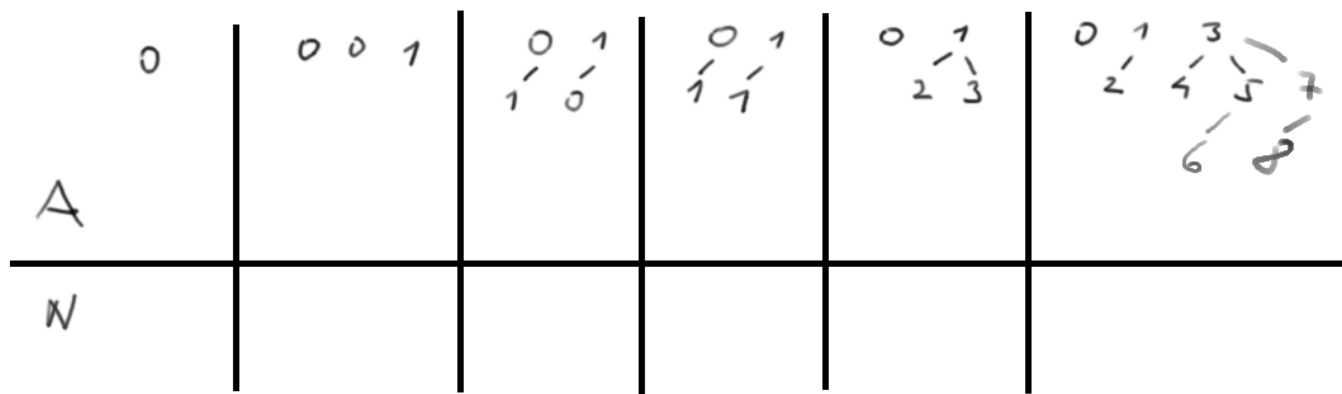
INSERT(1)



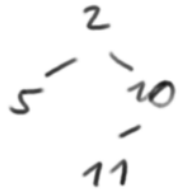
DELETE MIN()



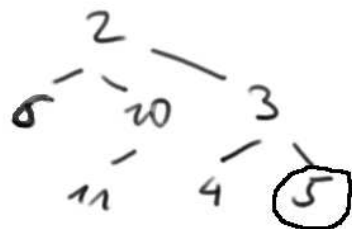
Fibonacci haldy?



INSERT (1)



DECREASEKEY(5,3) ~ DECREASEKEY(4,2)



Př. 4/1: binární halda

Z binární haldy obsahující n^3 prvků, jejíž kořen obsahuje nejmenší hodnotu z celé haldy, odstraníme $n^2 \lg(n)$ nejmenších prvků. Jaká je asymptotická složitost této akce? Bude složitost jiná, pokud halda nebude binární, ale binomiální?

Př. 4/3: binomiální halda

Jaký je nejvyšší možný stupeň uzlu (stupeň = počet synů) v binomiální haldě s N klíči?

Př. 4/4*: reprezentace binomiální haldy

Uzel v binomiální haldě může mít stupeň (= počet synů) vyšší než dva a obecně stupeň uzlu není shora omezen. Uzel odkazuje na další binomiální stromy. Máme dvě možnosti: a) Odkazy jsou uspořádány v rostoucím pořadí velikostí podstromů, na které odkazují, b) odkazy jsou řazeny náhodně. Rozhodněte, jestli volba možností a), b) ovlivňuje rychlost implementace operací Insert, DeleteMin.

Př. 4/5: Fibonacciho halda

Do nejprve prázdné Fibonacciho haldy vložíme $2^n + 5$ navzájem různých klíčů ($n > 2$). Poté v haldě provedeme operaci DeleteMin včetně následující konzolidace haldy. Žádné jiné operace s haldou neprovádíme. Kolik binomiálních stromů s kořenem v kořenovém seznamu haldy bude halda obsahovat po této akci?

