



# Metody zpracování dat ze senzorů

Obraz z kamery a hloubkoměru

Pavel Krsek, Vladimír Petřík, Libor Wagner

únor 2020

- ◆ Matematický popis transformací
- ◆ Obraz z kamery a barevný prostor
- ◆ Segmentace a popis oblastí
- ◆ Matematický model kamery
- ◆ Pořízení hloubkových dat a jejich reprezentace
- ◆ Nelezení rovin - RANSAC
- ◆ Vztah 3D měření a obrazu

1 2

3 4

5 6

7 8

9 10

11 12

13 14

15 16

17 18

19 20

21 22



1 2

3 4

5 6

7 8

9 10

11 12

13 14

15 16

17 18

19 20

21 22

# Matematické vztahy

bod, vektor, rovina, transformace,  
homogenní souřadnice



## Eukleidovský prostor (kartézský prostor) $\mathbb{R}^2, \mathbb{R}^3$ , ortonormální báze

$$\mathbb{R}^2$$

$$\mathbb{R}^3$$

### Bod v prostoru

$$\mathbf{p} = [x, y]$$

$$\mathbf{p} = [x, y, z]$$

### Lineární transformace

$$\begin{aligned} x' &= ax + by + c \\ y' &= dx + ey + f \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x' &= ax + by + cz + d \\ y' &= ex + fy + gz + h \\ z' &= ix + jy + kz + l \end{aligned}$$

### Maticový zápis

$$\mathbf{p}' = \mathbf{R}\mathbf{p} + \mathbf{t}$$

$$\mathbf{p} = [x, y]^T, \mathbf{p}' = [x', y']^T$$

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} a & b \\ d & e \end{bmatrix}, \mathbf{t} = [c, f]^T$$

$$\mathbf{p}' = \mathbf{R}\mathbf{p} + \mathbf{t}$$

$$\mathbf{p} = [x, y, z]^T, \mathbf{p}' = [x', y', z']^T$$

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} a & b & c \\ e & f & g \\ i & j & k \end{bmatrix}, \mathbf{t} = [d, h, l]^T$$

$\mathbf{R}$  se nazývá transformační maticí a  $\mathbf{t}$  je translační vektor.

1	2
3	4
5	6
7	8
9	10
11	12
13	14
15	16
17	18
19	20
21	22



Máme dvojici vektorů v  $\mathbb{R}^3$ :  $\mathbf{p} = [p_1, p_2, p_3]$ ,  $\mathbf{q} = [q_1, q_2, q_3]$

## Vzájemný úhel dvou vektorů - Skalární součin

Skalární součin:  $\mathbf{p} \cdot \mathbf{q} = p_1q_1 + p_2q_2 + p_3q_3 = \|\mathbf{p}\| \|\mathbf{q}\| \cos \alpha$

Úhel vektorů:

$$\cos \alpha = \frac{\mathbf{p} \cdot \mathbf{q}}{\|\mathbf{p}\| \|\mathbf{q}\|}$$

## Vektor kolmý na dvojici vektorů - Vektorový součin

Vektorový součin:

$$\mathbf{p} \times \mathbf{q} = \mathbf{n} \|\mathbf{p}\| \|\mathbf{q}\| \sin \alpha$$

$$\mathbf{p} \times \mathbf{q} = \begin{bmatrix} p_2q_3 - p_3q_2 \\ p_3q_1 - p_1q_3 \\ p_1q_2 - p_2q_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -p_3 & p_1 \\ p_3 & 0 & -p_2 \\ -p_1 & p_2 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{q}$$

Normálový vektor:

$$\mathbf{n} = \frac{\mathbf{p} \times \mathbf{q}}{\|\mathbf{p}\| \|\mathbf{q}\| \sin \alpha}, \quad \|\mathbf{n}\| = 1$$

1	2
3	4
5	6
7	8
9	10
11	12
13	14
15	16
17	18
19	20
21	22



**Definice:** Uspořádanou  $n$ -tici čísel  $[h_1, h_2, \dots, h_n]$  nazýváme homogenními souřadnicemi bodu  $\mathbf{p} = [p_1, p_2, \dots, p_{n-1}]$  v  $\mathbb{R}^{n-1}$  pokud platí že  $h_1/h_n = p_1$ ,  $h_2/h_n = p_2$ , ...,  $h_{n-1}/h_n = p_{n-1}$ , kde  $p_1$  až  $p_{n-1}$  jsou kartézské souřadnice bodu  $\mathbf{p}$ .

