

Algoritmizace: 7. cvičení

Matouš Vrba

2. 11. 2021

Opakování

- Co je to BVS?
- Jaká je asymptotická složitost základních operací v BVS (insert, find, delete)?

Opakování

- Co je to BVS?
- Jaká je asymptotická složitost základních operací v BVS (insert, find, delete)?
- Co musí být splněno, aby byla složitost těchto operací logaritmická?

AVL stromy

- Aby složitost základních operací v BVS zůstala logaritmická, je nutné strom vyvažovat.
- Při každé změně zkontrolujeme, zda je strom vývážený – pokud není, provedeme rotaci.

AVL stromy

- Aby složitost základních operací v BVS zůstala logaritmická, je nutné strom vyvažovat.
- Při každé změně zkontrolujeme, zda je strom vývážený – pokud není, provedeme rotaci.
- Jak zkontrolujeme, zda je strom vyvážený?

AVL stromy

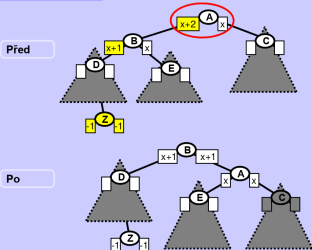
- Aby složitost základních operací v BVS zůstala logaritmická, je nutné strom vyvažovat.
- Při každé změně zkontrolujeme, zda je strom vývážený – pokud není, provedeme rotaci.
- Jak zkontrolujeme, zda je strom vyvážený?
- Strom je vyvážený, pokud pro každý uzel platí, že rozdíl hloubek jeho levého a pravého podstromu je roven -1 , 0 nebo 1 .

Rozlišujeme čtyři druhy rotací. Jdeme z nově přidaného uzlu směrem ke kořeni a aktualizujeme hloubky podstromů, dokud nenarazíme na rozvážený kořen podstromu. Pokud jsme do něj došli posledními dvěma kroky

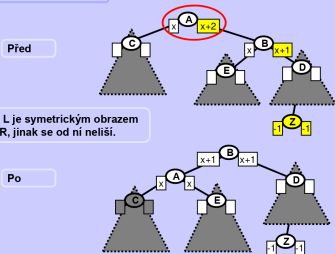
- dvakrát doprava – použijeme R rotaci,
- dvakrát doleva – použijeme L rotaci,
- doleva a doprava – použijeme LR rotaci,
- doprava a doleva – použijeme RL rotaci.

Rotace

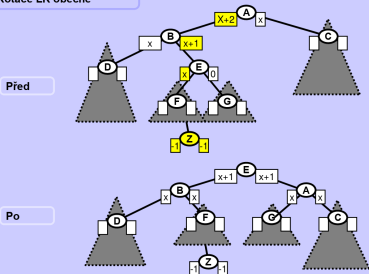
Rotace R obecně



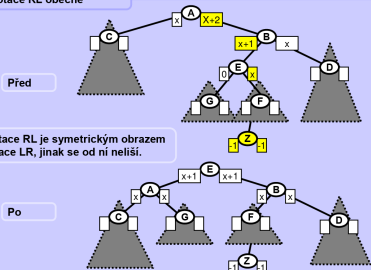
Rotace L obecně



Rotace LR obecně



Rotace RL obecně



Příklad 4

Čísla ze zadané posloupnosti postupně vkládejte do prázdného AVL stromu, který v případě potřeby vyvažujte.

13, 11, 10, 6, 15, 2, 4, 21, 24, 17, 7, 29

Příklad 4

Čísla ze zadané posloupnosti postupně vkládejte do prázdného AVL stromu, který v případě potřeby vyvažujte.

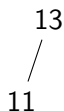
13, 11, 10, 6, 15, 2, 4, 21, 24, 17, 7, 29

13

Příklad 4

Čísla ze zadané posloupnosti postupně vkládejte do prázdného AVL stromu, který v případě potřeby vyvažujte.

