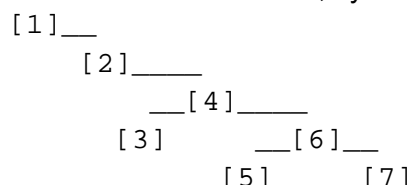


Splay tree

1.

Splay tree obsahuje 7 klíčů 1, 2, ..., 7. a je ideálně vyvážený, to jest má hloubku 2. Po vyhledání prvku s klíčem 1 se tento prvek přesune do kořene stromu. Jakou hloubku bude mít výsledný strom?

Řešení Hloubka bude 4, výsledný strom je znázorněn na schématu.

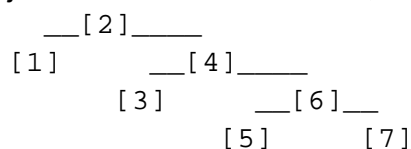


2.

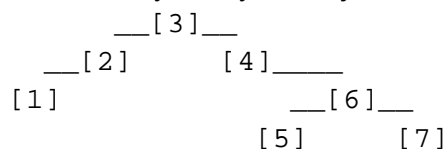
Řešte předchozí úlohu pro jednotlivé hodnoty klíčů 1, 2, ..., 7. Vždy předpokládejte, že strom je zcela vyvážený.

Řešení Pro klíč s hodnotou 4, který je v kořeni, se strom nezmění. Přístup k prvku s klíčem 7 bude mít analogické následky jako přístup k prvku s klíčem 1, proces a výsledek bude zrcadlově shodný s přístupem k prvku s klíčem 1.

Podobně stačí prozkoumat změny po přístupu k prvku s klíčem 2 a 3, přístup k prvkům s klíčem 5 a 6 bude opět zrcadlově shodný. Po přístupu k prvku s klíčem 2 provedeme pouze operaci zig, to jest pravou jednoduchou rotaci v kořeni, chcete-li. Výsledný strom je na schématu



Přístup k prvku s klíčem 3 znamená provést operaci zig-zag, to jest LR dvojotou rotaci v kořeni v kořeni, chcete-li. Výsledný strom je na schématu



3.

Předpokládejme, že perfektně vyvážený splay tree má hloubku $h > 0$. Po přístupu k prvku s nejmenším klíčem ve stromu se strom změní a vzroste jeho hloubka. Jaká bude nová hloubka stromu? Řešte zvlášť pro sudé a liché h .

Řešení Předpokládejme h sudé. Posun zkoumaného prvku do kořene stromu pak představuje určitý počet zig-zig rotací (neboli RR rotací v AVL terminologii). Každá zig-zig rotace v uzlu u sníží hloubku levého podstromu o 2 a zároveň zvýší hloubku pravého podstromu o 2. Jak uzel s nejmenším klíčem postupuje vzhůru stromem, postupně každý pravý podstrom jeho prarodiče (v němž rotace probíhá) zvýší svou hloubku, ale v příští operaci zig-zig už je podstromem levým, a svou hloubku opět sníží takže nakonec po provedení poslední zig-zig rotace v kořeni se hloubka pravého podstromu zvýší o 2, levý podstrom kořene bude prázdný a celková hloubka stromu tak bude $h+2$. Nyní předpokládejme h liché.

Levý podstrom kořene je stromem se sudou hloubkou, na něj můžeme použít výsledek pravého odstavce a zjistíme, že poté, co se prvek s nejmenším klíčem stane levým potomkem kořene, bude mít pravý podstrom levého potomka (označme jej T) hloubku $h+2$. Poslední rotace zig v kořeni zvýší hloubku pravého podstromu kořene o 1, ale nezmění hloubku podstromu T , takže nakonec bude nová hloubka opět rovna $h+2$.

4.

Do nejprve prázdného stromu splay tree vkládejte postupně klíče 2, 7, 1, 4, 3, 9, 5, 6. Nakreslete strom po každém vložení.

Řešení je patro z následujících schémat.

[2]

[2]__
 [7]

[1]__
 [2]__
 [7]

 __ [4] __
[1]__ [7]
 [2]

 __ [3] __
 __ [2] [4] __
[1] [7]

 ____ [9]
 __ [3] __
 __ [2] __ [7]
[1] [4]

 ____ [5] ____
 __ [3] __ __ [9]
 __ [2] [4] [7]
[1]

 __ [6] __
 __ [5] [7] __
 __ [3] __ [9]
 __ [2] [4]
[1]

