

PAL cv. 11

November 30, 2022

11/1. Sestavte skip list, který je nejprve prázdný a dále do něj vkládáte dané klíče v uvedeném pořadí. Číslo za klíčem v závorce uvádí úroveň (level) klíče, tj. kolikrát byla hozena mince, než padl rub (včetně rubu). 16(3) 23(2) 18(2) 5(2) 15(1) 19(1) 33(1) 11(2) 21(2) 4(1) 22(2) 6(2) 17(4) 10(1) 9(1) 28(4)

11/2. Mějme dva skip listy délky N . Máme navrhnout efektivní algoritmus, který tyto dva skip listy spojí do jediného skip listu délky $2N$. Jaká bude jeho asymptotická složitost?

11/3. Je možno obrátit pořadí prvků ve skip listu (z vzestupného uspořádání klíčů přejít na sestupné) v čase asymptoticky menším než $\Theta(N \times \log(N))$?

11/4. Formulujte operaci extractMin ve skip listu a popište, jak lze potom skip list použít jako prioritní frontu. Bude efektivita jednotlivých operací asymptoticky srovnatelná s binární haldou?

11/7. Profesor Velký tvrdí, že v průměrném případě ve skip listu o délce N je součet všech hodnot prvek.level úměrný hodnotě $N \times \log(N)$. Profesor Malý tvrdí, že tento součet je úměrný pouze hodnotě N . Profesor Různý tvrdí, že mohou nastávat oba případy a že záleží na datech. Rozhodněte akademický spor.

11/11. Do B-stromu znázorněného na levém resp. pravém obrázku vložíme postupně klíče 14, 10. Jaké klíče pak bude obsahovat kořen stromu?



11/12. Dva prázdné B-stromy řádu 1 (max. 2 klíče v uzlu) jsou izomorfní. Neprázdný B-strom B1 řádu 1 s kořenem K1 je izomorfní s neprázdným B-stromem B2 řádu 1 s kořenem K2 právě tehdy, když zároveň platí 1. a 2.:

1. K1 obsahuje stejný počet klíčů jako K2
2. Levý podstrom K1 je izomorfní s levým podstromem K2, pravý podstrom K1 je izomorfní s pravým podstromem K2 a prostřední podstrom K1, pokud existuje, je izomorfní s prostředním podstromem K2.

Určete počet navzájem neizomorfních B-stromů řádu 1 s A) 0, B) 1, C) 3, D) 4, E) 7 uzly.

11/13. Formulujte rekurentní postup, jímž lze obecně určit počet navzájem neizomorfních B-stromů řádu 1, použijte definici izomorfizmu z předchozí úlohy.

11/16. Je dán a) B-strom b) B+ strom. Strom je řádu 10 a máme do něj umístit 100 000 klíčů. Jaký je maximální a minimální možný počet uzlů tohoto stromu? Jaká je maximální a minimální možná hloubka tohoto stromu?

11/14. B-strom je řádu k , pokud každý jeho uzel, kromě kořene, musí obsahovat alespoň k klíčů a zároveň může obsahovat nejvýše $2k$ klíčů. Vybudujte B-strom řádu 1 tak, že do prázdného stromu vložíte v uvedeném pořadí klíče 25, 13, 37, 32, 40, 20, 22. Dále tento strom zrušte, a to tak, že jednotlivé klíče odstraníte v pořadí 13, 25, 40, 22, 20, 37, 32. Nakreslete strom po každé operaci Insert a Delete.

11/5. Navrhňte efektivní operaci *decreaseKey* ve skip listu.