PAL: 4. cvičení

14. 10. 2021

Př. 3/1: orientovaná kružnice

Každou hranu neorientované kružnice libovolně orientujeme. Jaký je vztah mezi počtem kořenů a listů v takto vzniklém grafu?

Př. 3/8: homogenní graf

Orientovaný graf prohlásíme za směrově homogenní, pokud vzdálenost (= počet hran na nejkratší možné cestě) každé dvojice uzlů (kořen, list) je vždy stejně velká bez ohledu na to, který kořen nebo list zvolíme. Formulujte efektivní algoritmus, který rozhodne, zda daný graf je směrově homogenní a určete jeho asymptotickou složitost. Lze algoritmus zrychlit, pokud víme, že graf je acyklický?

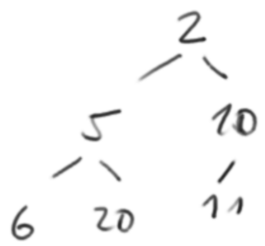
Př. 3/5*: cesty délky 3

Popište, jak najdete a vypíšete všechny cesty délky 3 v acyklickém prostém grafu (bez násobných hran). Jaký je jejich maximální možný počet v závislosti na počtu uzlů grafu? Jaká bude asymptotická složitost Vašeho algoritmu?

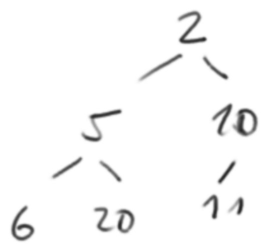
Haldy

Binární haldy?

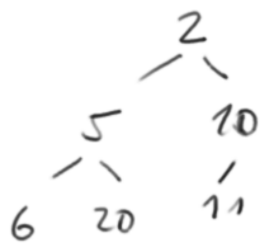
INSERT(1)



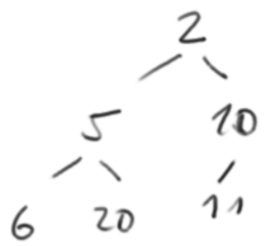
DELETEMIN()



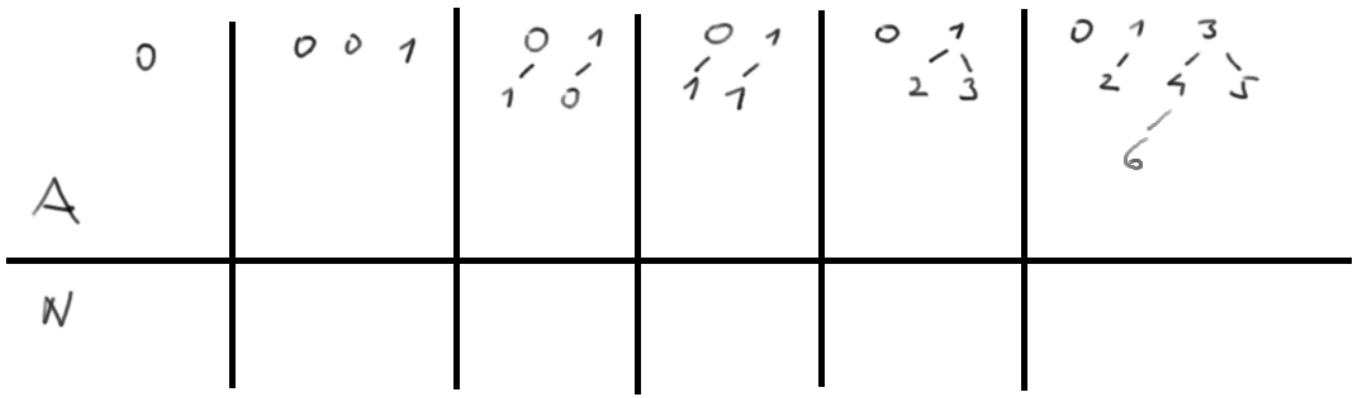
DELETE(5)