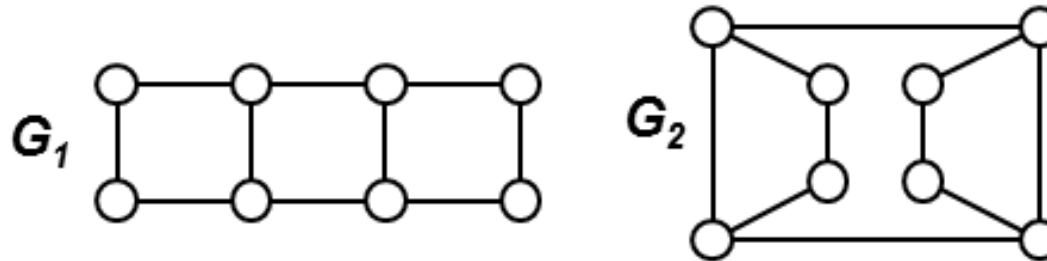
Izomorfizmy

Př. 5/1: izomorfizmy kružnice

Máme dvě neorientované kružnice stejné délky $k > 2$. Kolik mezi nimi existuje izomorfizmů?

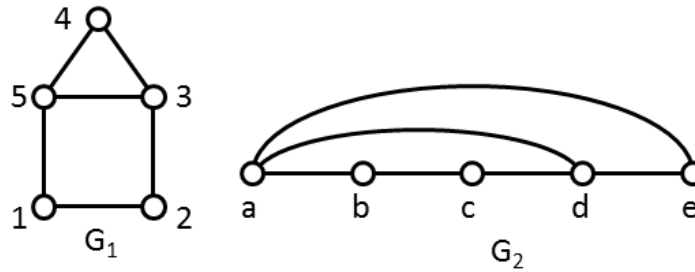
Př. 5/2: izomorfizmy grafů

Určete počet izomorfizmů mezi grafy G_1 a G_2 .



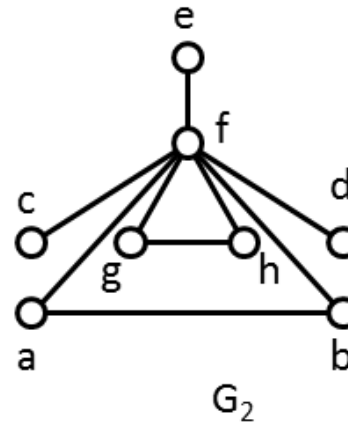
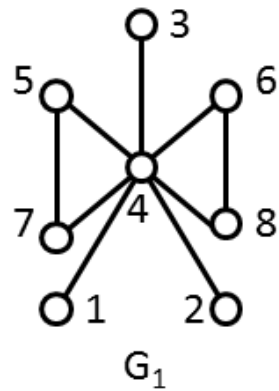
Př. 5/3a: počet bijekcí

Kolik je takových bijekcí mezi uzly grafů G_1 a G_2 na obrázku níže, které nejsou izomorfizmy?



Př. 5/3b: počet bijekcí

Kolik je takových bijekcí mezi uzly grafů G_1 a G_2 na obrázku níže, které nejsou izomorfizmy?



