Denavit–Hartenberg Notace

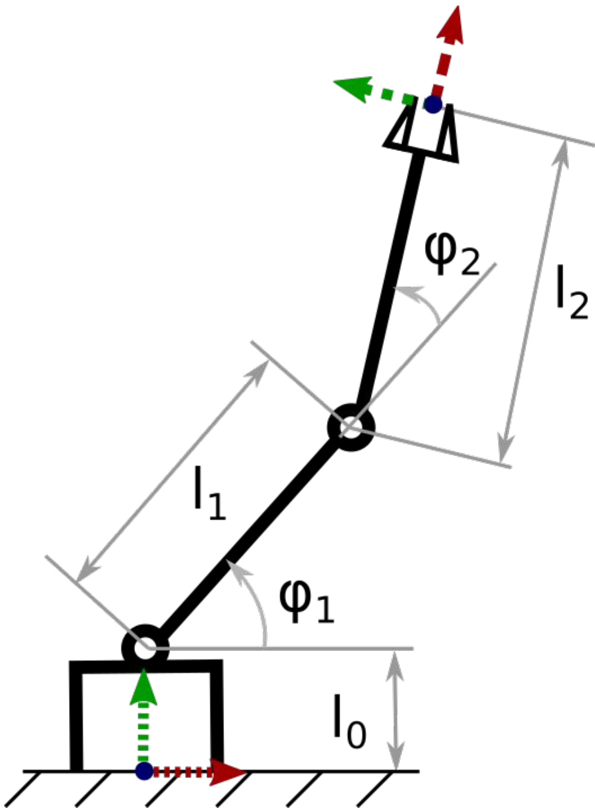
Vladimír Petrík, vladimir.petrik@cvut.cz

‘xyz’ = ’rgb’

Motivace; DKT ve 2D

- Začneme DKT ve 2D (ne DH)

$$(\varphi_1, \varphi_2) \longrightarrow T$$

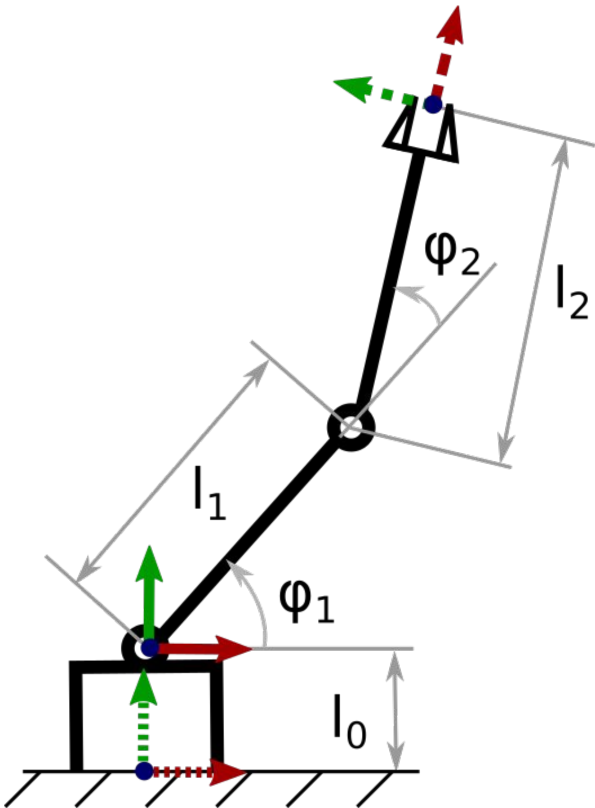


Motivace; DKT ve 2D

- Začneme DKT ve 2D (ne DH)

$$(\varphi_1, \varphi_2) \longrightarrow T$$

$$T_1 = T_y(l_0)$$



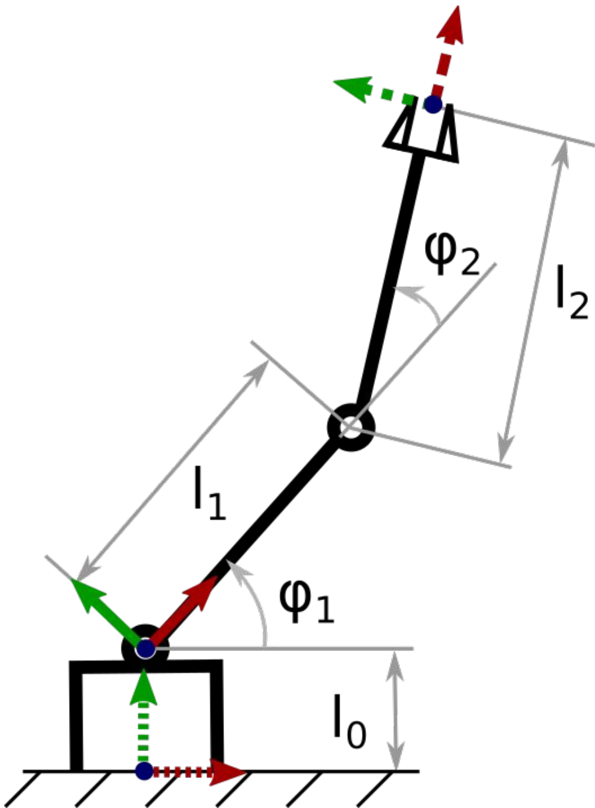
Motivace; DKT ve 2D

- Začneme DKT ve 2D (ne DH)

$$(\varphi_1, \varphi_2) \longrightarrow T$$

$$T_1 = T_y(l_0)$$

$$T_2 = R(\varphi_1)$$



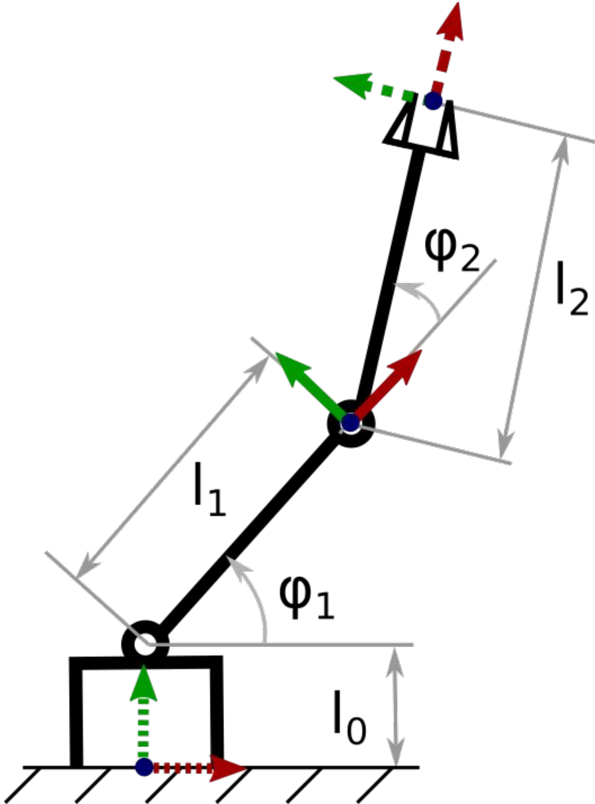
Motivace; DKT ve 2D

- Začneme DKT ve 2D (ne DH)

$$(\varphi_1, \varphi_2) \longrightarrow T$$

$$T_1 = T_y(l_0)$$

$$T_2 = R(\varphi_1)T_x(l_1)$$



Motivace; DKT ve 2D

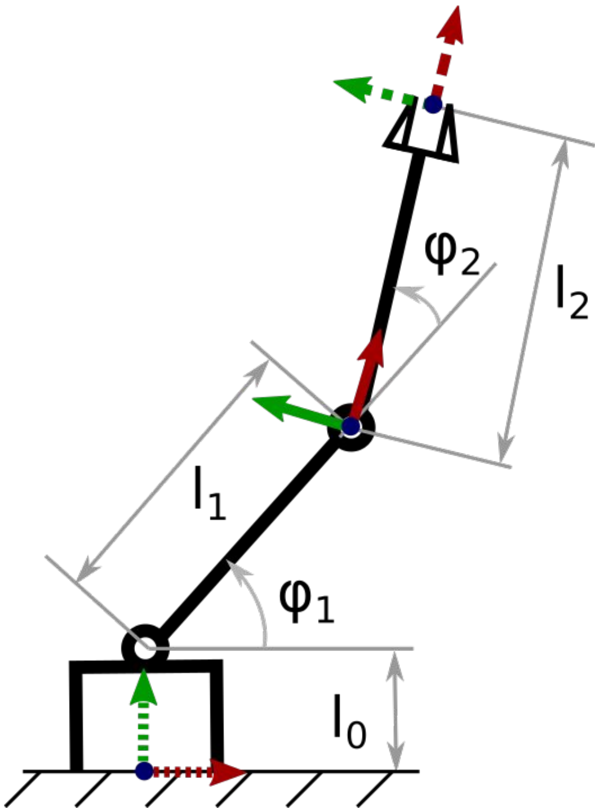
- Začneme DKT ve 2D (ne DH)

$$(\varphi_1, \varphi_2) \longrightarrow T$$

$$T_1 = T_y(l_0)$$

$$T_2 = R(\varphi_1) T_x(l_1)$$

$$T_3 = R(\varphi_2)$$



Motivace; DKT ve 2D

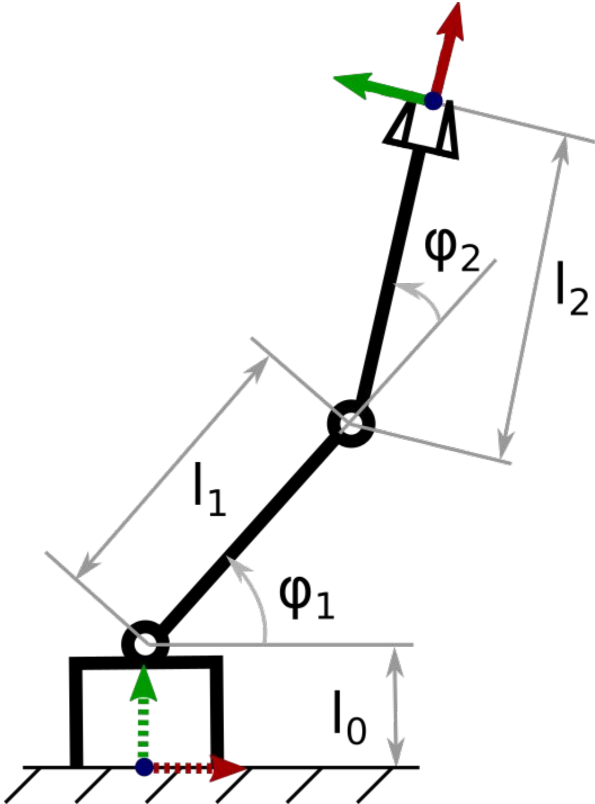
- Začneme DKT ve 2D (ne DH)

$$(\varphi_1, \varphi_2) \longrightarrow T$$

$$T_1 = T_y(l_0)$$

$$T_2 = R(\varphi_1) T_x(l_1)$$

$$T_3 = R(\varphi_2) T_x(l_2)$$



Motivace; DKT ve 2D

- Začneme DKT ve 2D (ne DH)