## Vlastnosti homogenních souřadnic

- ◆ Rozšíření prostoru  $\mathbb{R}^2 \Rightarrow \mathbb{R}^3$  resp.  $\mathbb{R}^3 \Rightarrow \mathbb{R}^4$
- ◆ Popis bodu není jednoznačný:  $\mathbf{p}_H = [h_1, h_2, \dots, h_n] \sim \lambda[h_1, h_2, \dots, h_n]$ ,  $\lambda \neq 0$
- ◆ Převod z/do homogenních souřadnic

$$\begin{aligned} \mathbb{R}^2 \\ \mathbf{p} = [u, v] &\Rightarrow \mathbf{p}_H = [u, v, 1] \\ \mathbf{p}_H = [u, v, w] &\Rightarrow \mathbf{p} = \left[\frac{u}{w}, \frac{v}{w}\right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbb{R}^3 \\ \mathbf{p} = [x, y, z] &\Rightarrow \mathbf{p}_H = [x, y, z, 1] \\ \mathbf{p}_H = [x, y, z, w] &\Rightarrow \mathbf{p} = \left[\frac{x}{w}, \frac{y}{w}, \frac{z}{w}\right] \end{aligned}$$

- ◆ Lineární transformace souřadnic

$$\mathbb{R}^2 : \quad \mathbf{p}'_H = \mathbf{P}^{3 \times 3} \mathbf{p}_H \quad \mathbb{R}^3 : \quad \mathbf{p}'_H = \mathbf{P}^{4 \times 4} \mathbf{p}_H$$

- ◆ Afinní transformace souřadnic

$$\mathbf{p}'_H = \begin{bmatrix} \mathbf{R} & \mathbf{t} \\ \mathbf{0}^T & 1 \end{bmatrix} \mathbf{p}_H$$

1 2

3 4

5 6

7 8

9 10

11 12

13 14

15 16

17 18

19 20

21 22



$\mathbb{R}^2$  - přímka

$\mathbb{R}^3$  - rovina

**Parametrické vyjádření (parametry  $s, t$ )**

$$\begin{aligned} u &= u_0 + a_1s \\ v &= v_0 + a_2s \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x &= x_0 + a_1s + b_1t \\ y &= y_0 + a_2s + b_2t \\ z &= z_0 + a_3s + b_3t \end{aligned}$$

$$\mathbf{p} = \mathbf{p}_0 + \mathbf{a}s$$

$$\mathbf{p} = \mathbf{p}_0 + \mathbf{a}s + \mathbf{b}t$$

**Obecná rovnice (maticově v homogenních souřadnicích)**

$$au + bv + c = 0$$

$$ax + by + cz + d = 0$$

$$\mathbf{A}\mathbf{p}_H = \mathbf{0}, \text{ kde } \mathbf{A} = [a, b, c]$$

$$\mathbf{A}\mathbf{p}_H = \mathbf{0}, \text{ kde } \mathbf{A} = [a, b, c, d]$$

**Normála  $\mathbf{n}$**

$$\mathbf{n} = [a, b] / \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$\mathbf{n} = [a, b, c] / \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$

**Vzdálenost  $\Delta$  bodu  $\mathbf{p}_1$**

$$\Delta = \frac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

$$\Delta = \frac{|ax_1 + by_1 + cz_1 + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$$

1	2
3	4
5	6
7	8
9	10
11	12
13	14
15	16
17	18
19	20
21	22



### Parametrické vyjádření (parametr $s$ )

$$\begin{aligned} x &= x_0 + a_1s \\ y &= y_0 + a_2s \\ z &= y_0 + a_3s \end{aligned} \quad \equiv \quad \mathbf{p} = \mathbf{p}_0 + \mathbf{a}s$$