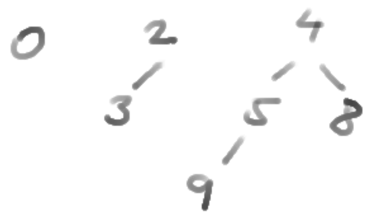
DECREASEKEY(20, 20)



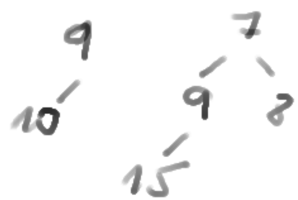
Binomiální haldy?



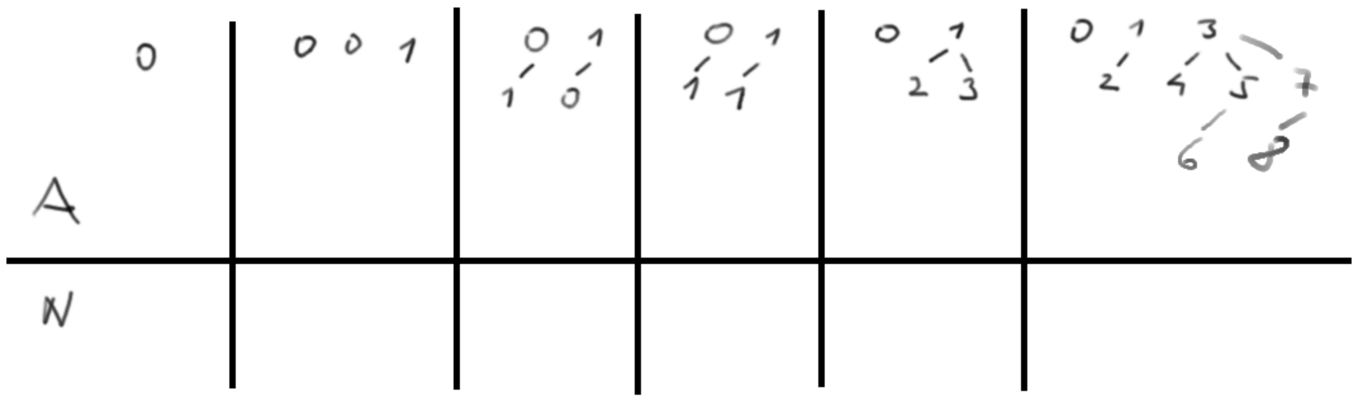
INSERT(1)



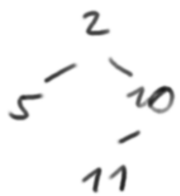
DELETEMIN()



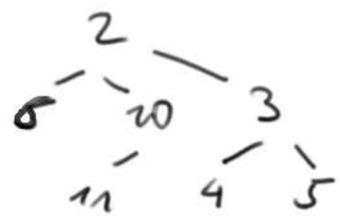
Fibonacciho haldy?



INSERT (1)



DECREASEKEY(5,3) a DECREASEKEY(4,2)



Př. 4/1: binární halda

Z binární haldy obsahující n^3 prvků, jejíž kořen obsahuje nejmenší hodnotu z celé haldy, odstraníme $n^2lg(n)$ nejmenších prvků. Jaká je asymptotická složitost této akce? Bude složitost jiná, pokud halda nebude binární, ale binomiální?

Př. 4/3: binomiální halda

Jaký je nejvyšší možný stupeň uzlu (stupeň = počet synů) v binomiální haldě s N klíči?