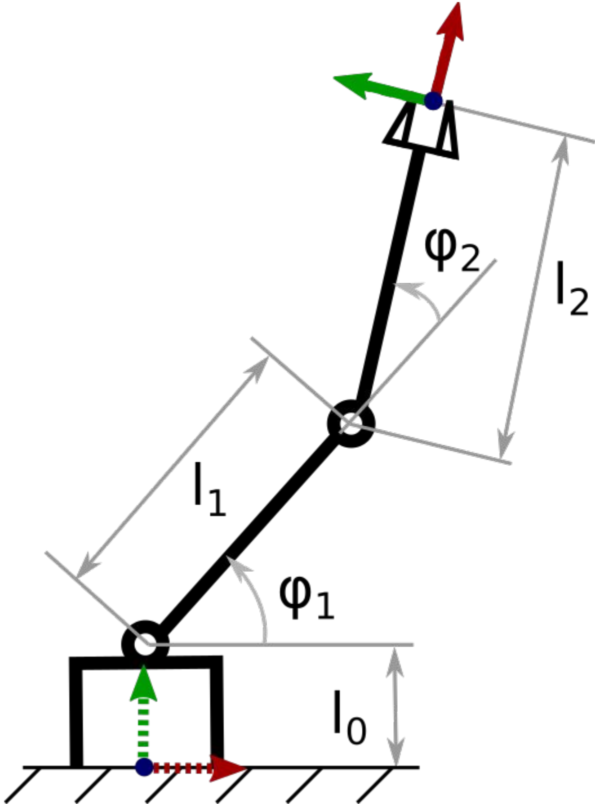
$$(\varphi_1, \varphi_2) \longrightarrow T$$

$$T_1 = T_y(l_0)$$

$$T_2 = R(\varphi_1)T_x(l_1)$$

$$T_3 = R(\varphi_2)T_x(l_2)$$

$$T = T_1 T_2 T_3$$



Motivace; DKT ve 2D

- Začneme DKT ve 2D (ne DH)

$$(\varphi_1, \varphi_2) \longrightarrow T$$

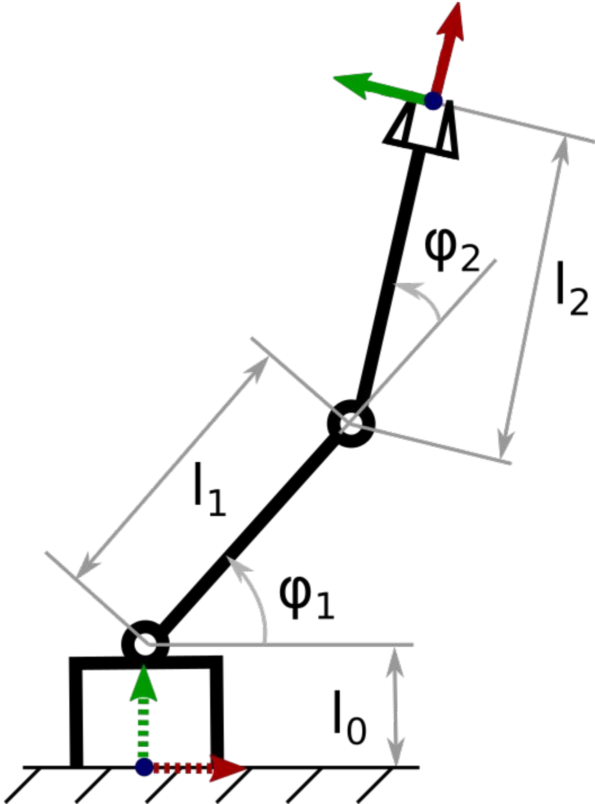
$$T_1 = T_y(l_0)$$

$$T_2 = \boxed{R(\varphi_1)T_x(l_1)}$$

$$T_3 = \boxed{R(\varphi_2)T_x(l_2)}$$

$$T = T_1 T_2 T_3$$

Struktura



Denavit–Hartenberg

- Podobná struktura, ale ve 3D s využitím:
  - $T_x(a), T_z(d), R_x(\alpha), R_z(\theta)$
  - Kde T i R jsou 4x4 transformační matice
  - $T_{DH} = R_z(\theta)T_z(d)R_x(\alpha)T_x(a)$

Denavit–Hartenberg

- Podobná struktura, ale ve 3D s využitím:
  - $T_x(a), T_z(d), R_x(\alpha), R_z(\theta)$
  - Kde T i R jsou 4x4 transformační matice
  - $T_{DH} = R_z(\theta)T_z(d)R_x(\alpha)T_x(a)$

Které tvrzení je ekvivalentní s předchozím?

A. $T_{DH} = T_z(d)R_z(\theta)T_x(a)R_x(\alpha)$

B. $T_{DH} = R_x(\alpha)T_x(a)R_z(\theta)T_z(d)$

Denavit–Hartenberg

- Podobná struktura, ale ve 3D s využitím:
  - $T_x(a), T_z(d), R_x(\alpha), R_z(\theta)$
  - Kde T i R jsou 4x4 transformační matice
  - $T_{DH} = R_z(\theta)T_z(d)R_x(\alpha)T_x(a)$

Které tvrzení je ekvivalentní s předchozím?

A. $T_{DH} = T_z(d)R_z(\theta)T_x(a)R_x(\alpha)$

B. $T_{DH} = R_x(\alpha)T_x(a)R_z(\theta)T_z(d)$

Denavit–Hartenberg

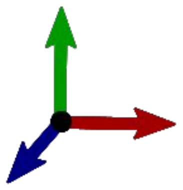
- Podobná struktura, ale ve 3D s využitím:
  - $T_x(a), T_z(d), R_x(\alpha), R_z(\theta)$
  - Kde T i R jsou 4x4 transformační matice
  - $T_{DH} = R_z(\theta)T_z(d)R_x(\alpha)T_x(a)$

Které tvrzení je ekvivalentní s předchozím?

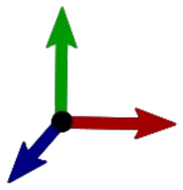
A. $T_{DH} = T_z(d)R_z(\theta)T_x(a)R_x(\alpha)$

B. $T_{DH} = R_x(\alpha)T_x(a)R_z(\theta)T_z(d)$

$T_y R_y$

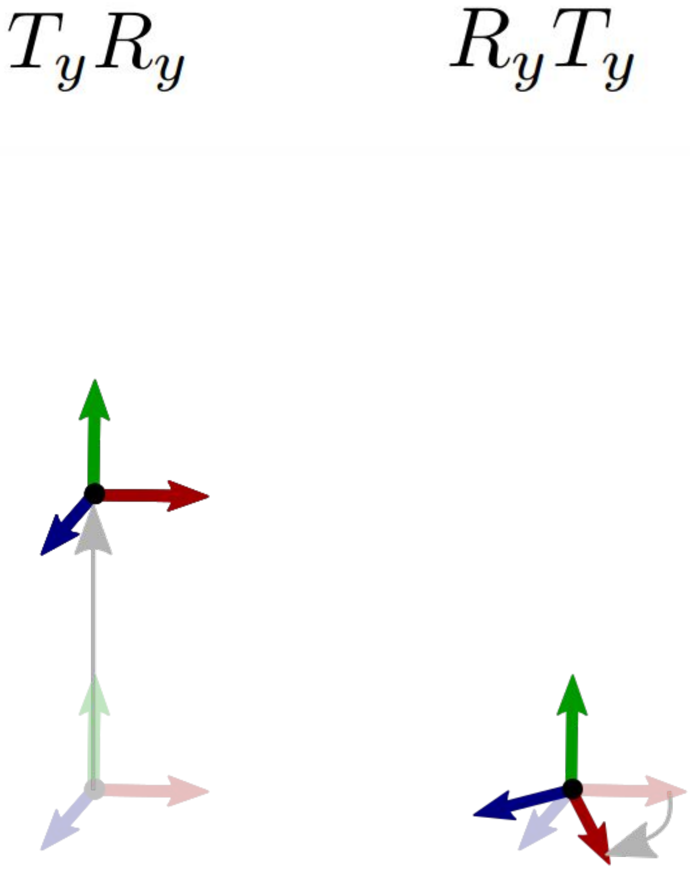


$R_y T_y$



Denavit–Hartenberg

- Podobná struktura, ale ve 3D s využitím:
  - $T_x(a), T_z(d), R_x(\alpha), R_z(\theta)$
  - Kde T i R jsou 4x4 transformační matice
  - $T_{DH} = R_z(\theta)T_z(d)R_x(\alpha)T_x(a)$



Které tvrzení je ekvivalentní s předchozím?

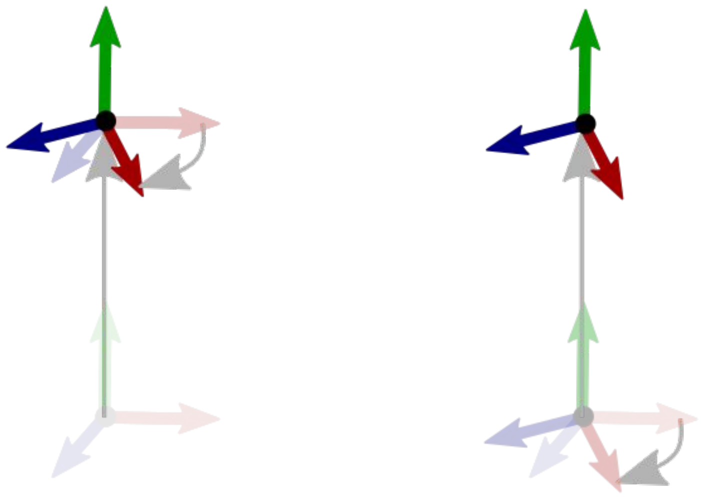
A. $T_{DH} = T_z(d)R_z(\theta)T_x(a)R_x(\alpha)$

B. $T_{DH} = R_x(\alpha)T_x(a)R_z(\theta)T_z(d)$

Denavit–Hartenberg

$$T_y R_y = R_y T_y$$

- Podobná struktura, ale ve 3D s využitím:
  - $T_x(a), T_z(d), R_x(\alpha), R_z(\theta)$
  - Kde T i R jsou 4x4 transformační matice
  - $T_{DH} = R_z(\theta) T_z(d) R_x(\alpha) T_x(a)$



Které tvrzení je ekvivalentní s předchozím?