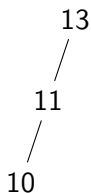
13, **11**, 10, 6, 15, 2, 4, 21, 24, 17, 7, 29



Příklad 4

Čísla ze zadané posloupnosti postupně vkládejte do prázdného AVL stromu, který v případě potřeby vyvažujte.

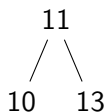
13, 11, **10**, 6, 15, 2, 4, 21, 24, 17, 7, 29



Příklad 4

Čísla ze zadané posloupnosti postupně vkládejte do prázdného AVL stromu, který v případě potřeby vyvažujte.

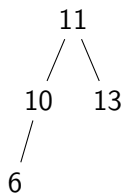
13, 11, 10, 6, 15, 2, 4, 21, 24, 17, 7, 29



Příklad 4

Čísla ze zadané posloupnosti postupně vkládejte do prázdného AVL stromu, který v případě potřeby vyvažujte.

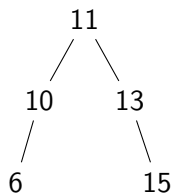
13, 11, 10, **6**, 15, 2, 4, 21, 24, 17, 7, 29



Příklad 4

Čísla ze zadané posloupnosti postupně vkládejte do prázdného AVL stromu, který v případě potřeby vyvažujte.

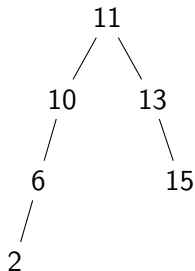
13, 11, 10, 6, **15**, 2, 4, 21, 24, 17, 7, 29



Příklad 4

Čísla ze zadané posloupnosti postupně vkládejte do prázdného AVL stromu, který v případě potřeby vyvažujte.

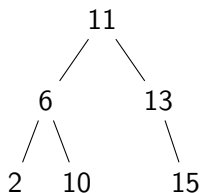
13, 11, 10, 6, 15, **2**, 4, 21, 24, 17, 7, 29



Příklad 4

Čísla ze zadané posloupnosti postupně vkládejte do prázdného AVL stromu, který v případě potřeby vyvažujte.

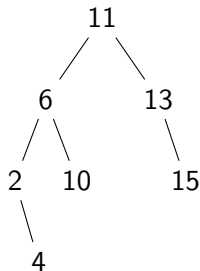
13, 11, 10, 6, 15, 2, 4, 21, 24, 17, 7, 29



Příklad 4

Čísla ze zadané posloupnosti postupně vkládejte do prázdného AVL stromu, který v případě potřeby vyvažujte.

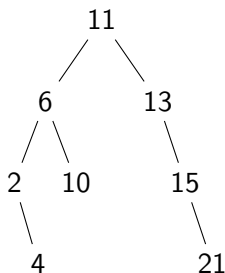
13, 11, 10, 6, 15, 2, **4**, 21, 24, 17, 7, 29



Příklad 4

Čísla ze zadané posloupnosti postupně vkládejte do prázdného AVL stromu, který v případě potřeby vyvažujte.

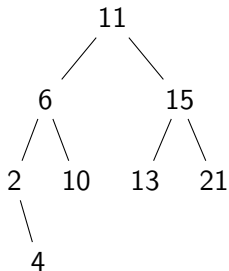
13, 11, 10, 6, 15, 2, 4, **21**, 24, 17, 7, 29



Příklad 4

Čísla ze zadané posloupnosti postupně vkládejte do prázdného AVL stromu, který v případě potřeby vyvažujte.

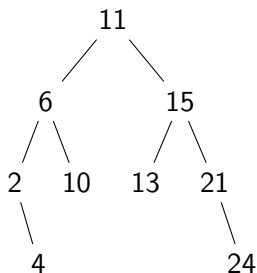
13, 11, 10, 6, 15, 2, 4, 21, 24, 17, 7, 29



Příklad 4

Čísla ze zadané posloupnosti postupně vkládejte do prázdného AVL stromu, který v případě potřeby vyvažujte.

