
PAL: 4. cvičení

13. 10. 2022

Př. 3/3*: Eulerovský cyklus

Kolika způsoby lze do kružnice délky 20 vložit další tři hrany tak, aby výsledný graf obsahoval Eulerovský cyklus (=uzavřený eulerovský tah)? Vkládáme pouze hrany, počet uzlů se nemění.

Př. 3/5*: cesty délky 3

Popište, jak najdete a vypíšete všechny cesty délky 3 v orientovaném acyklickém prostém grafu (bez násobných hran). Jaký je jejich maximální možný počet v závislosti na počtu uzlů grafu? Jaká bude asymptotická složitost Vašeho algoritmu?

Př. 3/8: homogenní graf

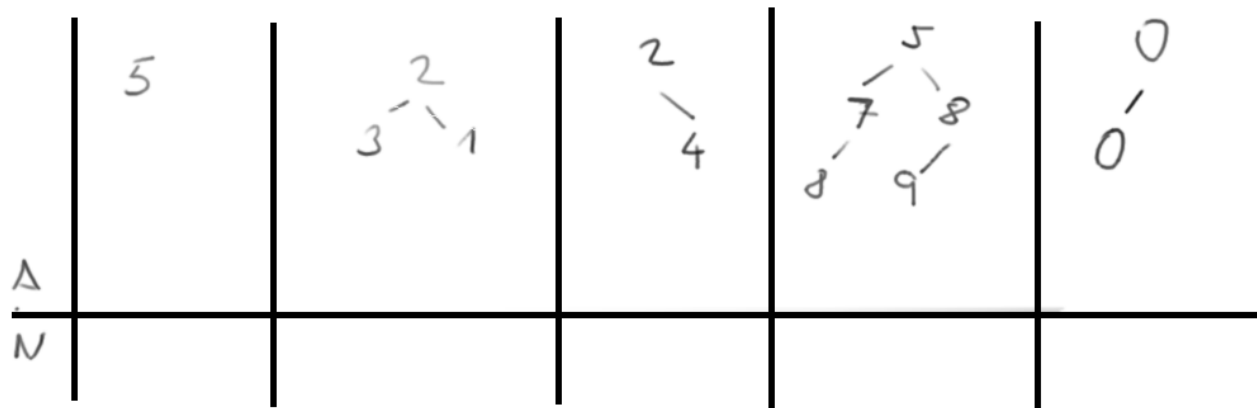
Orientovaný graf prohlásíme za směrově homogenní, pokud vzdálenost (= počet hran na nejkratší možné cestě) každé (uspořádané) dvojice uzlů (u, v) je vždy stejně velká bez ohledu na to, jaké $u \neq v$ zvolíme. Formulujte efektivní algoritmus, který rozhodne, zda daný graf je směrově homogenní a určete jeho asymptotickou složitost. Lze algoritmus zrychlit, pokud víme, že graf je acyklický?

Př. 3/9: orientovaný graf bez cyklu

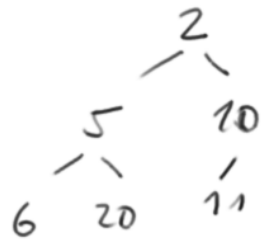
Najděte orientovaný graf, v němž je vstupní i výstupní stupeň každého uzlu nenulový a přitom graf obsahuje uzel, kterým neprochází žádný cyklus.

Haldy

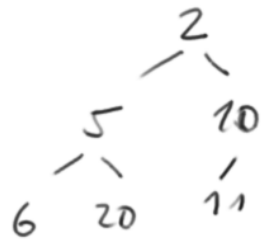
Bináru' kaldj?



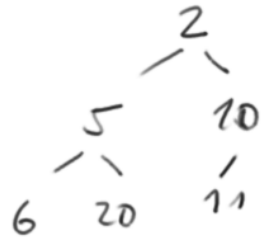
INSERT(1)



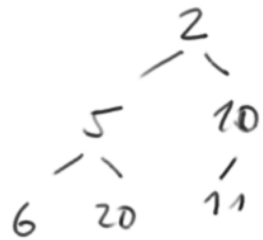
DELETE(11)



DELETE(5)



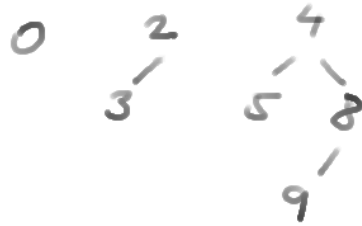
DECREASE KEY (20, 20)



Binomiálai haldy?