### Průsečík dvou rovin (řešení soustavy lineárních rovnic)

$$\begin{aligned} a_1x + b_1y + c_1z + d_1 &= 0 \\ a_2x + b_2y + c_2z + d_2 &= 0 \end{aligned}$$

### Řešení soustavy homogenních lineárních rovnic (SVD)

- ◆ Soustava rovnice:  $\mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{0}$ , matice  $\mathbf{A}$  je známá, hledáme řešení  $\mathbf{x} \neq \mathbf{0}$ .
- ◆ SVD dekompozice:  $\mathbf{A} = [\mathbf{U}|\mathbf{U}_0]_{m \times m} \begin{bmatrix} \mathbf{S}_{n \times n} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} [\mathbf{V}|\mathbf{V}_0]_{n \times n}^T$
- ◆ Vektor  $\mathbf{V}_0$  je pravým singulárním vektorem odpovídající nulovému vlastnímu číslu matice  $\mathbf{A}$ . Řešením je  $\mathbf{x} = \mathbf{V}_0$ .
- ◆ Pokud matice  $\mathbf{A}$  nemá nulové vlastní číslo a  $\mathbf{V}_0$  odpovídá nejmenšímu z nich pak řešení  $\mathbf{x} = \mathbf{V}_0$  minimalizuje normu  $\mathbf{A}\mathbf{x}$ .

1 2

3 4

5 6

7 8

9 10

11 12

13 14

15 16

17 18

19 20

21 22



# Obraz z kamery

Pořízení obrazu a jeho reprezentace

1 2

3 4

5 6

7 8

9 10

11 12

13 14

15 16

17 18

19 20

21 22



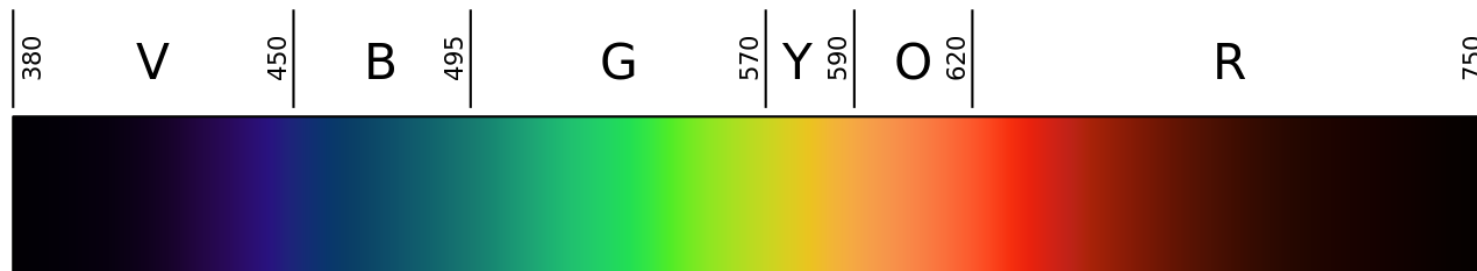


**Světlo = elektromagnetické záření**

**Viditelná část spektra: 390–760 nm (390–790 THz)**

**Parametry záření:**

- ◆ Frekvence záření (vlnová délka) je detekována kamerou nepřímo.
- ◆ Amplituda (intenzita) je přímo kamerou snímána.
- ◆ Polarizace (příčné vlny) se využívá prostřednictvím polarizačních filtrů.
- ◆ Fáze má význam pouze pro koherentních zobrazení (holografie, interferometrie).



vlnová délka uvedena v nanometrech [nm]

