

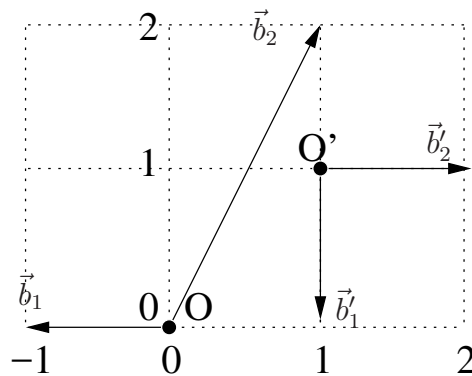
## PRO'2020 Test-01 Examples CZ

1. Mějme bázi  $\beta = (\vec{b}_1, \vec{b}_2)$  a  $\beta' = (\vec{b}'_1, \vec{b}'_2)$  dvojdimenzionálního lineárního prostoru a

$$\vec{x}_\beta = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \vec{x}_{\beta'} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \vec{b}_{1\beta'} = \begin{bmatrix} \cdot \\ 2 \end{bmatrix} \quad \vec{b}_{2\beta'} = \begin{bmatrix} 2 \\ \cdot \end{bmatrix}$$

Napište souřadnice vektorů  $\beta'$  v bázi  $\beta$ .

2. Následující obrázek zachycuje dvě souřadné soustavy  $(O, \beta)$  a  $(O', \beta')$ , kde jsou báze  $\beta = (\vec{b}_1, \vec{b}_2)$  a  $\beta' = (\vec{b}'_1, \vec{b}'_2)$



- (a) Napište souřadnice vektorů báze  $\beta$  v bázi  $\beta'$ .
- (b) Napište souřadnice vektorů báze  $\beta'$  v bázi  $\beta$ .
- (c) Napište vzorec pro přepočítání souřadnic vektoru  $\vec{x}_\beta$  zaměřujícího obecný bod  $X$  v souřadné soustavě  $(O, \beta)$  na souřadnice vektoru  $\vec{x}'_{\beta'}$  zaměřujícího  $X$  v souřadné soustavě  $(O', \beta')$  a dosad'te do něj konkrétní hodnoty podle obrázku.
3. Najděte všechna řešení  $\mathbf{x}$  soustavy  $\mathbf{A} \mathbf{x} = \mathbf{b}$  pro

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 3 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}$$

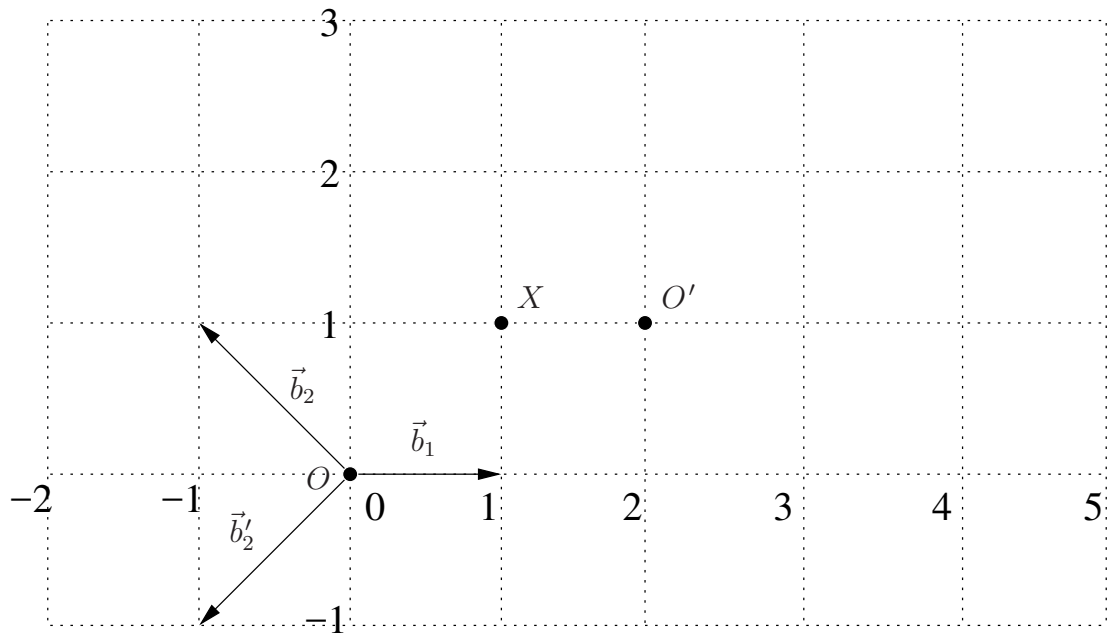
4. Pro jaké hodnoty parametrů  $a, b$  je následující matice rotace?