A. $T_{DH} = T_z(d) R_z(\theta) T_x(a) R_x(\alpha)$

B. $T_{DH} = R_x(\alpha) T_x(a) R_z(\theta) T_z(d)$

Denavit–Hartenberg

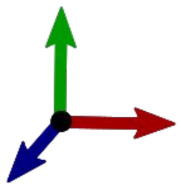
- Podobná struktura, ale ve 3D s využitím:
  - $T_x(a), T_z(d), R_x(\alpha), R_z(\theta)$
  - Kde T i R jsou 4x4 transformační matice
  - $T_{DH} = R_z(\theta)T_z(d)R_x(\alpha)T_x(a)$

Které tvrzení je ekvivalentní s předchozím?

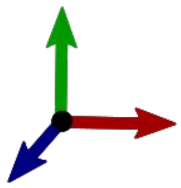
A. $T_{DH} = T_z(d)R_z(\theta)T_x(a)R_x(\alpha)$

B. $T_{DH} = R_x(\alpha)T_x(a)R_z(\theta)T_z(d)$

$T_x R_y$



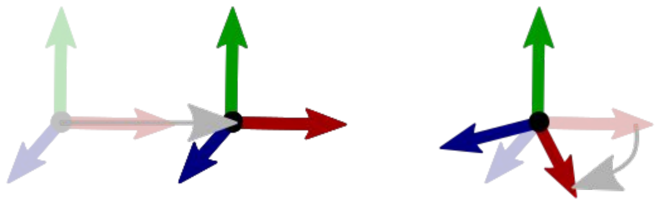
$R_y T_x$



Denavit–Hartenberg

- Podobná struktura, ale ve 3D s využitím:
    - $T_x(a), T_z(d), R_x(\alpha), R_z(\theta)$
    - Kde T i R jsou 4x4 transformační matice
    - $T_{DH} = R_z(\theta) T_z(d) R_x(\alpha) T_x(a)$

$T_x R_y$ $\qquad$ $R_y T_x$



Které tvrzení je ekvivalentní s předchozím?

A. $T_{DH} = T_z(d) R_z(\theta) T_x(a) R_x(\alpha)$

B. $T_{DH} = R_x(\alpha) T_x(a) R_z(\theta) T_z(d)$

Denavit–Hartenberg

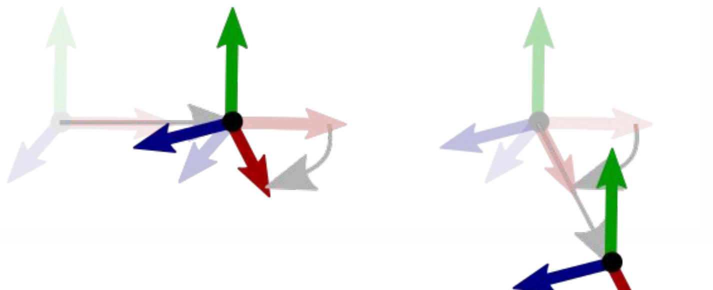
$$T_x R_y \neq R_y T_x$$

- Podobná struktura, ale ve 3D s využitím:
  - $T_x(a), T_z(d), R_x(\alpha), R_z(\theta)$
  - Kde T i R jsou 4x4 transformační matice
  - $T_{DH} = R_z(\theta) T_z(d) R_x(\alpha) T_x(a)$

Které tvrzení je ekvivalentní s předchozím?

A. $T_{DH} = T_z(d) R_z(\theta) T_x(a) R_x(\alpha)$

B. $T_{DH} = R_x(\alpha) T_x(a) R_z(\theta) T_z(d)$



Denavit–Hartenberg

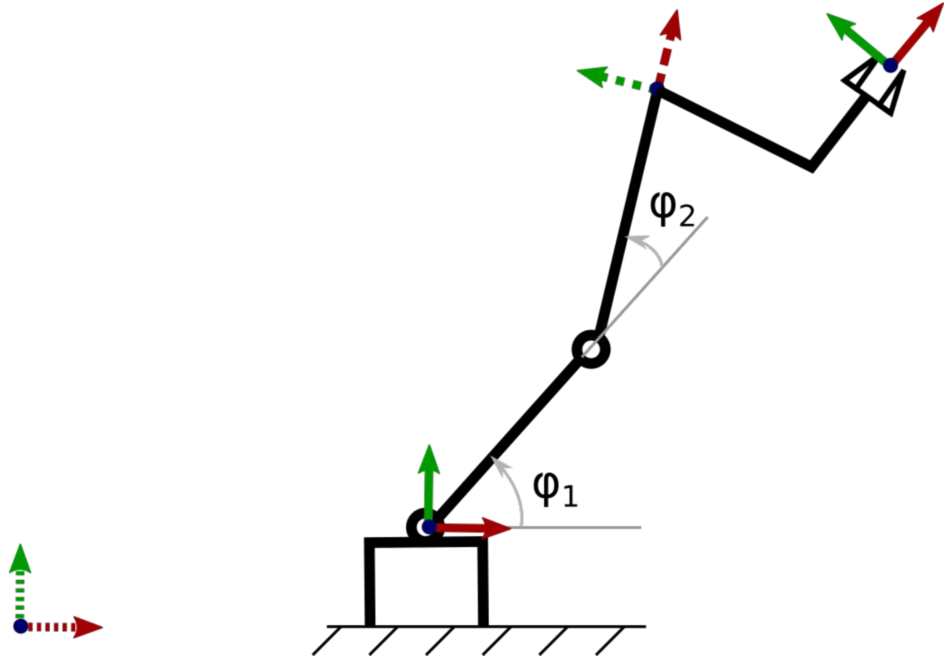
- Podobná struktura, ale ve 3D s využitím:
  - $T_x(a), T_z(d), R_x(\alpha), R_z(\theta)$
  - Kde T i R jsou 4x4 transformační matice
  - $T_{DH} = R_z(\theta) T_z(d) R_x(\alpha) T_x(a)$
- Můžeme pomocí DH vytvořit libovolnou transformaci ve 3D?
  - Ano - Ne

Denavit–Hartenberg

- Podobná struktura, ale ve 3D s využitím:
  - $T_x(a), T_z(d), R_x(\alpha), R_z(\theta)$
  - Kde T i R jsou 4x4 transformační matice
  - $T_{DH} = R_z(\theta)T_z(d)R_x(\alpha)T_x(a)$
- Můžeme pomocí DH vytvořit libovolnou transformaci ve 3D?
  - Ano - Ne
  - Ne, jenom transformace mezi rameny posuvných a rotačních kloubů
  - Jenom 4 stupně volnosti (těleso v prostoru má 6)
- Aby existovala, musíme vhodně umístit s.s.
  - Osa z je v ose otáčení/pohybu
  - x_1 je kolmá na z_0 a z_1
  - x_1 protíná z_0 a z_1

Počáteční a koncová transformace

- Pomocí DH nemůžeme vytvořit libovolnou transformaci
  - Uchytíme chapadlo na jiné místo
  - Specifikujeme si jinou světovou s.s.

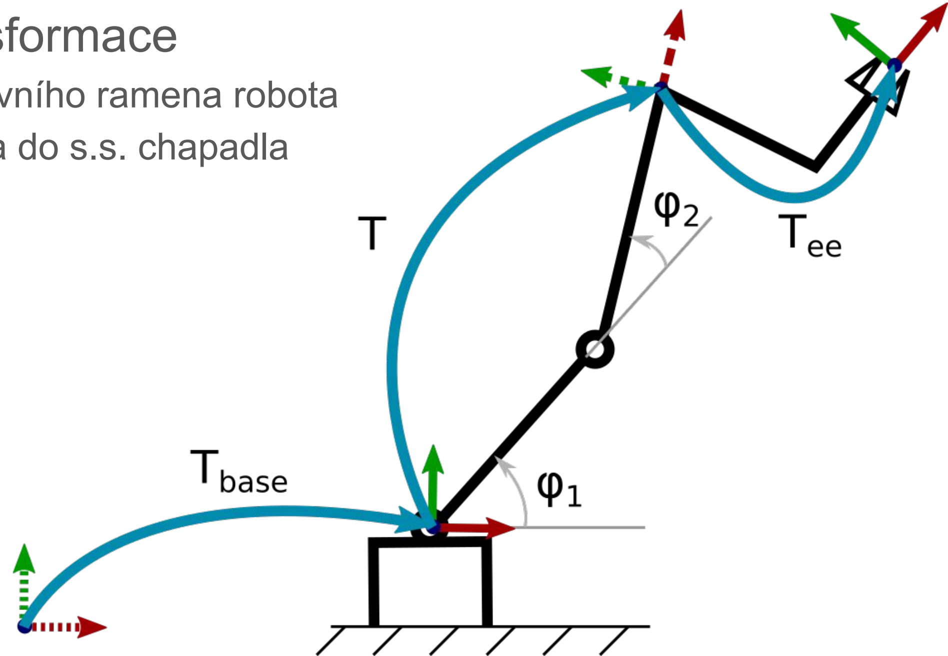


Počáteční a koncová transformace

- Pomocí DH nemůžeme vytvořit libovolnou transformaci
  - Uchytíme chapadlo na jiné místo
  - Specifikujeme si jinou světovou s.s.
- Proto zavedeme dvě dodatečné transformace
  - Transformace ze světového s.s. do s.s. prvního ramena robota
  - Transformace z posledního ramena robota do s.s. chapadla

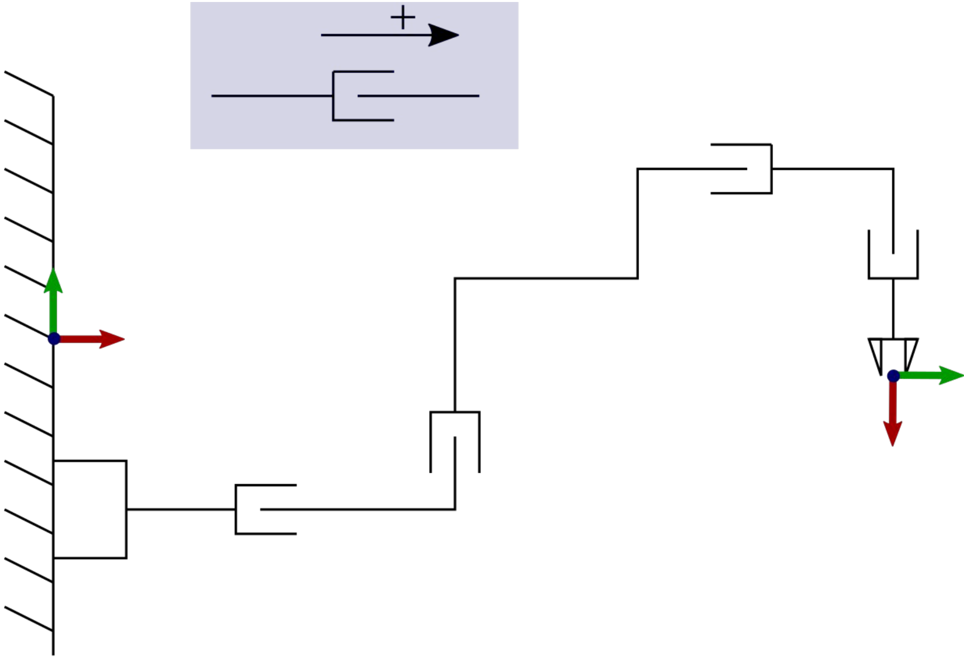
$$T = T_{DH}^{1} T_{DH}^{2} \dots T_{DH}^{n}$$