Př. 4/4*: reprezentace binomiální haldy

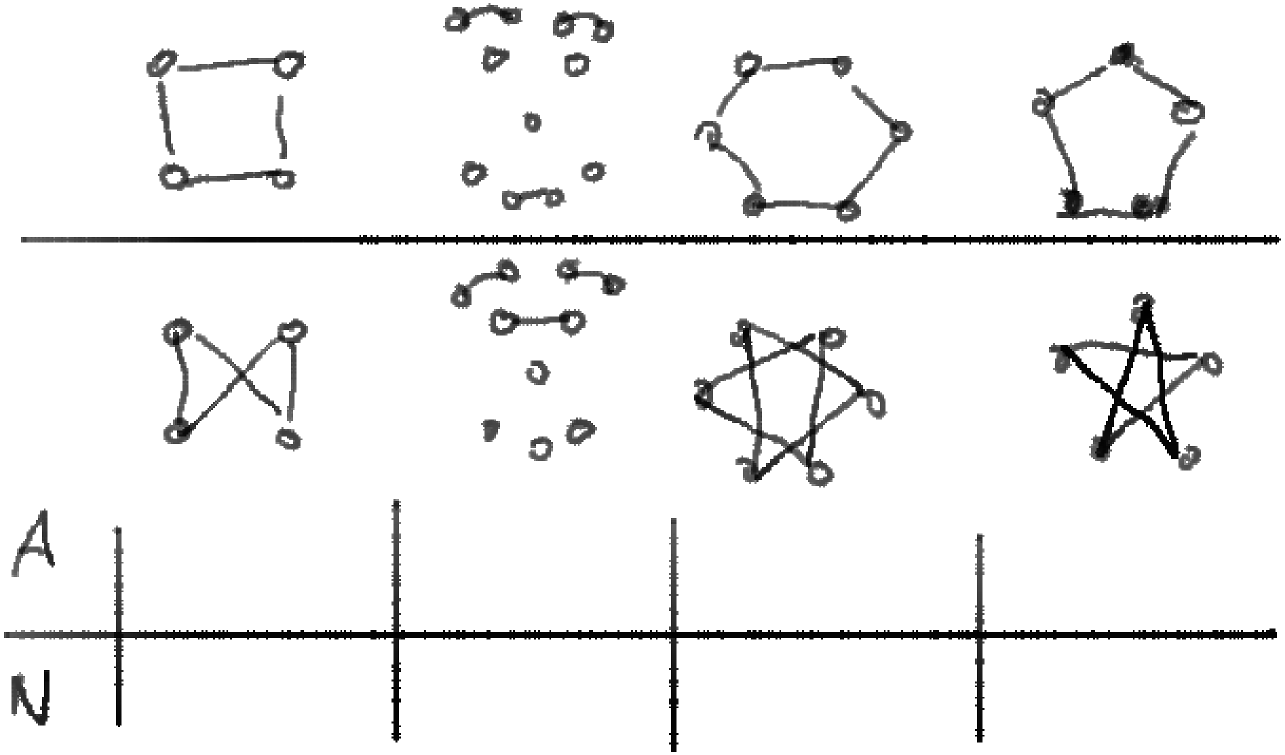
Uzel v binomiální haldě může mít stupeň ($=$ počet synů) vyšší než dva a obecně stupeň uzlu není shora omezen. Uzel odkazuje na další binomiální stromy. Máme dvě možnosti: a) Odkazy jsou uspořádány v rostoucím pořadí velikostí podstromů, na které odkazují, b) odkazy jsou řazeny náhodně. Rozhodněte, jestli volba možností a), b) ovlivňuje rychlost implementace operací Insert, DeleteMin.

Př. 4/5: Fibonacciho halda

Do nejprve prázdné Fibonacciho haldy vložíme $2^n + 5$ navzájem různých klíčů ($n > 2$). Poté v haldě provedeme operaci DeleteMin včetně následující konzolidace haldy. Žádné jiné operace s haldou neprovádíme. Kolik binomiálních stromů s kořenem v kořenovém seznamu haldy bude halda obsahovat po této akci?

Izomorfismy

Jsou dané grafy izomorfní?