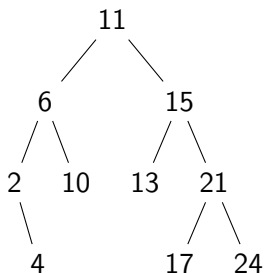
13, 11, 10, 6, 15, 2, 4, 21, **24**, 17, 7, 29



Příklad 4

Čísla ze zadané posloupnosti postupně vkládejte do prázdného AVL stromu, který v případě potřeby vyvažujte.

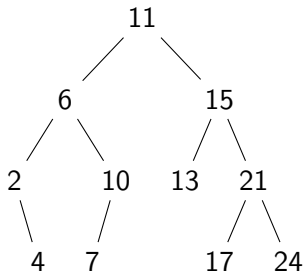
13, 11, 10, 6, 15, 2, 4, 21, 24, **17**, 7, 29



Příklad 4

Čísla ze zadané posloupnosti postupně vkládejte do prázdného AVL stromu, který v případě potřeby vyvažujte.

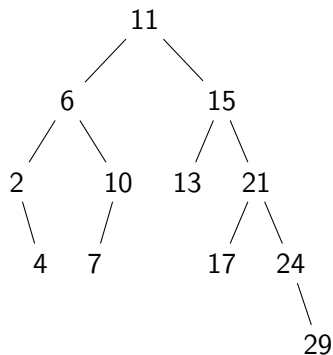
13, 11, 10, 6, 15, 2, 4, 21, 24, 17, **7**, 29



Příklad 4

Čísla ze zadané posloupnosti postupně vkládejte do prázdného AVL stromu, který v případě potřeby vyvažujte.

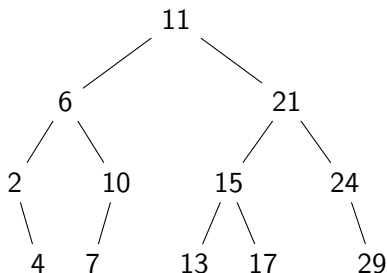
13, 11, 10, 6, 15, 2, 4, 21, 24, 17, 7, **29**



Příklad 4

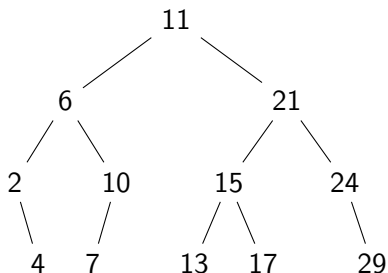
Čísla ze zadané posloupnosti postupně vkládejte do prázdného AVL stromu, který v případě potřeby vyvažujte.

13, 11, 10, 6, 15, 2, 4, 21, 24, 17, 7, 29



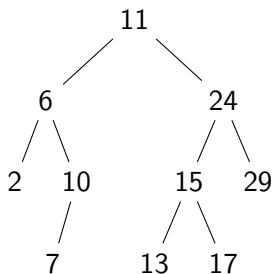
Opakování

Jak probíhá operace delete v BVS? Odstraňte číslo 21 z následujícího BVS:



Opakování

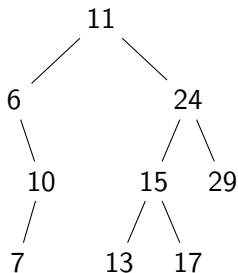
Jak probíhá operace delete v AVS? Odstraňte číslo 2 z následujícího AVS:



Opakování

Jak probíhá operace delete v AVS? Odstraňte číslo 2 z následujícího AVS:

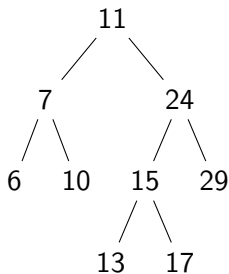
Začátek bude stejný, jako v BVS.



Opakování

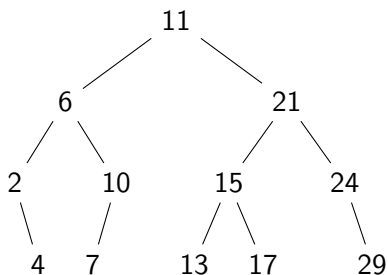
Jak probíhá operace delete v AVS? Odstraňte číslo 2 z následujícího AVS:

Potom postupujeme ke kořeni a vyvažujeme podstromy pomocí rotací podobně, jako při operaci insert.