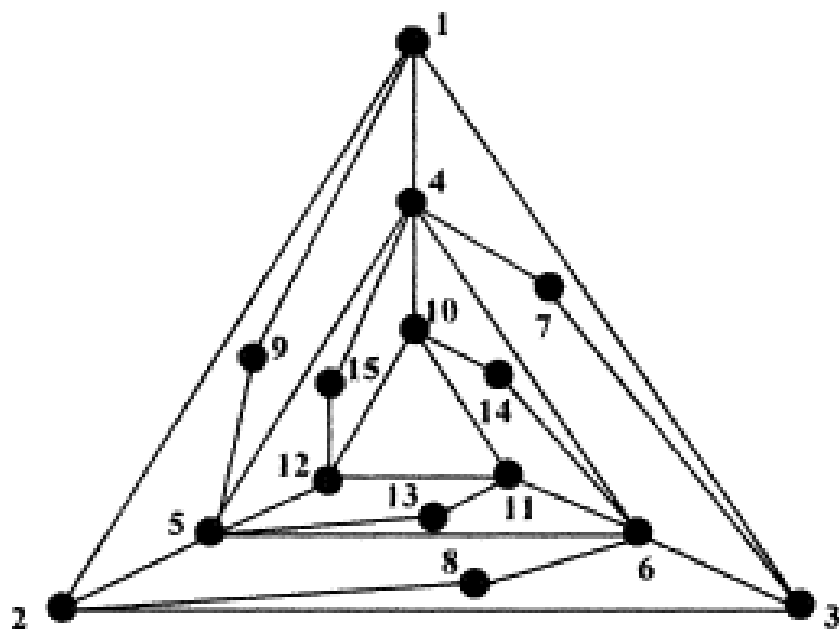
Př. 5/4: počet bijekcí

Máme dány dva neorientované grafy, každý obsahuje právě n uzlů a oba grafy mají skóre

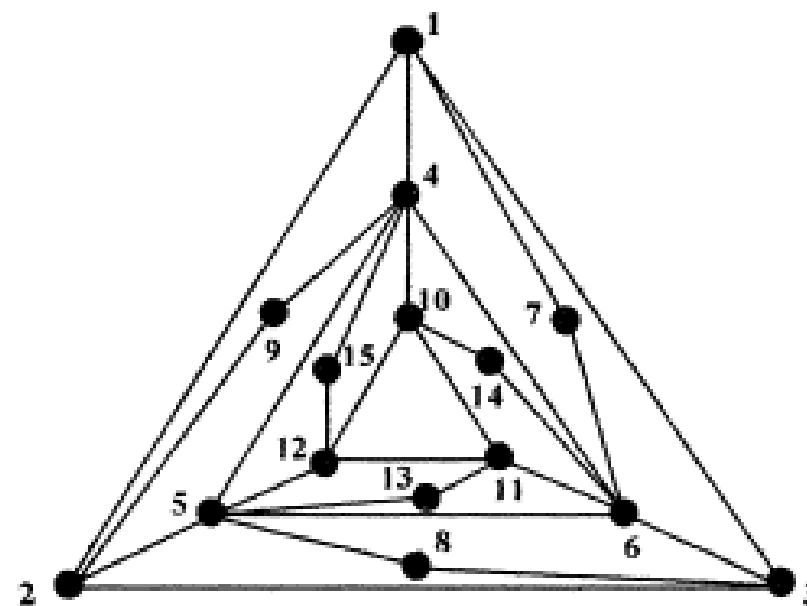
$(n - 1, n - 2, n - 3, n - 4, \dots, n/2 + 1, n/2, n/2, n/2 - 1, n/2 - 2, \dots, 3, 2, 1)$,
to jest skoro všechny uzly grafu mají navzájem různý stupeň, s výjimkou dvou uzlů, které mají stejný stupeň $n/2$. Jaká bude asymptotická složitost ověření izomorfizmu těchto dvou grafů v závislosti na hodnotě n ?

Př. 5/6: izomorfismus

Popište, jak budete co nejefektivněji rozhodovat, zda dva uvedené grafy jsou nebo nejsou izomorfní.



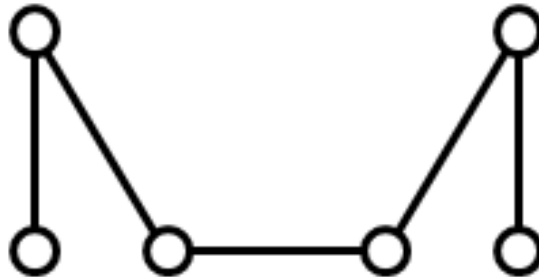
(a)



(b)