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} a & b & 0 \\ 4/5 & 3/5 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

5. Následující obrázek zachycuje souřadnou soustavu  $\sigma = (O, \beta)$  a bázi  $\beta = (\vec{b}_1, \vec{b}_2)$ .

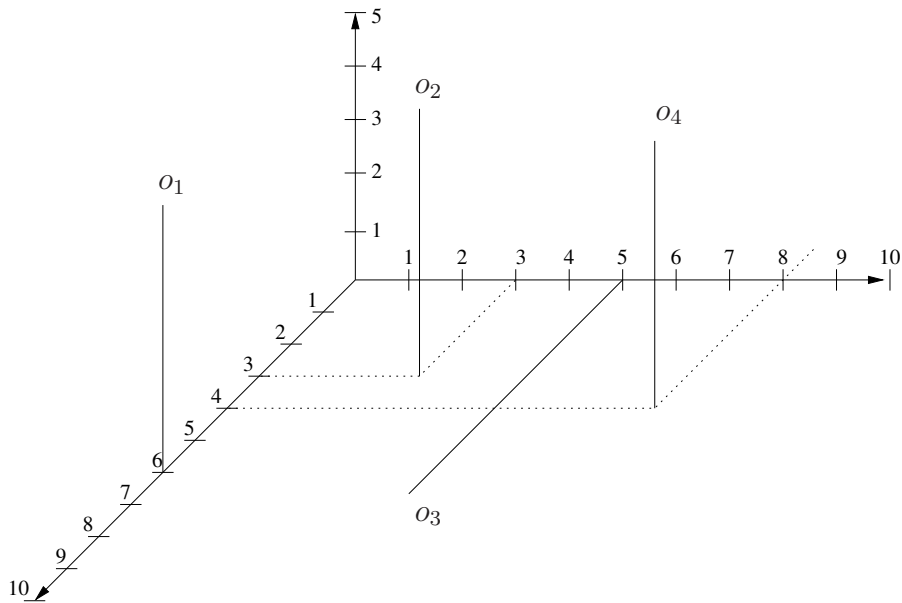
- (a) Najděte souřadnou soustavu  $\sigma' = (O', \beta')$ ,  $\beta' = (\vec{b}'_1, \vec{b}'_2)$ , a zakreslete ji do obrázku, aby vektor zaměřující bod  $X$  v  $\sigma'$  měl souřadnice

$$\vec{x}'_{\beta'} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$



- (b) Napište souřadnice vektorů  $\vec{b}'_1, \vec{b}'_2$  v bázi  $\beta$ .
- (c) Napište souřadnice bodu  $O$  v souřadné soustavě  $\sigma'$ .
- (d) Napište souřadnice vektorů báze  $\beta$  v bázi  $\beta'$ .

6. Mějme manipulátor se čtyřmi osami pohybu, jak ukazuje obrázek. Do obrázku



- (a) zakreslete souřadné soustavy těles podle Denavit-Hartenberg notace;
- (b) zakreslete všechny parametry i s jejich orientacemi, které jsou třeba k popisu manipulátoru v Denavit-Hartenberg notaci.
- (c) uveďte tabulku hodnot parametrů Denavit-Hartenberg notace.

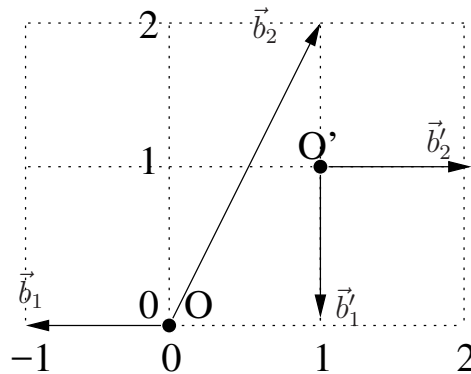
## PRO'2020 Test-01 Examples EN

1. Consider bases  $\beta = (\vec{b}_1, \vec{b}_2)$  and  $\beta' = (\vec{b}'_1, \vec{b}'_2)$  of a two dimensional linear space

$$\vec{x}_\beta = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \vec{x}_{\beta'} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \vec{b}_{1\beta'} = \begin{bmatrix} \cdot \\ 2 \end{bmatrix} \quad \vec{b}_{2\beta'} = \begin{bmatrix} 2 \\ \cdot \end{bmatrix}$$

What are the coordinates of vectors  $\beta'$  in basis  $\beta$ .

2. The following figure shows coordinate system  $\sigma = (O, \beta)$ , with basis  $\beta = (\vec{b}_1, \vec{b}_2)$ .



- Write the coordinates of the vectors of  $\beta$  in basis  $\beta'$ .
  - Write the coordinates of the vectors of  $\beta'$  in basis  $\beta$ .
  - Write down the general formula for mapping the coordinates of vector  $\vec{x}_\beta$  representing a general point  $X$  in the coordinate system  $(O, \beta)$  to coordinates of vector  $\vec{x}'_{\beta'}$ , representing the point  $X$  in the coordinate system  $(O', \beta')$ . Write this formula with concrete values of this example.
3. Find all solutions  $\mathbf{x}$  of the system  $\mathbf{A} \mathbf{x} = \mathbf{b}$  for

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 3 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}$$