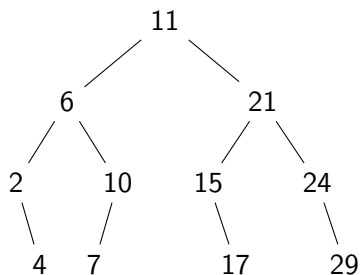
Příklad 4

Zpět k původnímu příkladu. Nyní odstraňte uzly 13, 11, 10 a 7.



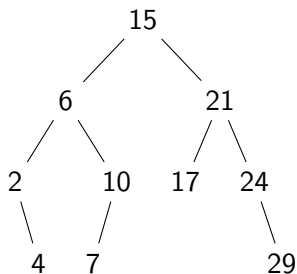
Příklad 4

Nyní odstraňte uzly **13**, 11, 10 a 7.



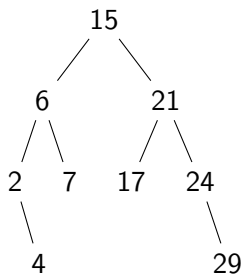
Příklad 4

Nyní odstraňte uzly 13, **11**, 10 a 7.



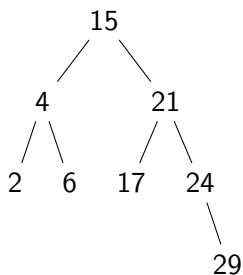
Příklad 4

Nyní odstraňte uzly 13, 11, **10** a 7.



Příklad 4

Nyní odstraňte uzly 13, 11, 10 a **7**.

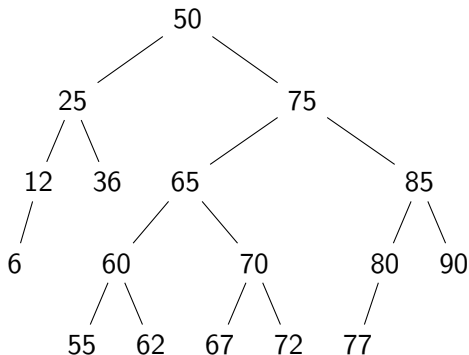


Příklad 5

Zdůvodněte pravdivost/nepravdivost tvrzení: Existuje AVL strom, v němž levý podstrom kořene obsahuje 4 uzly a pravý podstrom kořene obsahuje alespoň 12 uzlů.

Příklad 5

Zdůvodněte pravdivost/neppravdivost tvrzení: Existuje AVL strom, v němž levý podstrom kořene obsahuje 4 uzly a pravý podstrom kořene obsahuje alespoň 12 uzlů.



B-strom

Popište strukturu B-stromu.

Popište strukturu B-stromu.

- Jeden uzel obsahuje pole klíčů
- Pro B-strom řádu k platí:
 - ▶ Listy jsou ve stejné hloubce
 - ▶ Všechny uzly kromě kořene obsahují maximálně $2k$ a minimálně k uspořádaných klíčů
 - ▶ Každý uzel má o 1 víc potomků, než má klíčů

B-strom

Popište operace `find`, `insert` a `delete` v B-stromu.

Příklad 14

Do B-stromu řádu 1 vložte postupně tyto klíče:

18, 31, 59, 20, 23, 24, 36, 60, 58, 15

Příklad 14

Do B-stromu řádu 1 vložte postupně tyto klíče:

18, 31, 59, 20, 23, 24, 36, 60, 58, 15

18	
----	--

Příklad 14

Do B-stromu řádu 1 vložte postupně tyto klíče:

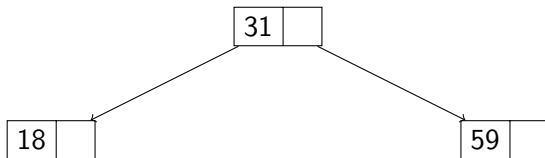
18, **31**, 59, 20, 23, 24, 36, 60, 58, 15