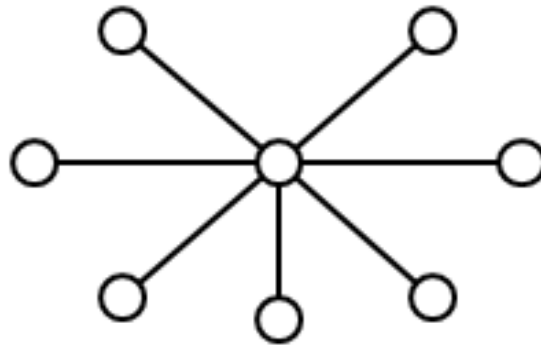
Př. 5/7a: tvorba certifikátu

Po sestavení certifikátu stromu odpovídá každému uzlu stromu určitý podřetězec konečného certifikátu. Sestavte certifikát daného stromu a určete, které jeho podřetězce odpovídají jednotlivým uzlům stromu.



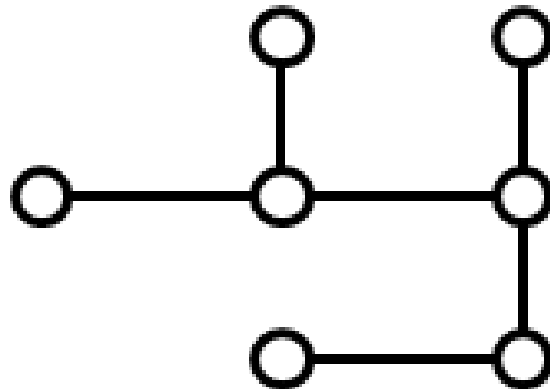
Př. 5/7b: tvorba certifikátu

Po sestavení certifikátu stromu odpovídá každému uzlu stromu určitý podřetězec konečného certifikátu. Sestavte certifikát daného stromu a určete, které jeho podřetězce odpovídají jednotlivým uzlům stromu.



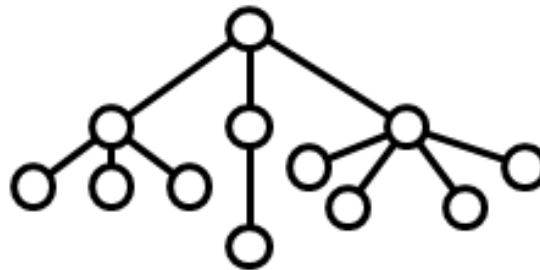
Př. 5/7c: tvorba certifikátu

Po sestavení certifikátu stromu odpovídá každému uzlu stromu určitý podřetězec konečného certifikátu. Sestavte certifikát daného stromu a určete, které jeho podřetězce odpovídají jednotlivým uzlům stromu.



Př. 5/7d*: tvorba certifikátu

Po sestavení certifikátu stromu odpovídá každému uzlu stromu určitý podřetězec konečného certifikátu. Sestavte certifikát daného stromu a určete, které jeho podřetězce odpovídají jednotlivým uzlům stromu.



Př. 5/8: rekonstrukce stromu z certifikátu

Rekonstruuje strom z certifikátu:

a) 0101

b) 0001010110010111

c) 00010110010110010111

d) 0000110001011110010001011111

Př. 5/9: listy v certifikátu

Je dán certifikát stromu. Vysvětlete, jak určíme počet listů tohoto stromu, aniž jej z certifikátu celý rekonstruujeme.

Př. 5/10*: maximální stupeň uzlu z certifikátu

Je dán certifikát stromu. Vysvětlete, jak určíme maximální stupeň uzlu tohoto stromu, aniž strom z certifikátu celý rekonstruujeme.

Př. 5/11: certifikát stromu s uzly stupně 1 a 3

Popište neformálně, jak bude vypadat certifikát stromu obsahujícího uzly pouze stupně 1 nebo 3. Navrhněte algoritmus, který pomocí certifikátu ověří, zda strom obsahuje uzly pouze stupně 1 nebo 3.