$$T_{\mathrm{DKT}} = T_{\mathrm{base}}\, T\, T_{\mathrm{ee}}$$



3D robot v rovině

- ‘xyz’ = ‘rgb’
- 4 posuvné klouby
- Úkol: pomocí DH notace vyřešte DKT

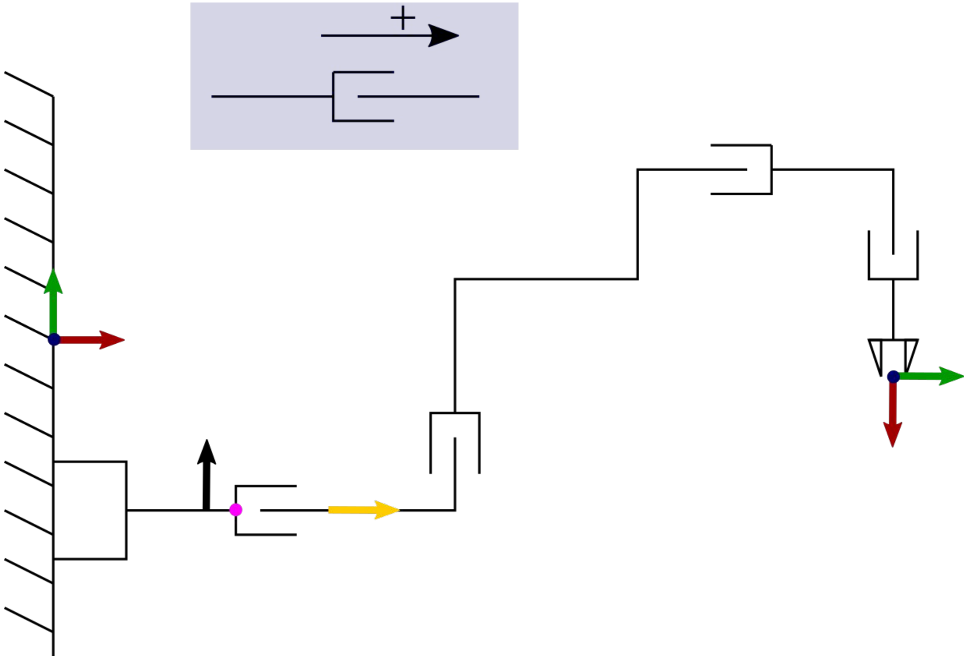


3D robot v rovině

Osa z je v ose pohybu/otáčení.

Osa z s.s. základny bude umístěna?

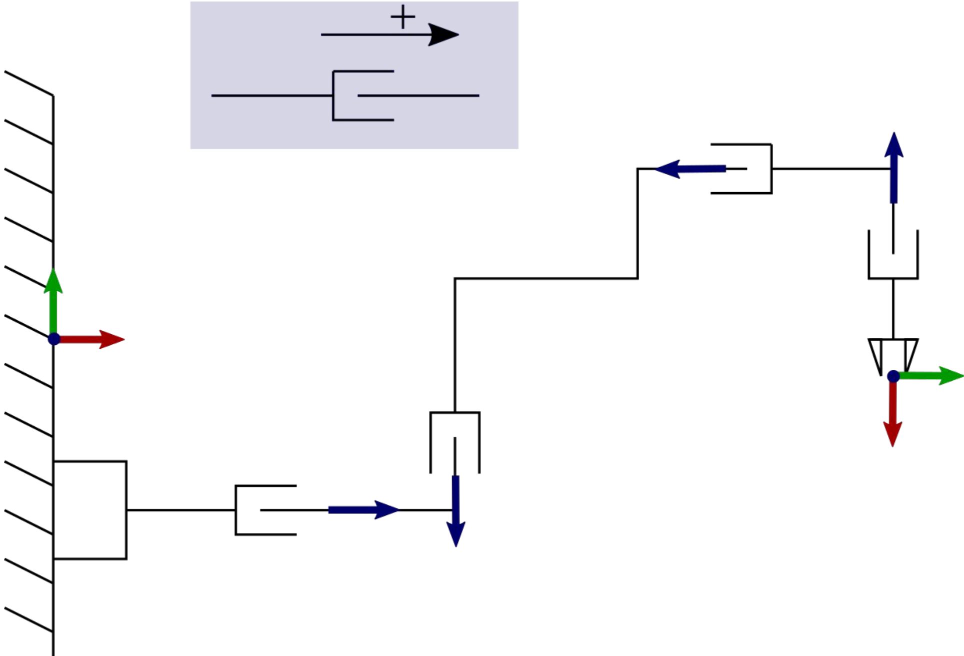
A. černá
B. žlutá
C. růžová



3D

Osa z je v ose pohybu/otáčení.

- Pozor na orientaci

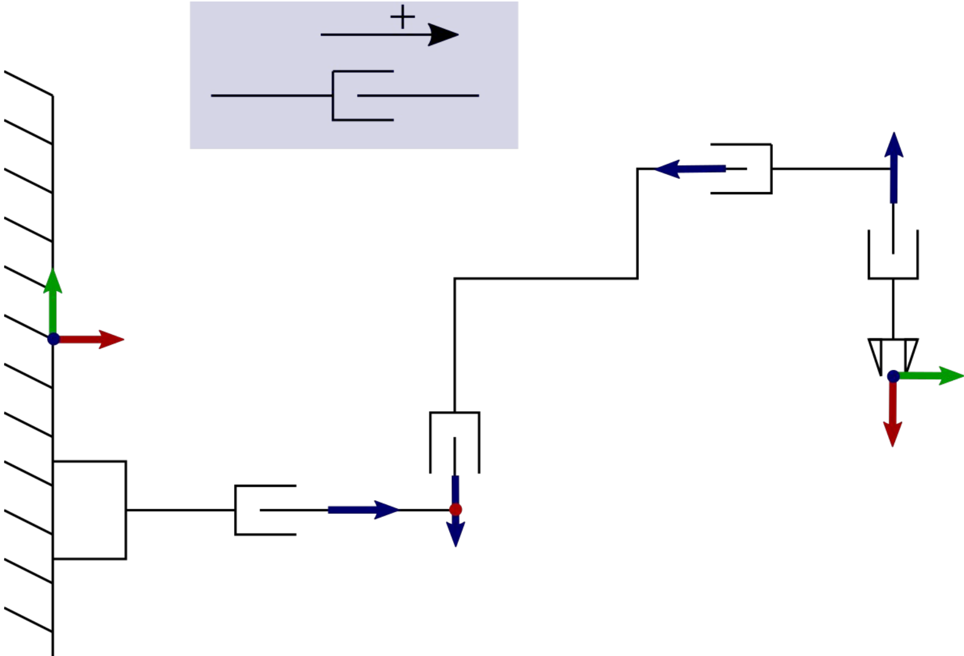


3D

- *x_1 je kolmá na z_0 a z_1*
- *x_1 protíná z_0 a z_1*

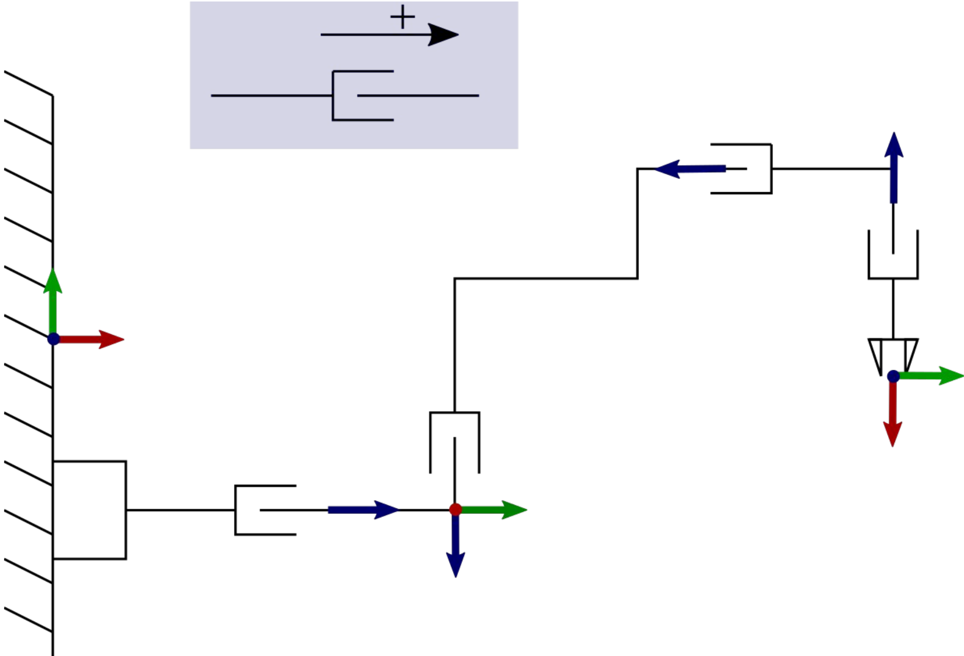
Pro osu x prvního ramena (2. s.s.) platí:

A. Osa směřuje z obrazovky
B. Osa směřuje do obrazovky
C. Obojí (z/do) je možné
D. Směřuje jinam



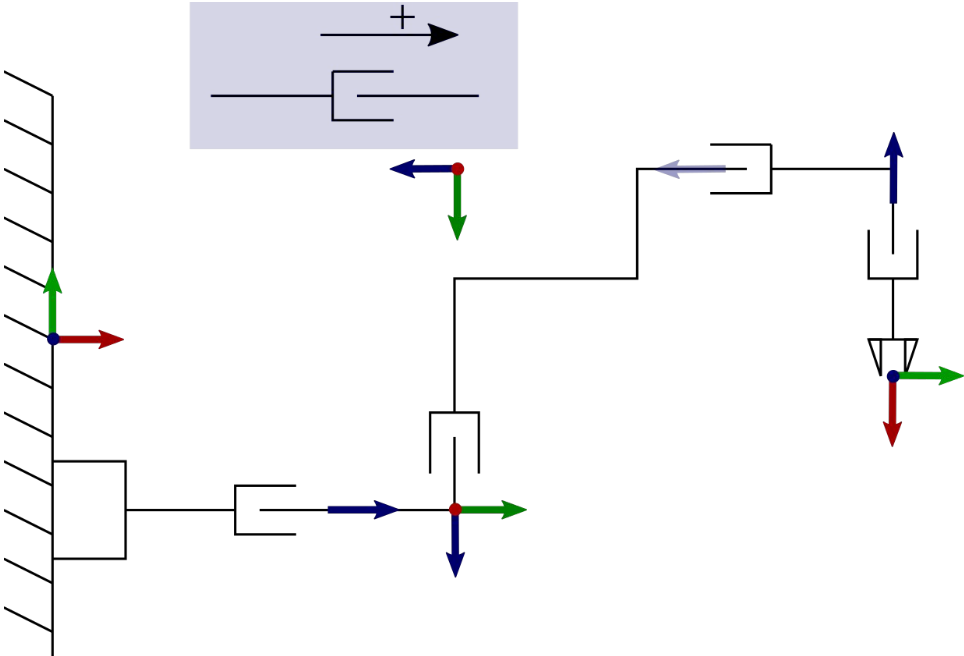
3D

- Známe z/x osu
  - Můžeme určit počátek s.s.
  - A osu y
- Osa y naznačuje, že osa z směřuje do obrazovky (pravotočivá soustava)



