
PAL: 3. cvičení

T. Sieger

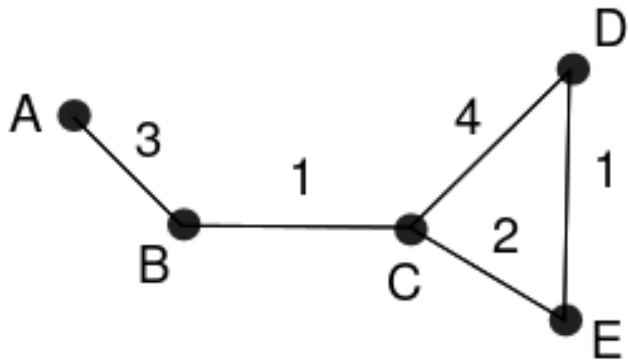
6. 10. 2022

Př. 1/9: DFS/BFS se sekvenčním přístupem

Předpokládejte, že máte k dispozici neorientovaný graf $G = (V, E)$, který je reprezentován seznamem hran. Seznam hran není nijak uspořádán a přístup k jeho jednotlivým prvkům je pouze sekvenční (k prvkům nelze přistupovat pomocí indexu). Určete, jaká je za těchto okolností asymptotická složitost algoritmů BFS a DFS.

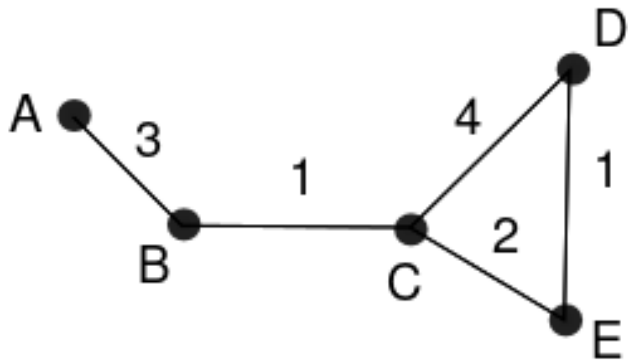
Př. 1/10: Hledání minimální kostry

Napište pseudokód Jarníkova algoritmu, určete jeho asymptotickou složitost a najděte pomocí něj minimální kostru následujícího grafu:



Př. 1/11: Hledání minimální kostry

Napište pseudokód Kruskalova algoritmu, určete jeho asymptotickou složitost a najděte pomocí něj minimální kostru následujícího grafu:



Př. 3/1: orientovaná kružnice

Každou hranu neorientované kružnice libovolně orientujeme. Jaký je vztah mezi počtem kořenů a listů v takto vzniklém grafu?

Př. 3/2: bipartitní graf

Pro která m, n je úplný bipartitní graf $K_{m,n}$ Hamiltonovský?

Př. 3/3*: Eulerovský cyklus

Kolika způsoby lze do kružnice délky 20 vložit další tři hrany tak, aby výsledný graf obsahoval Eulerovský cyklus (=uzavřený eulerovský tah)? Vkládáme pouze hrany, počet uzlů se nemění.

Př. 3/4: ekvivalentní grafy

Dva orientované grafy G_1 , G_2 prohlásíme za slabě ekvivalentní, pokud jejich kondenzace mají stejný počet uzlů. Jaká je asymptotická složitost ověření slabé ekvivalence dvou grafů?

Př. 3/5*: cesty délky 3

Popište, jak najdete a vypíšete všechny cesty délky 3 v acyklickém prostém grafu (bez násobných hran). Jaký je jejich maximální možný počet v závislosti na počtu uzlů grafu? Jaká bude asymptotická složitost Vašeho algoritmu?

Př. 3/6*: orientace kružnice

Orientujte kružnici se 7 vrcholy tak, aby vznikl acyklický graf. Kolika navzájem neizomorfními způsoby to lze udělat?

Př. 3/7*: tušení souvislosti

Je dán orientovaný graf G s n uzly a m hranami. Do tohoto grafu máme přidat co nejmenší počet nových hran tak, aby se výsledný graf stal silně souvislým. Navrhněte efektivní algoritmus řešení této úlohy a určete jeho asymptotickou složitost.

Př. 3/8: homogenní graf

Orientovaný graf prohlásíme za směrově homogenní, pokud vzdálenost (= počet hran na nejkratší možné cestě) každé dvojice uzlů (u, v) je vždy stejně velká bez ohledu na to, jaké $u \neq v$ zvolíme. Formulujte efektivní algoritmus, který rozhodne, zda daný graf je směrově homogenní a určete jeho asymptotickou složitost. Lze algoritmus zrychlit, pokud víme, že graf je acyklický?

Př. 3/9*: orientovaný graf bez cyklu

Najděte orientovaný graf, v němž je vstupní i výstupní stupeň každého uzlu nenulový a přitom graf obsahuje uzel, kterým neprochází žádný cyklus.