

# B4B33ALG:

## Řešení samostatných úloh ze cvičení 7

Matouš Vrba

9. listopadu 2021

### Úloha 3

Po odstranění uzlů s klíči 50 a 30 nebude potřeba žádná rotace. Po odstranění uzlu s klíčem 25 (poslední odstraňovaný) se provede rotace typu LR.

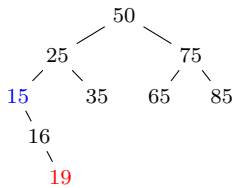
### Úloha 6

#### podúkol a)

Pro strom s osmi uzly nelze sestrojít (nebo jsem na to nepřišel), protože k rotaci dojde vždy dřív, než v kořeni.

#### podúkol b)

Červený uzel je nově přidáný, v modrém uzlu bude provedena L rotace.

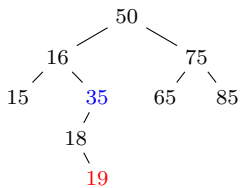


#### podúkol c)

Pro strom s osmi uzly nelze sestrojít (nebo jsem na to nepřišel), protože k rotaci dojde vždy dřív, než v kořeni.

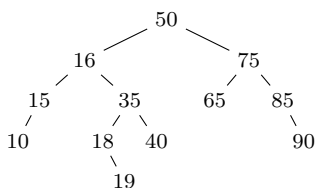
#### podúkol d)

Červený uzel je nově přidáný, v modrém uzlu bude provedena LR rotace.



### Úloha 9

Minimální možný počet uzlů v AVL stromu s hloubkou 4 je 12. Může vypadat například následovně:



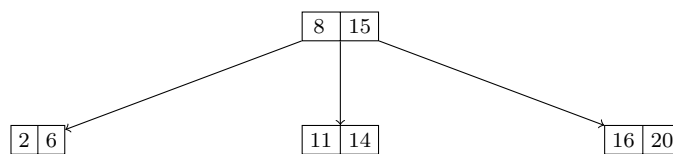
Minimální možný počet uzlů v AVL stromu s hloubkou  $D > 0$  je

$$h(D) = h(D - 1) + F_{D+2},$$

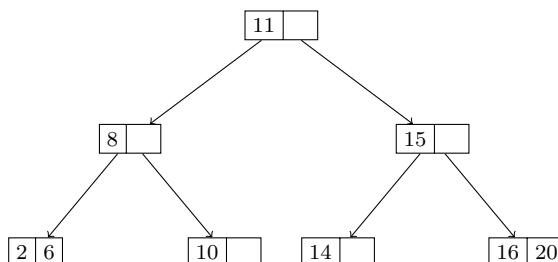
kde  $F_i$  je  $i$ -tá hodnota Fibonacciho posloupnosti (0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13 atd.) a  $h(0) = 1$ .

## Úloha 10

Pro vizualizaci řešení této úlohy lze použít nástroj, ukázaný na přednáškách.  
Po vložení klíče 14 bude strom vypadat následovně:

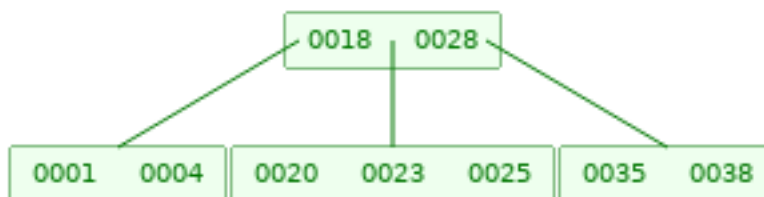


Po vložení klíče 10 bude strom vypadat následovně:

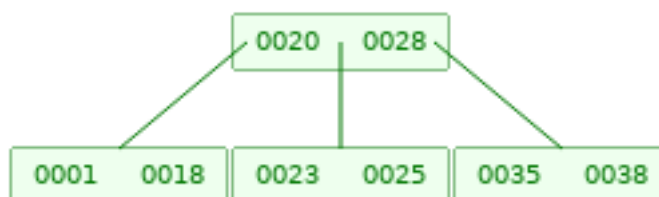


## Úkol 12

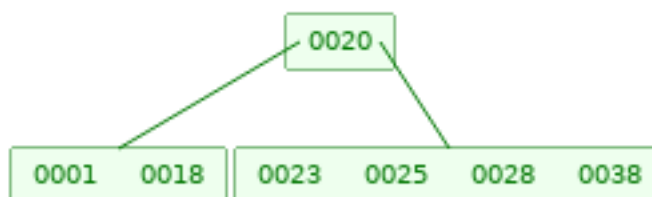
B-strom ze zadání:



Po odstranění klíče 4 není v levém listu dostatečný počet klíčů (protože stupeň B-stromu je  $k = 2$  a minimální počet klíčů v uzlu B-stromu kromě kořene je  $k$ ). Protože sousední list obsahuje dostatek klíčů, provede se sjednocení těchto dvou listů a následně znovurozdělení novým rodičem, zvoleným jako medián klíčů obou listů (viz slajd 29 v příslušné přednášce). Nový rodič bude tedy 20 a v kořeni budou klíče 20 a 28.



Po odstranění klíče 35 znovu není dostatek klíčů v listu, ze kterého byl odstraněn, ani žádný klíč nepřebývá v sousedním. Strom se tedy přeskupí podle slajdu 31 v přednášce (listy se sjednotí ještě s jejich rodiče a zařadí se za sousedního rodiče v kořeni).



Výsledný kořen po obou operacích tedy obsahuje jen klíč 20.

## Úkol 15

Pro B-strom řádu  $k$  je minimální zaplněnost uzlu (kromě kořene)  $k$  a maximální  $2k$ . Pokud se uzly zaplní maximálně, bude počet uzlů a tudíž i hloubka minimální a naopak. Minimální počet uzlů B-stromu řádu  $k$  pro počet klíčů  $N$  je tedy

$$U_{k,\min}(N) = \left\lceil \frac{N}{2k} \right\rceil$$

a maximální počet uzlů je

$$U_{k,\max}(N) = \left\lceil \frac{N}{k} \right\rceil.$$

Uzel se zaplněností  $z$  má  $z + 1$  potomků, takže hloubka B-stromu s  $U$  uzly, ve kterém mají všechny uzly zaplněnost  $z$  je

$$h_z(U) = \lceil \log_{z+1}(U) \rceil.$$

Pro  $N = 100000$  klíčů a stupeň  $k = 10$  je tedy minimální počet uzlů

$$\left\lceil \frac{10^5}{20} \right\rceil = 5 \cdot 10^3$$

a minimální hloubka

$$\lceil \log_{11}(5 \cdot 10^3) \rceil = \lceil 3.55 \rceil = 4.$$

Maximální počet uzlů je

$$\left\lceil \frac{10^5}{10} \right\rceil = 10^4.$$

Protože kořen B-stromu je výjimka a může obsahovat i pouze jeden klíč, můžeme v první úrovni strom rozdělit napůl místo na jedenáctiny za cenu pouze jednoho uzlu, který použijeme jako kořen. Maximální hloubka potom bude

$$\left\lceil \log_{11} \left( \frac{10^4 - 1}{2} \right) \right\rceil + 1 = \lceil 3.55 \rceil + 1 = 5.$$