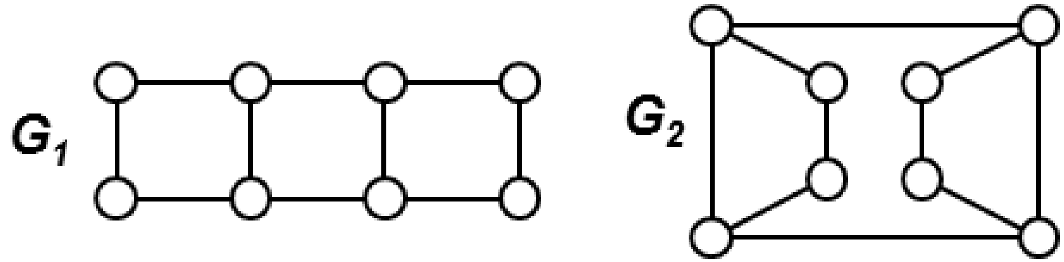


Př. 5/1: izomorfizmy kružnice

Máme dvě neorientované kružnice stejné délky $k > 2$. Kolik mezi nimi existuje izomorfizmů?

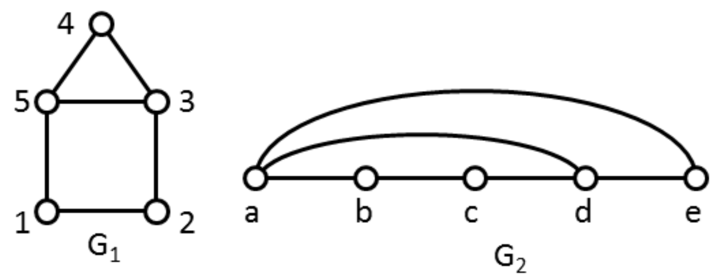
Př. 5/2: izomorfizmy grafů

Určete počet izomorfizmů mezi grafy G1 a G2.



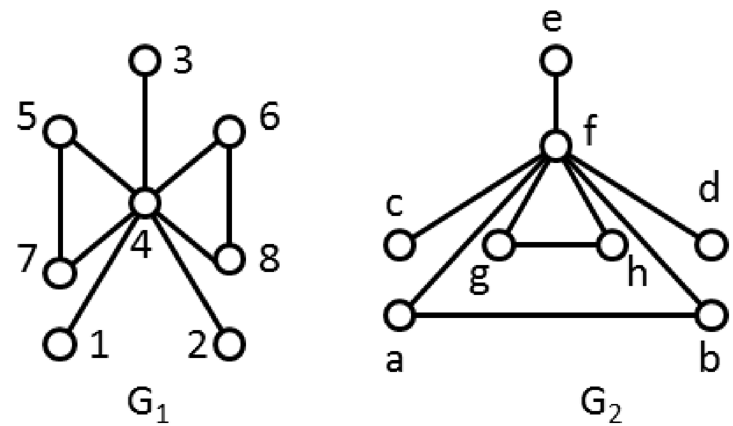
Př. 5/3a: počet bijekcí

Kolik je takových bijekcí mezi uzly grafů G1 a G2 na obrázku níže, které nejsou izomorfizmy?



Př. 5/3b: počet bijekcí

Kolik je takových bijekcí mezi uzly grafů G1 a G2 na obrázku níže, které nejsou izomorfizmy?