3D

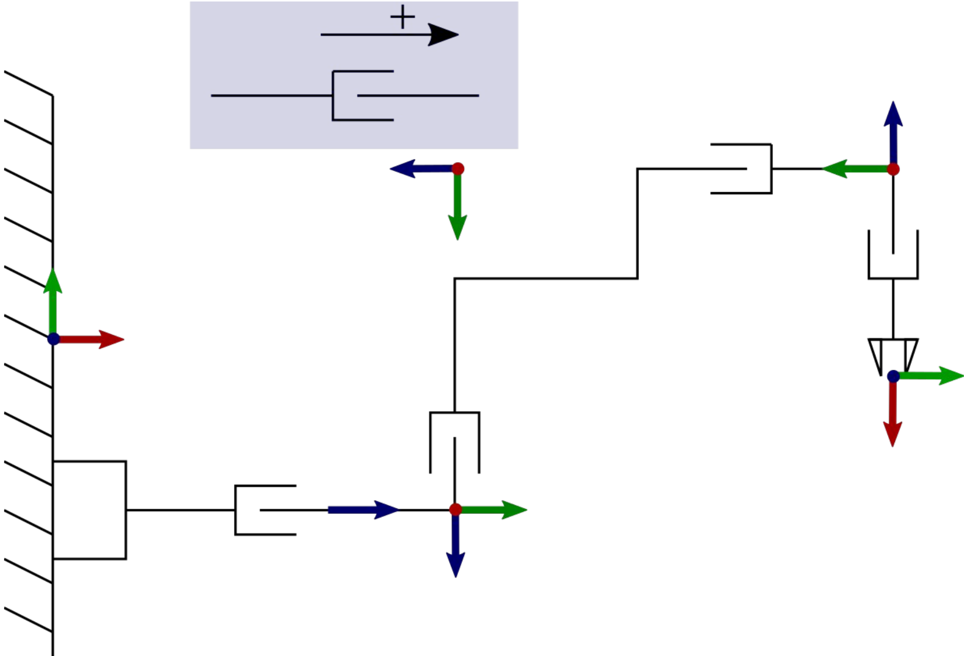
- s.s. může být umístěn “mimo” robota



3D

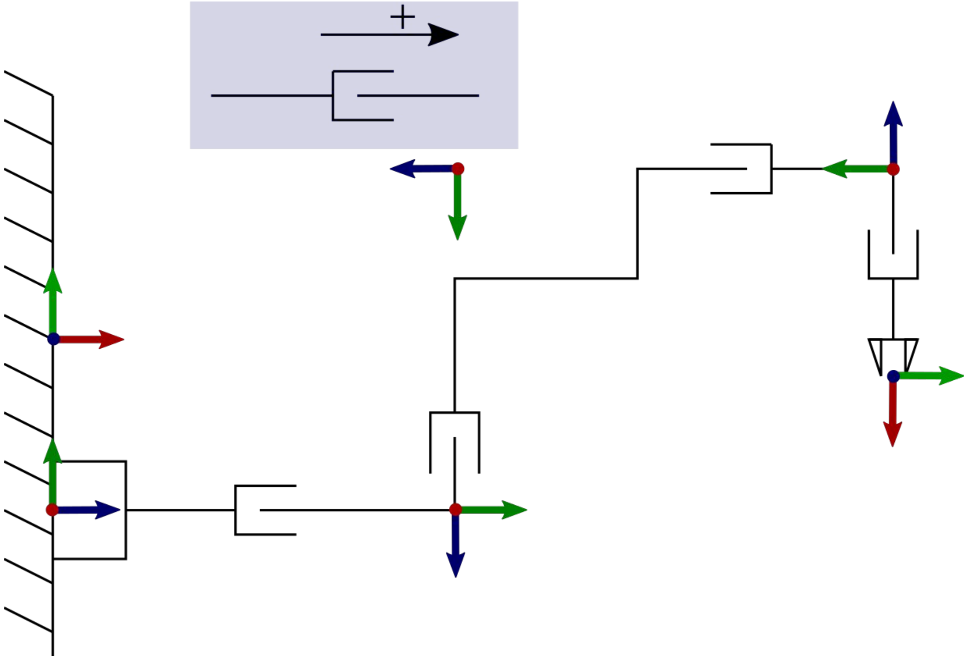
Zbývá poslední nekompletní s.s. (základna)

Žádná další omezení



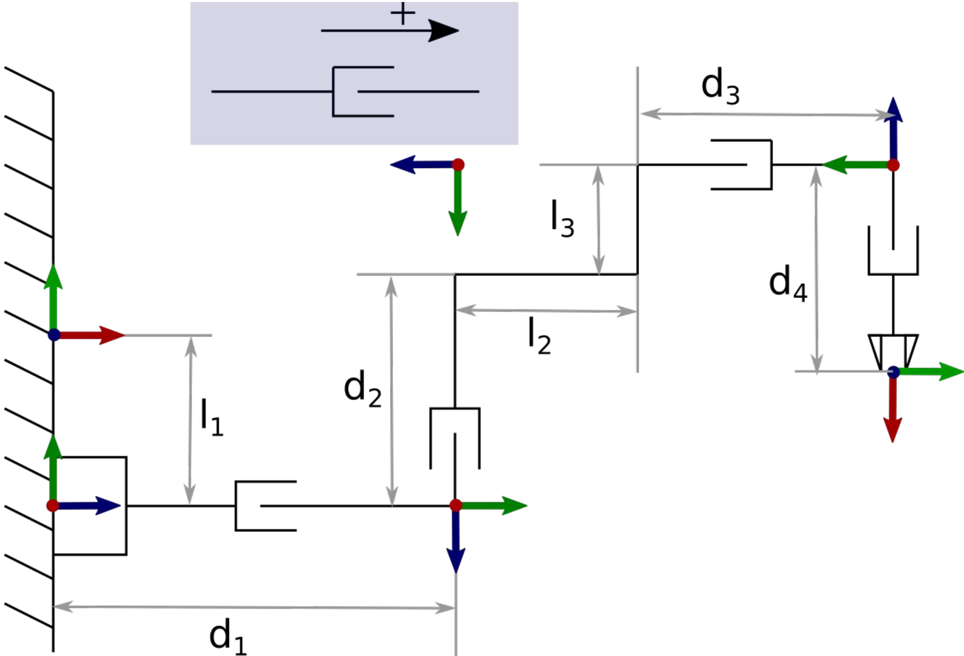
3D

- 6 s.s.
  - Počáteční transformace
  - 4 DH transformace
  - Koncová transformace (může být jednotková matice)
- Zbývá jenom určit parametry transformací