18	31
----	----

Příklad 14

Do B-stromu řádu 1 vložte postupně tyto klíče:

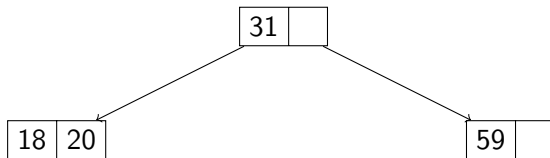
18, 31, **59**, 20, 23, 24, 36, 60, 58, 15



Příklad 14

Do B-stromu řádu 1 vložte postupně tyto klíče:

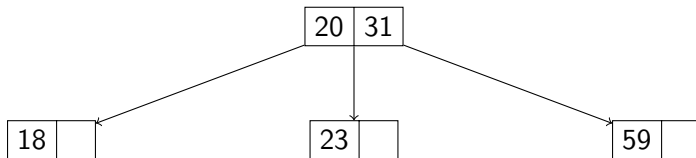
18, 31, 59, **20**, 23, 24, 36, 60, 58, 15



Příklad 14

Do B-stromu řádu 1 vložte postupně tyto klíče:

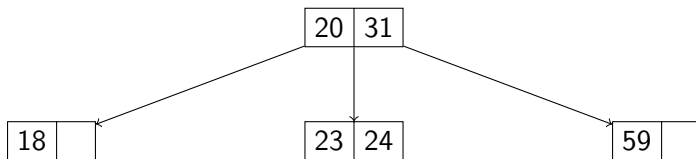
18, 31, 59, 20, **23**, 24, 36, 60, 58, 15



Příklad 14

Do B-stromu řádu 1 vložte postupně tyto klíče:

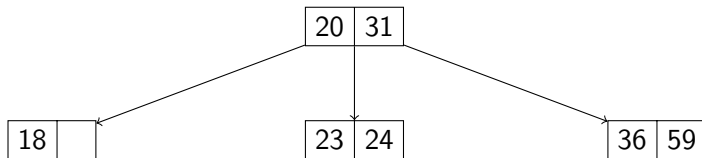
18, 31, 59, 20, 23, **24**, 36, 60, 58, 15



Příklad 14

Do B-stromu řádu 1 vložte postupně tyto klíče:

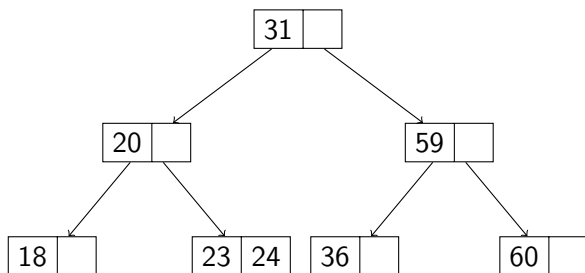
18, 31, 59, 20, 23, 24, **36**, 60, 58, 15



Příklad 14

Do B-stromu řádu 1 vložte postupně tyto klíče:

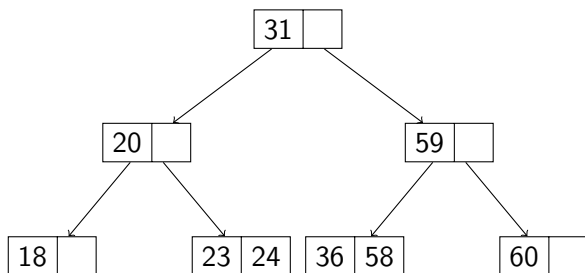
18, 31, 59, 20, 23, 24, 36, **60**, 58, 15



Příklad 14

Do B-stromu řádu 1 vložte postupně tyto klíče:

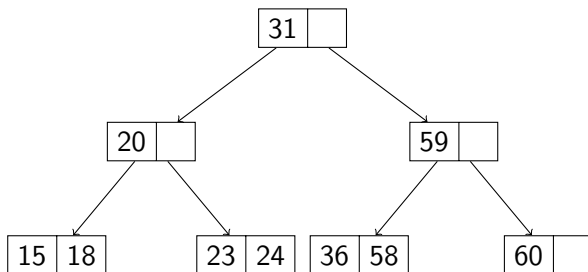
18, 31, 59, 20, 23, 24, 36, 60, **58**, 15



Příklad 14

Do B-stromu řádu 1 vložte postupně tyto klíče:

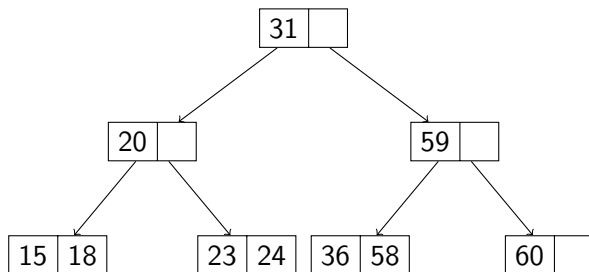
18, 31, 59, 20, 23, 24, 36, 60, 58, **15**



Příklad 14

Nyní odstraňte postupně tyto klíče:

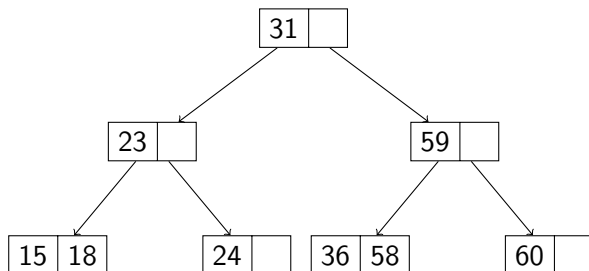
20, 23, 24, 36, 60



Příklad 14

Nyní odstraňte postupně tyto klíče:

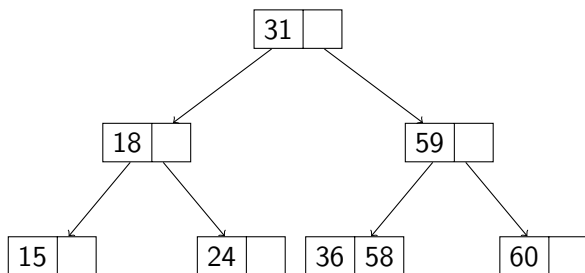
20, 23, 24, 36, 60



Příklad 14

Nyní odstraňte postupně tyto klíče:

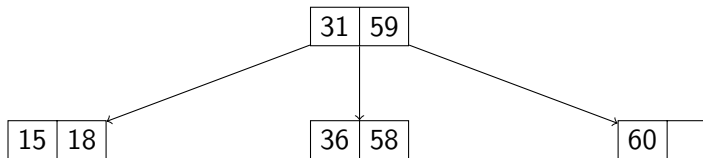
20, **23**, 24, 36, 60



Příklad 14

Nyní odstraňte postupně tyto klíče:

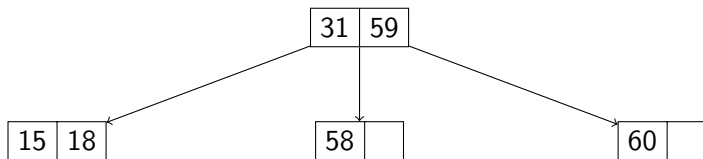
20, 23, **24**, 36, 60



Příklad 14

Nyní odstraňte postupně tyto klíče:

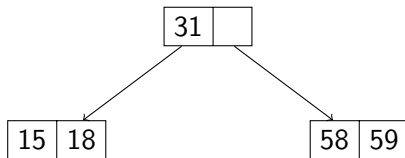
20, 23, 24, **36**, 60



Příklad 14

Nyní odstraňte postupně tyto klíče:

20, 23, 24, 36, **60**



Samostatná práce

- Ve skupinách řešte příklady 3, 6, 9, 10, 12 a 15.
- Odpovědi mi zašlete na e-mail matous.vrba@fel.cvut.cz.