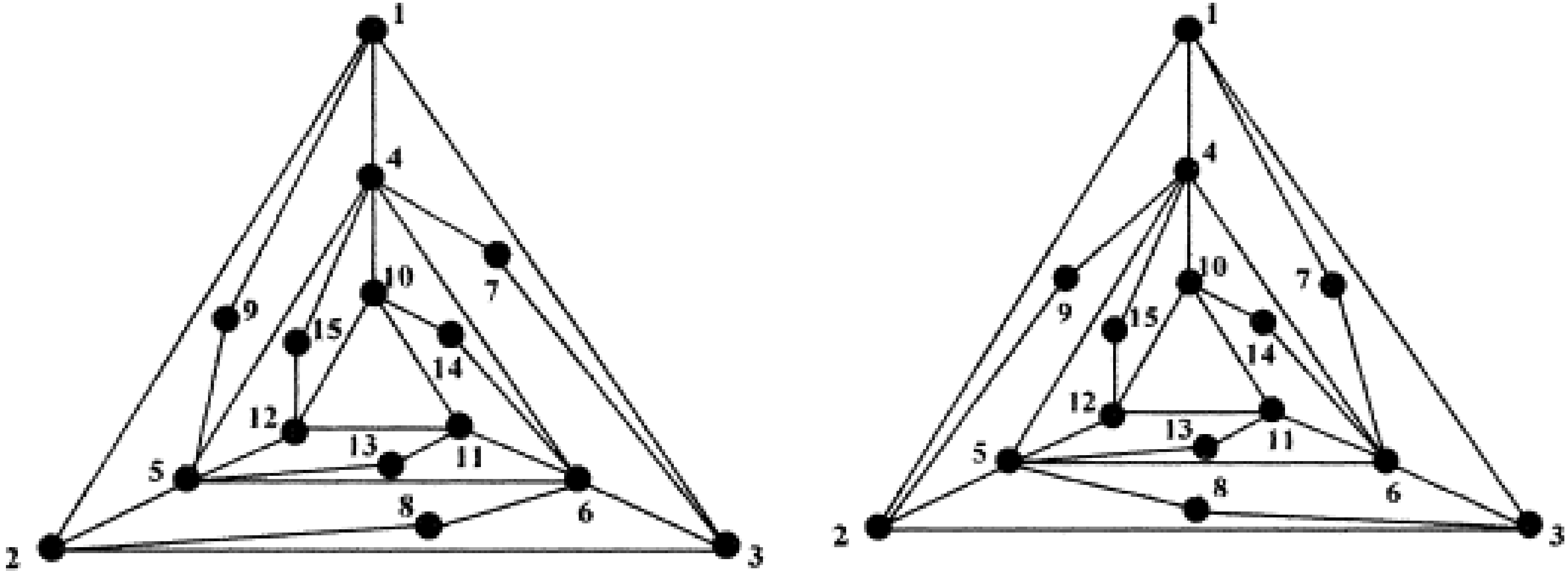


Př. 5/4: počet bijekcí

Máme dány dva neorientované grafy, každý obsahuje právě n uzlů a oba grafy mají skóre
$(n-1, n-2, n-3, n-4, ..., n/2+1, n/2, n/2, n/2-1, n/2-2, ..., 3, 2, 1)$, to jest skoro všechny uzly grafu mají navzájem různý stupeň, s výjimkou dvou uzlů, které mají stejný stupeň $n/2$. Jaká bude asymptotická složitost ověření izomorfizmu těchto dvou grafů v závislosti na hodnotě n?

Př. 5/6: izomorfismus

Popište, jak budete co nejefektivněji rozhodovat, zda dva uvedené grafy jsou nebo nejsou izomorfní.

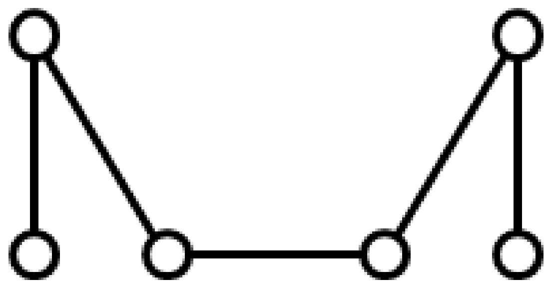


(a) (b)