3D

- Počáteční transformace
- $T_y(-l_1)R_y(90°)$
- 4x4 matice

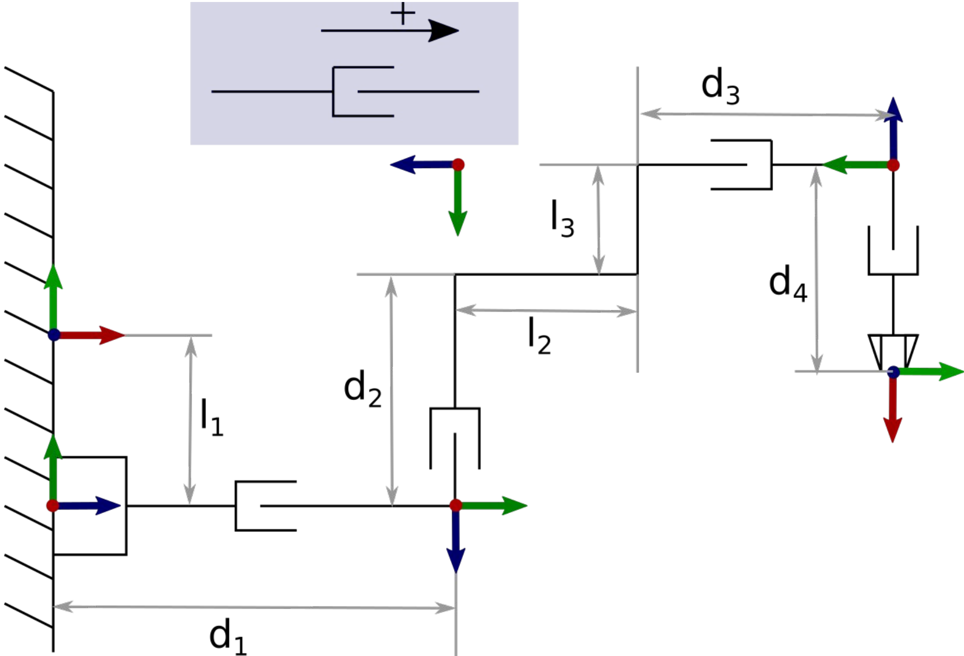


$$T_{DH} = R_z(\theta)T_z(d)R_x(\alpha)T_x(a)$$

3D

- Počáteční transformace
- $T_y(-l_1)R_y(90°)$
- 4x4 matice

JointType	Theta	d	a	Alpha
P	0	d_1 **+ 0**	0	90

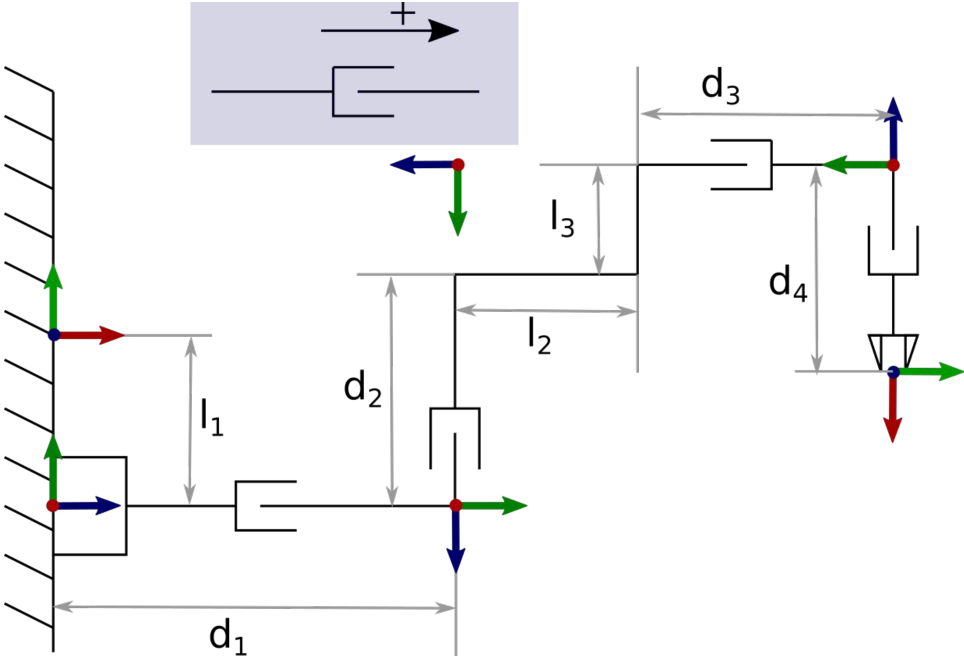


$$T_{DH} = R_z(\theta)T_z(d)R_x(\alpha)T_x(a)$$

3D

- Počáteční transformace
- $T_y(-l_1)R_y(90°)$
- 4x4 matice

JointType	Theta	d	a	Alpha
P	0	d_1 **+ 0**	0	90
P	0	d_2**-** $\mathbf{l_3}$	0	90

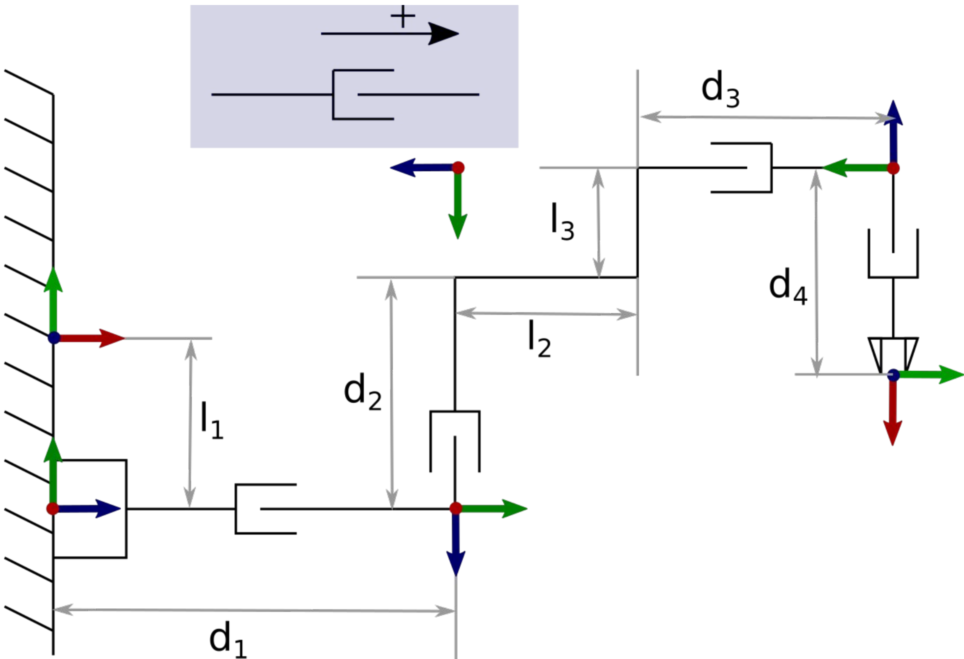


$$T_{DH} = R_z(\theta)T_z(d)R_x(\alpha)T_x(a)$$

3D

- Počáteční transformace
- $T_y(-l_1)R_y(90°)$
- 4x4 matice

JointType	Theta	d	a	Alpha
P	0	d_1 **+ 0**	0	90
P	0	d_2**-** $\mathbf{l_3}$	0	90
P	0	d_3**-** $\mathbf{l_2}$	0	90



$$T_{DH} = R_z(\theta)T_z(d)R_x(\alpha)T_x(a)$$

Poslední DH transformace:

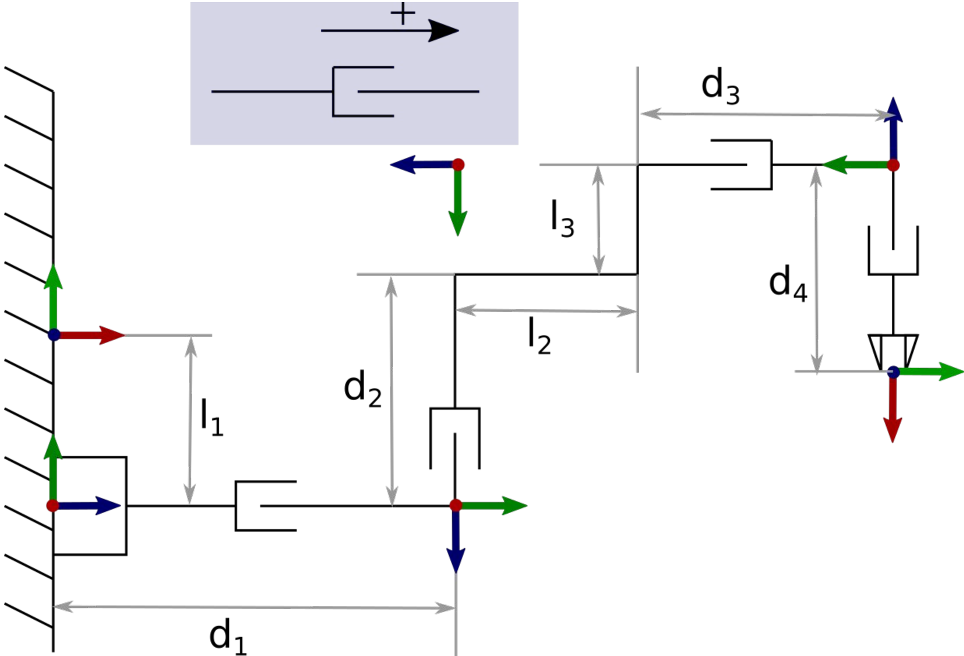
A. Existuje.

B. Neexistuje.

3D

- Počáteční transformace
- $T_y(-l_1)R_y(90°)$
- 4x4 matice

JointType	Theta	d	a	Alpha
P	0	d_1 **+ 0**	0	90
P	0	d_2**-** $\mathbf{l_3}$	0	90
P	0	d_3**-** $\mathbf{l_2}$	0	90



$$T_{DH} = R_z(\theta)T_z(d)R_x(\alpha)T_x(a)$$

3D

- Počáteční transformace
- $T_y(-l_1)R_y(90°)$
- 4x4 matice

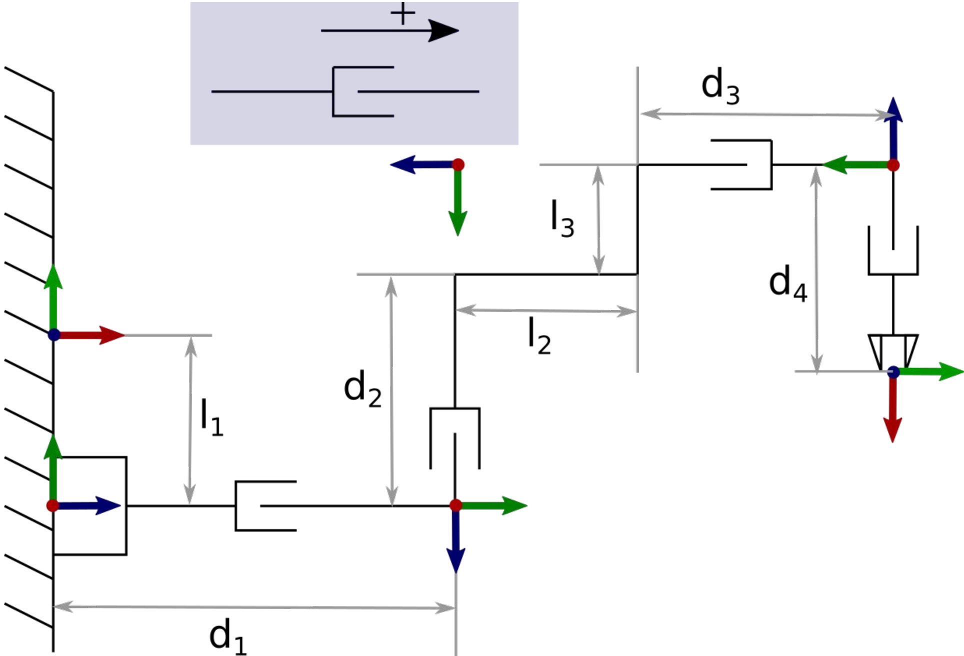
Poslední DH transformace:

A. Existuje.

B. Neexistuje.

x_1 není kolmá na z_0 → Vložíme pomocný s.s. (např. stejná orientace jako 5. s.s., ale v počátku chapadla)

JointType	Theta	d	a	Alpha
P	0	d_1 **+ 0**	0	90
P	0	d_2**- l_3**	0	90
P	0	d_3**- l_2**	0	90
P	0	d_4 **+ 0**	0	0



$$T_{DH} = R_z(\theta)T_z(d)R_x(\alpha)T_x(a)$$

3D

- Počáteční transformace
- $T_y(-l_1)R_y(90^\circ)$
- 4x4 matice

JointType	Theta	d	a	Alpha
P	0	d_1 **+ 0**	0	90
P	0	d_2**-** $\mathbf{l_3}$	0	90
P	0	d_3**-** $\mathbf{l_2}$	0	90
P	0	d_4 **+ 0**	0	0

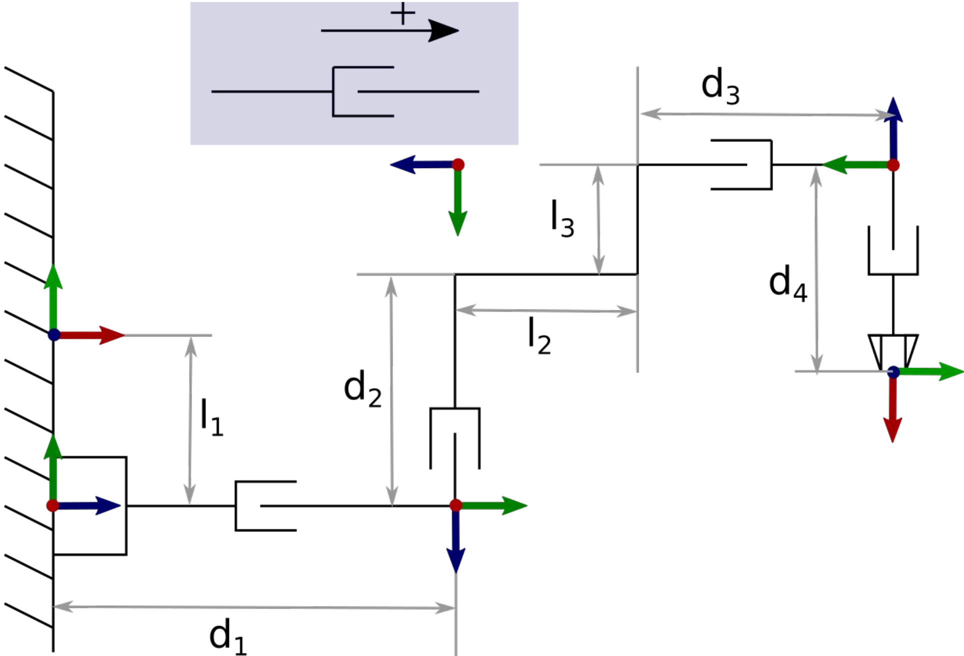
- Koncová transformace
- $R_y(\quad 90^\circ)R_x(180^\circ)$