1 2

3 4

5 6

7 8

9 10

11 12

13 14

15 16

17 18

19 20

21 22

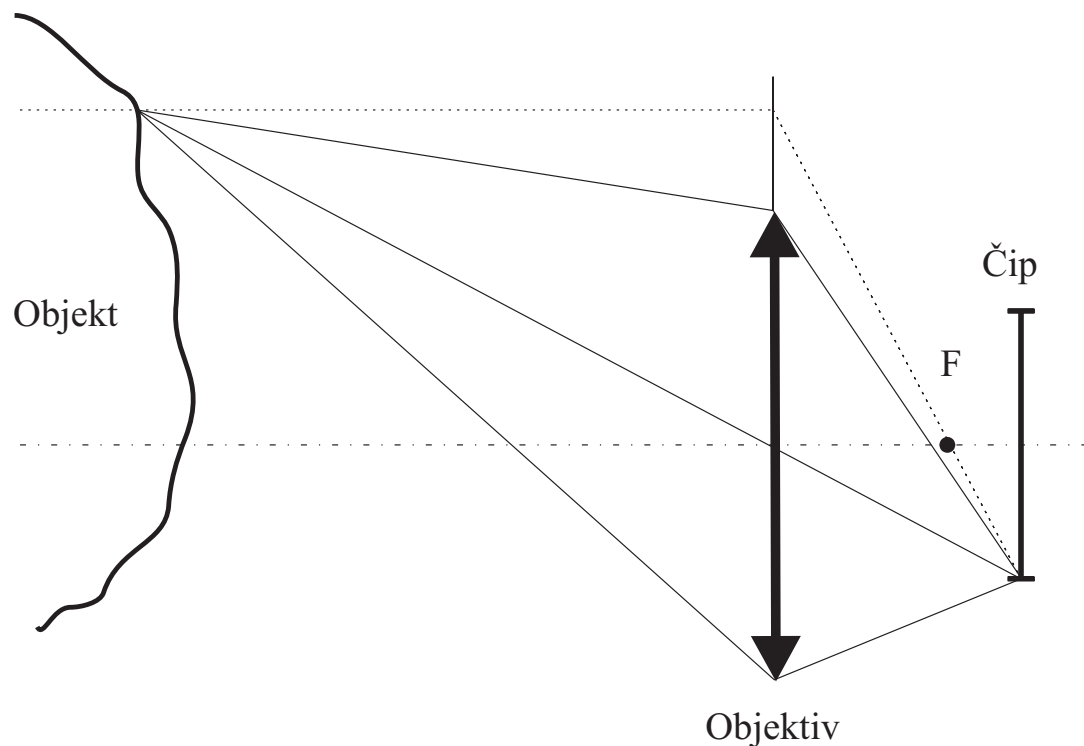


## Klasický objektiv

- ◆ Vzdálenost objektu  $\gg$  ohnisková vzdálenost.
- ◆ Objektiv modelujeme jako tenkou čočku (středové promítání)

## Vznik obrazu

- ◆ Světlo se odráží od povrchu objektu.
- ◆ Odražené světlo promítá objektiv na čip (snímač).
- ◆ Snímač převádí světlo (fotony) na elektrický signál.