Certifikáty stromů

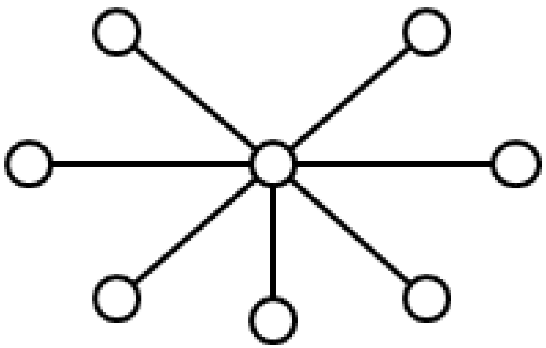
Př. 5/7a: tvorba certifikátu

Po sestavení certifikátu stromu odpovídá každému uzlu stromu určitý podřetězec konečného certifikátu. Sestavte certifikát daného stromu a určete, které jeho podřetězce odpovídají jednotlivým uzlům stromu.



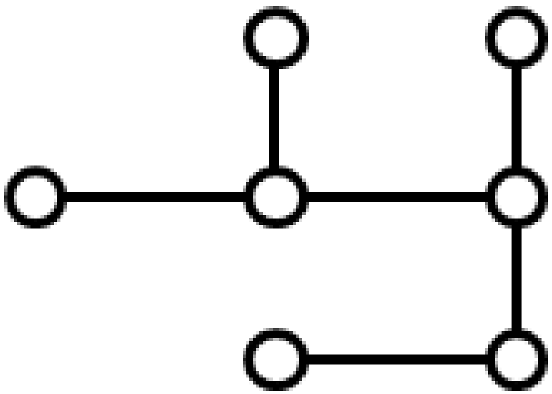
Př. 5/7b: tvorba certifikátu

Po sestavení certifikátu stromu odpovídá každému uzlu stromu určitý podřetězec konečného certifikátu. Sestavte certifikát daného stromu a určete, které jeho podřetězce odpovídají jednotlivým uzlům stromu.



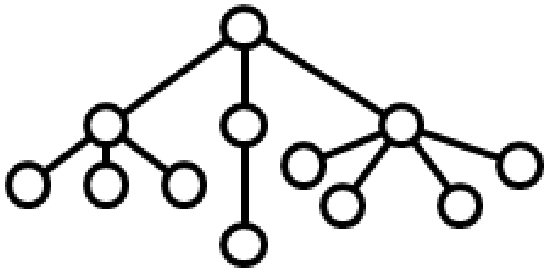
Př. 5/7c: tvorba certifikátu

Po sestavení certifikátu stromu odpovídá každému uzlu stromu určitý podřetězec konečného certifikátu. Sestavte certifikát daného stromu a určete, které jeho podřetězce odpovídají jednotlivým uzlům stromu.



Př. 5/7d: tvorba certifikátu

Po sestavení certifikátu stromu odpovídá každému uzlu stromu určitý podřetězec konečného certifikátu. Sestavte certifikát daného stromu a určete, které jeho podřetězce odpovídají jednotlivým uzlům stromu.



Př. 5/8: rekonstrukce stromu z certifikátu

Rekonstruujte strom z certifikátu:

a) 0101

b) 0001010110010111

c) 00010110010110010111

d) 0000110001011110010001011111

Př. 5/9: listy v certifikátu

Je dán certifikát stromu. Vysvětlete, jak určíme počet listů tohoto stromu, aniž jej z certifikátu celý rekonstruujeme.

Př. 5/10: maximální stupeň listy uzlu z certifikátu

Je dán certifikát stromu. Vysvětlete, jak určíme maximální stupeň uzlu tohoto stromu, aniž strom z certifikátu celý rekonstruujeme.

Př. 5/11: certifikát stromu s uzly stupně 1 a 3

Popište neformálně, jak bude vypadat certifikát stromu obsahujícího uzly pouze stupně 1 nebo 3. Navrhněte algoritmus, který pomocí certifikátu ověří, zda strom obsahuje uzly pouze stupně 1 nebo 3.