Poslední DH transformace:

A. Existuje.

B. Neexistuje.

$\mathbf{x_1}$ **není kolmá na** $\mathbf{z_0}$ → Vložíme pomocný s.s. (např. stejná orientace jako 5. s.s., ale v počátku chapadla)

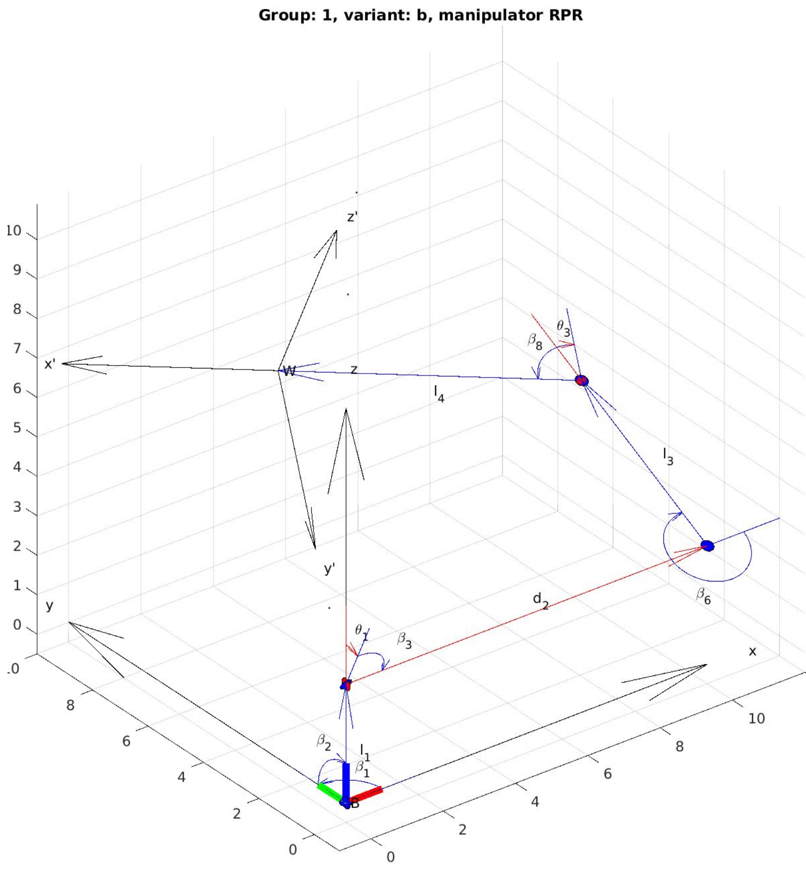


Video

- https://www.youtube.com/watch?v=nuB_7BkYNMk

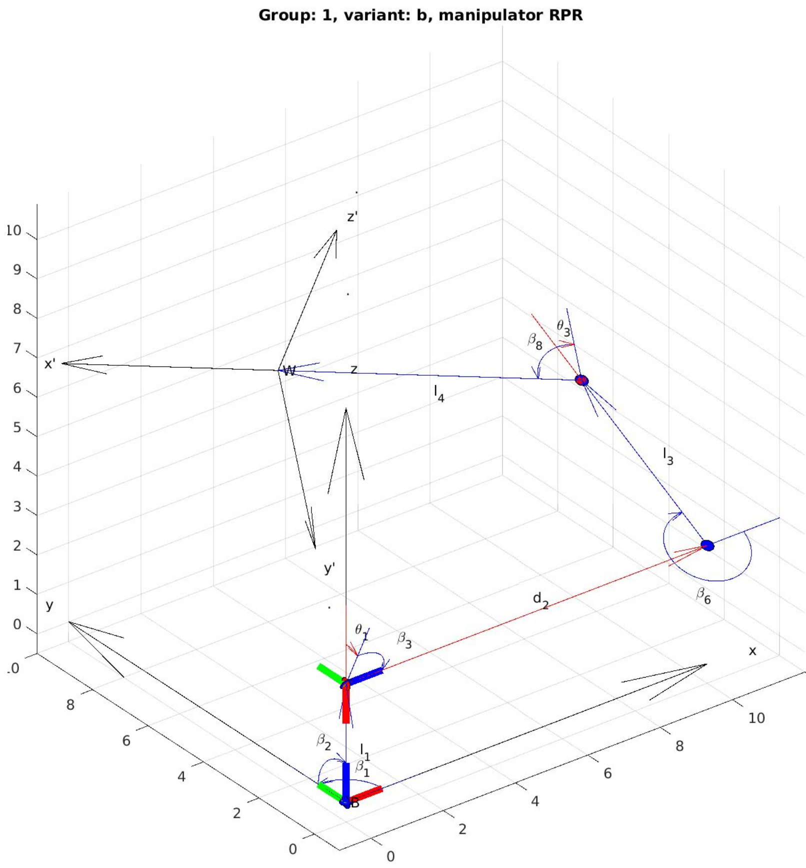
Úkol

- Stejně jako předchozí příklad, ale pro komplikovanější manipulátor
- Obrázek v zadání:
    - Úhel 25°
    - Délka 10



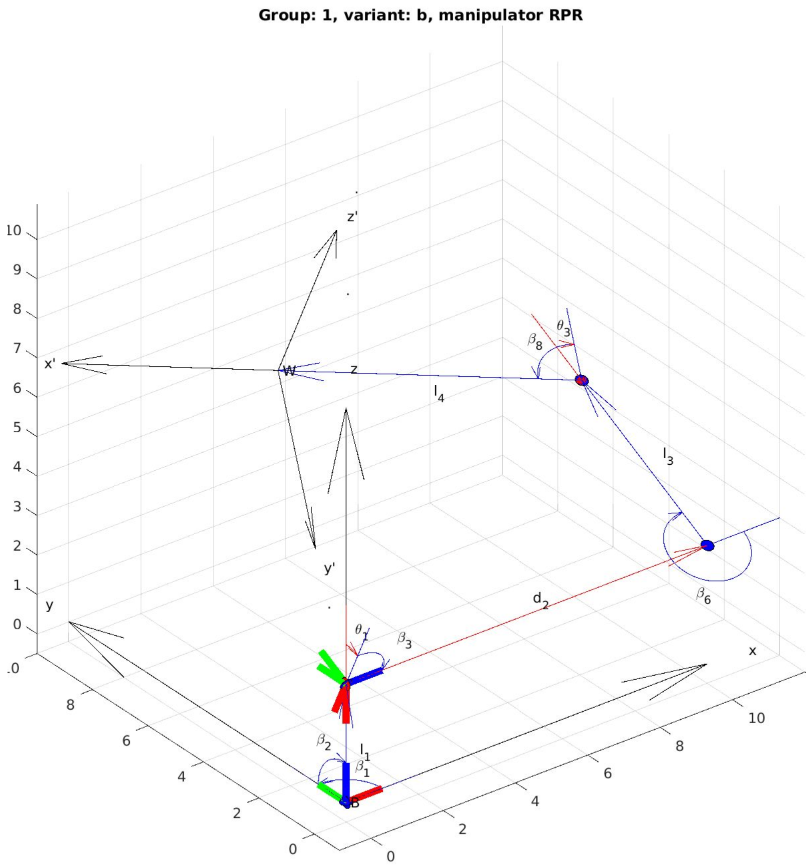
Úkol

- Stejně jako předchozí příklad, ale pro komplikovanější manipulátor
- Obrázek v zadání:
  - Úhel 25°
  - Délka 10



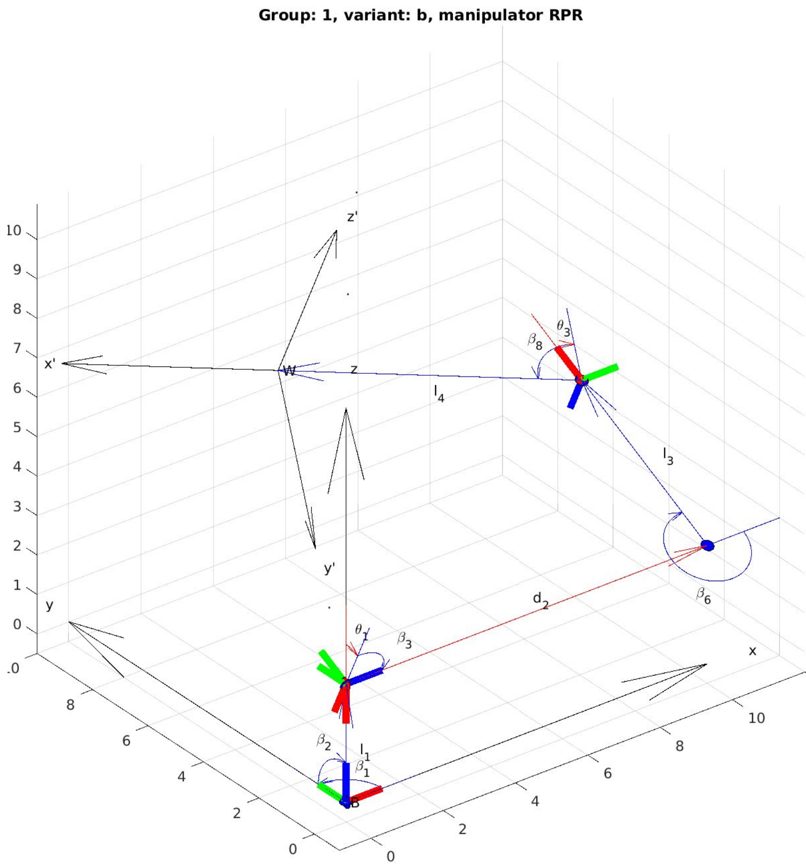
Úkol

- Stejně jako předchozí příklad, ale pro komplikovanější manipulátor
- Obrázek v zadání:
    - Úhel 25°
    - Délka 10