4. Find all values of  $a, b$  to make the following matrix a rotation

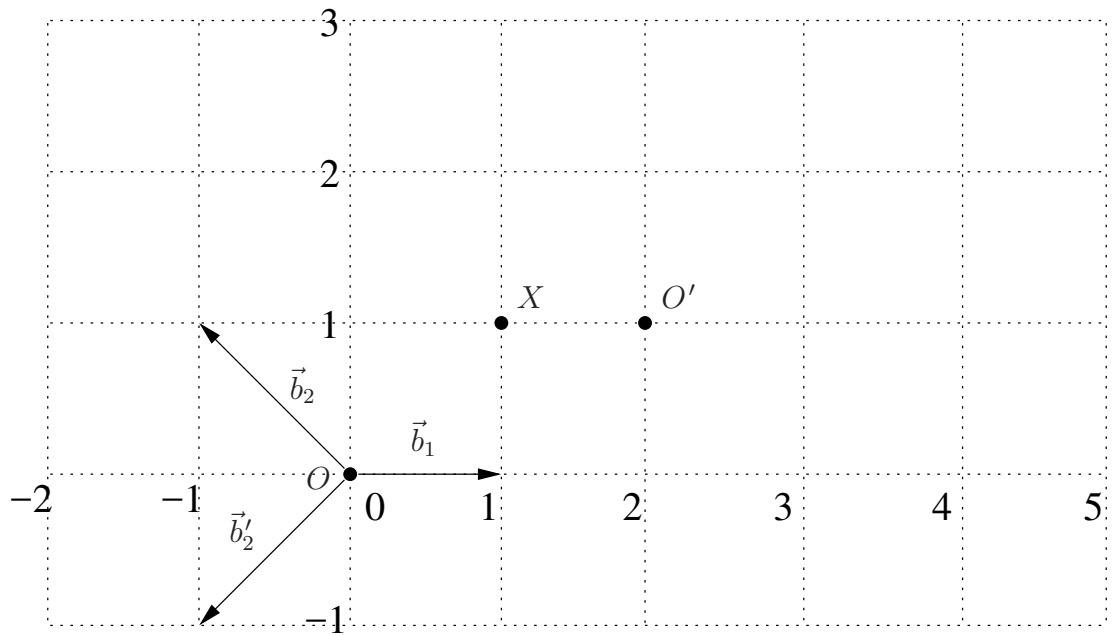
$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} a & b & 0 \\ 4/5 & 3/5 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

5. The following figure shows coordinate system  $\sigma = (O, \beta)$ , with basis  $\beta = (\vec{b}_1, \vec{b}_2)$ .

- Find the coordinate system  $\sigma' = (O', \beta')$ ,  $\beta' = (\vec{b}'_1, \vec{b}'_2)$  with basis vector  $\vec{b}'_2$ , which is shown (as a representative of a free vector) in the figure, so that the vector  $\vec{x}'_{\beta'}$ , representing point  $X$  has the following coordinates

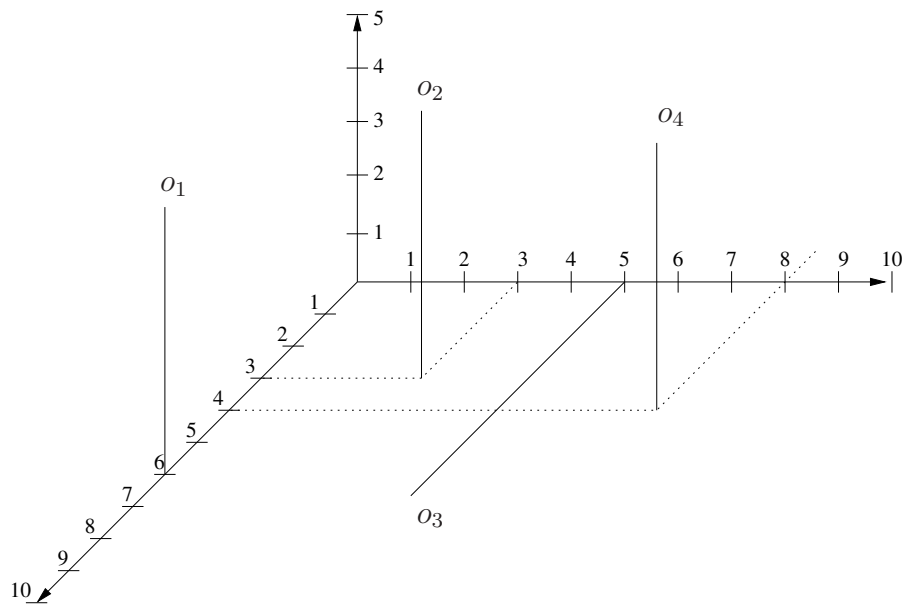
$$\vec{x}'_{\beta'} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

and plot it into the figure.



- (b) Write the coordinates of the vectors of  $\beta'$  in basis  $\beta$ .
- (c) Write the coordinates of the point  $O$  in the coordinate system  $\sigma'$ .
- (d) Write the coordinates of the vectors of  $\beta$  in basis  $\beta'$ .

6. Consider a manipulator with four axes of motion show in the figure.



- (a) Draw Denavit-Hartenberg (D-H) coordinate systems into the figure.
- (b) Draw all the D-H parameters and depict their orientations into the figure.
- (c) Write down the D-H table of the robot parameters.