	0	0 0 1	$\begin{matrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 0 & 1 \\ 2 & 3 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 0 & 1 & 3 \\ 2 & 4 & 5 \\ 6 \end{matrix}$
A						
N						

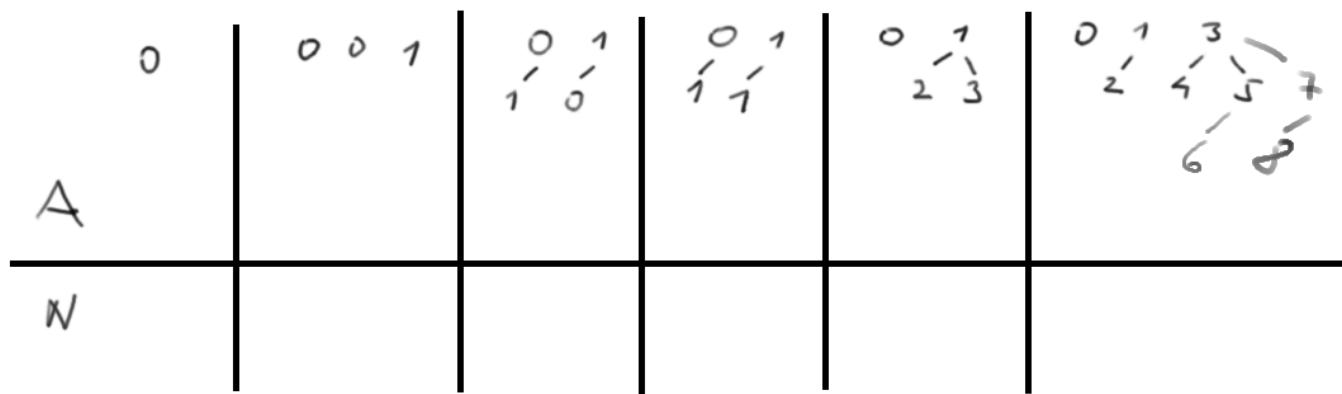
INSERT(1)



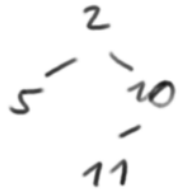
DELETE MIN()



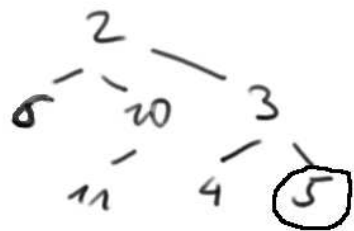
Fibonacci haldy?



INSERT (1)



DECREASEKEY(5,3) ~ DECREASEKEY(4,2)



Př. 4/1: binární halda

Z binární haldy obsahující n^3 prvků, jejíž kořen obsahuje nejmenší hodnotu z celé haldy, odstraníme $n^2 \lg(n)$ nejmenších prvků. Jaká je asymptotická složitost této akce? Bude složitost jiná, pokud halda nebude binární, ale binomiální?

Př. 4/3: binomiální halda

Jaký je nejvyšší možný stupeň uzlu (stupeň = počet synů) v binomiální haldě s N klíči?

Př. 4/4*: reprezentace binomiální haldy

Uzel v binomiální haldě může mít stupeň (= počet synů) vyšší než dva a obecně stupeň uzlu není shora omezen. Uzel odkazuje na další binomiální stromy. Máme dvě možnosti: a) Odkazy jsou uspořádány v rostoucím pořadí velikostí podstromů, na které odkazují, b) odkazy jsou řazeny náhodně. Rozhodněte, jestli volba možností a), b) ovlivňuje rychlost implementace operací Insert, DeleteMin.

Př. 4/5: Fibonacciho halda

Do nejprve prázdné Fibonacciho haldy vložíme $2^n + 5$ navzájem různých klíčů ($n > 2$). Poté v haldě provedeme operaci DeleteMin včetně následující konzolidace haldy. Žádné jiné operace s haldou neprovádíme. Kolik binomiálních stromů s kořenem v kořenovém seznamu haldy bude halda obsahovat po této akci?