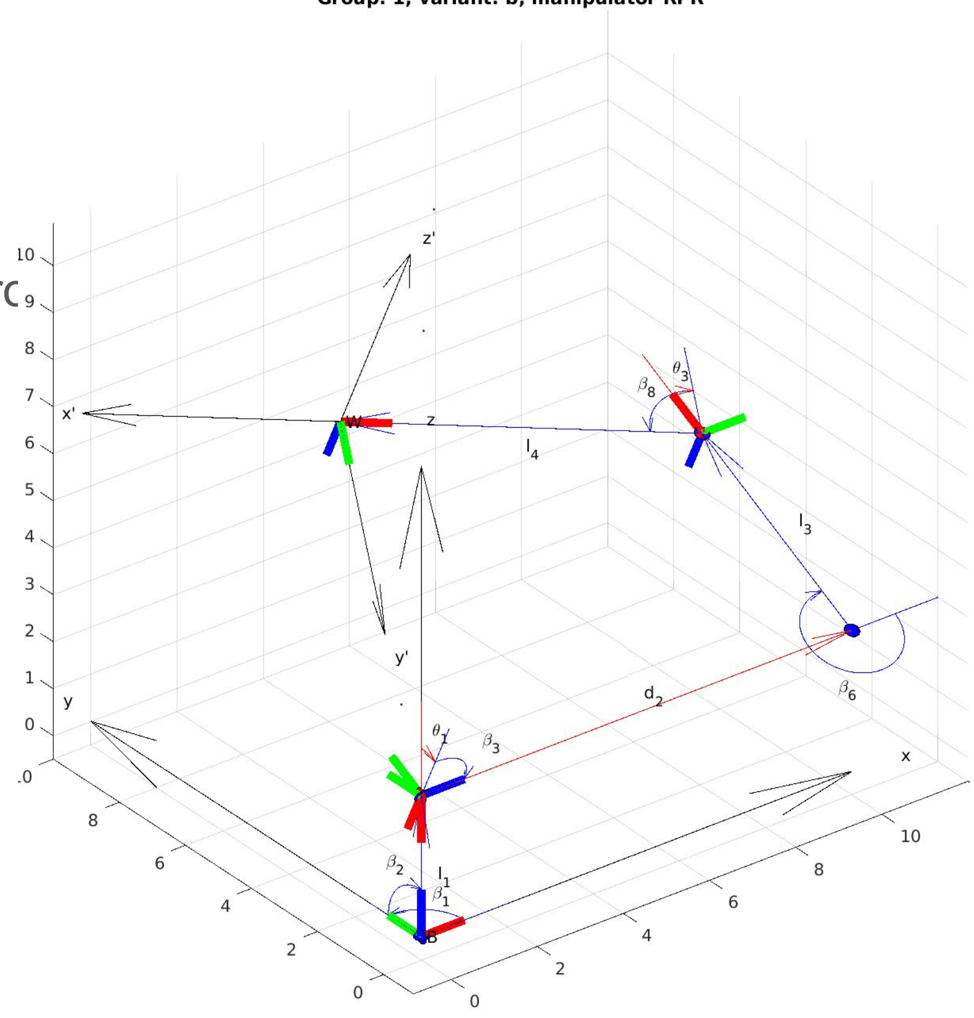
Úkol

- Stejně jako předchozí příklad, ale pro komplikovanější manipulátor
- Obrázek v zadání:
  - Úhel 25°
  - Délka 10

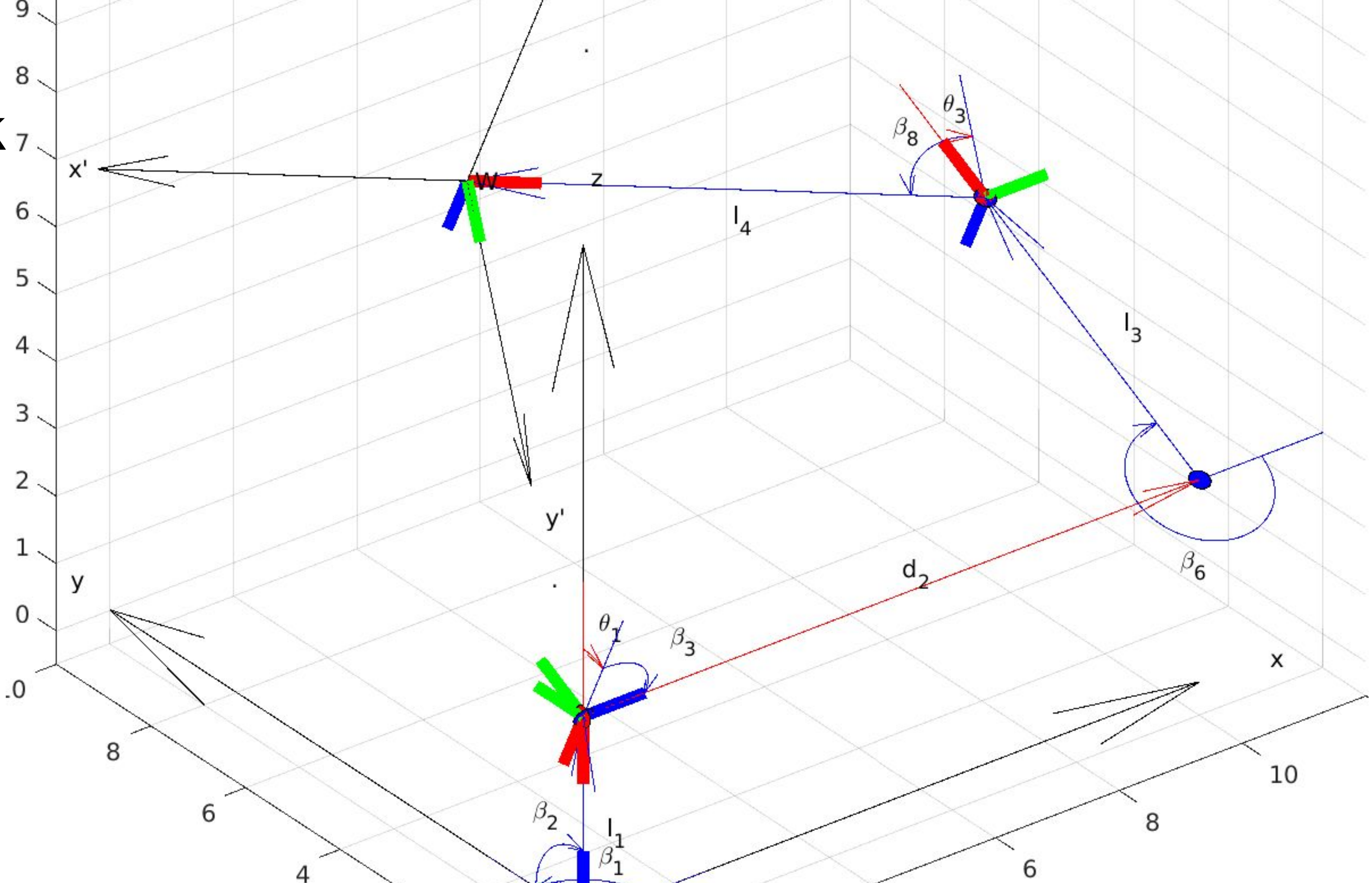


Úkol

- Stejně jako předchozí příklad, ale pro komplikovanější manipulátor
- Obrázek v zadání:
    - Úhel 25°
    - Délka 10



Úk

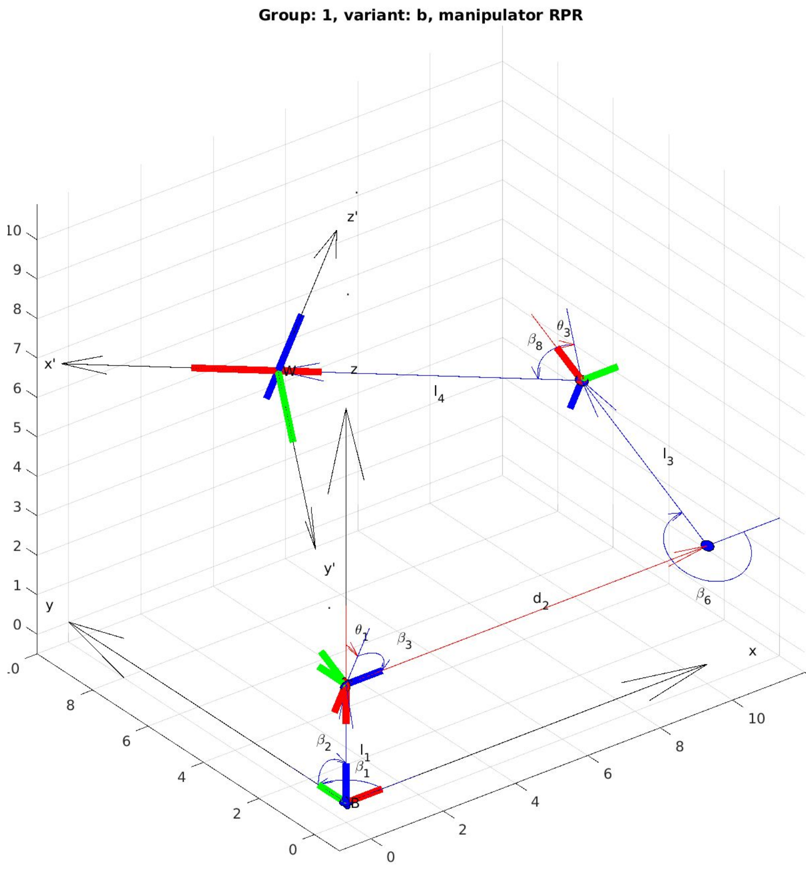


x'
w
z
l_4
θ_3
β_8
l_3
β_6
d_2
y'
y
θ_1
β_3
x
β_2
l_1
β_1

Úkol

- Stejně jako předchozí příklad, ale pro komplikovanější manipulátor

Tbase
0.00 0.00 1.00 0.00
0.00 1.00 0.00 0.00
-1.00 0.00 0.00 3.00
0.00 0.00 0.00 1.00
JointType Theta d a Alpha
R 0 0 0 0
P 90 0 5 90
R 90 0 -7 0
Tee
-1.00 0.00 0.00 0.00
0.00 1.00 0.00 0.00
-0.00 0.00 -1.00 0.00
0.00 0.00 0.00 1.00



Úkol

- Stejně jako předchozí příklad, ale pro komplikovanější (víc DOF) manipulátor
- 3 varianty (vypracovat všechny)
  - dh_a.txt, dh_b.txt, dh_c.txt soubor v zadaném formátu

```
T_Base
4x4 Transfomation matrix from the world frame to the first joint
JointType Theta d a Alpha
R/P theta1 d1 a1 alpha1
R/P theta2 d2 a2 alpha2
...
R/P thetaN dN aN alphaN
T_ee
4x4 Transformation matrix from the last joint to the end effector frame
```

- Odevzdat matlab fig. obrázky (místo reportu)
  - Robot (ze zadání)
  - Dokreslené s.s. jednotlivých ramen (notace ‘xyz’=’rgb’)