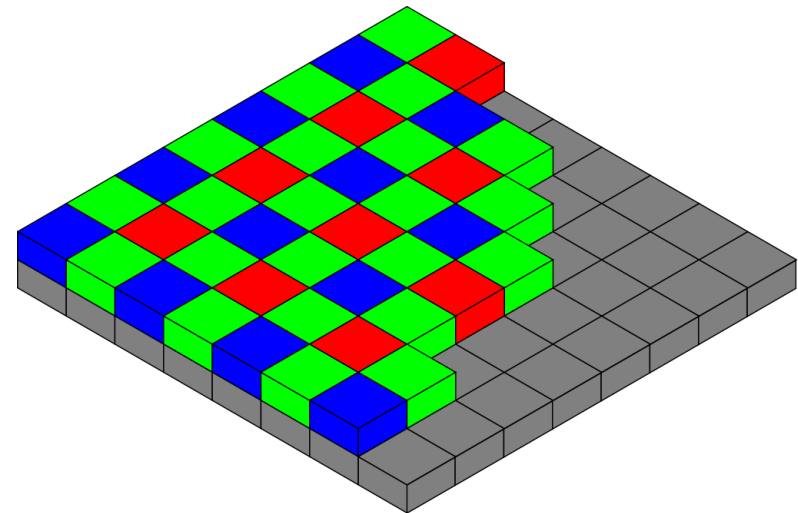
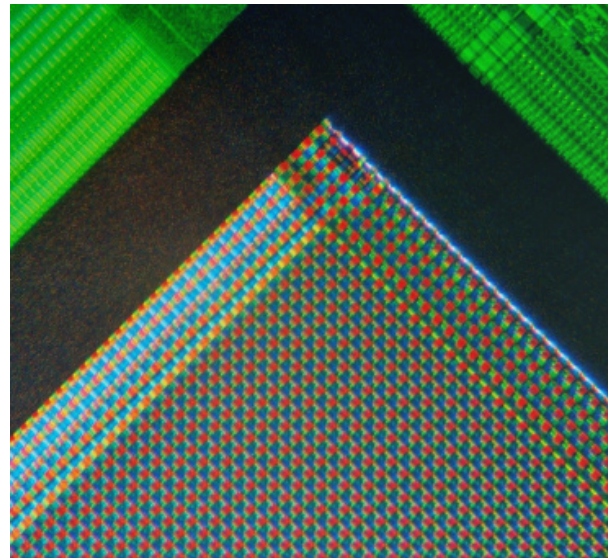
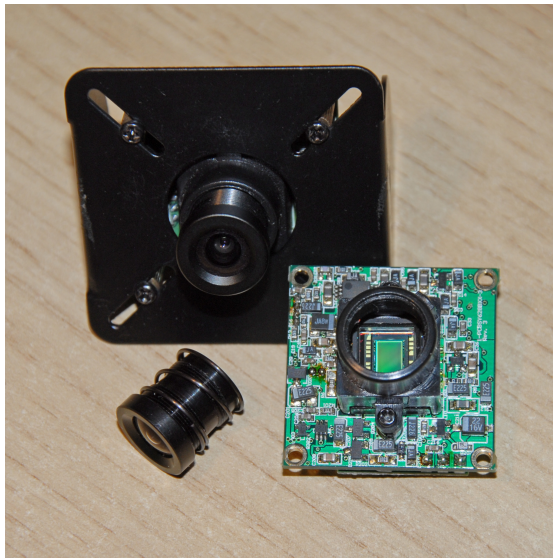


1	2
3	4
5	6
7	8
9	10
11	12
13	14
15	16
17	18
19	20
21	22



## Obvyklá realizace snímače

- ◆ Snímač se skládá z jednotlivých citlivých buněk - obrazových bodů.
- ◆ Dopadající světlo (fotony) se v polovodiči mění na nábojové páry (elektron-díra).
- ◆ Nábojové páry se ve statickém elektrickém poli mění na proudové impulzy.
- ◆ Impulzy jsou po dobu expozice integrovány nabíjením/vybíjením kondenzátoru.
- ◆ Obrazové body tvoří pravoúhlou síť se stejnými rozestupy v obou směrech.



1 2

3 4

5 6

7 8

9 10

11 12

13 14

15 16

17 18

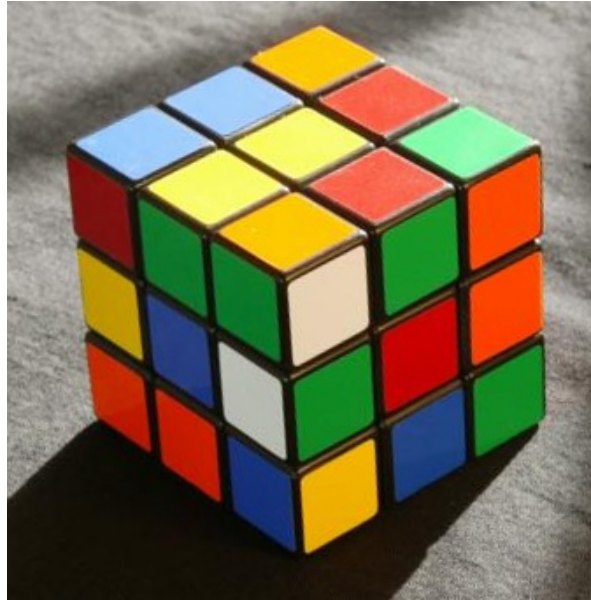
19 20

21 22



## Rubikova kostka

- ◆ Osvětlená sluncem.
- ◆ Stín zprava osvětlen navíc žárovkou.
- ◆ Různé nastavení vyvážení bílé.



## Barevné spektrum

- ◆ Osvětlené sluncem.
- ◆ Stín vlevo osvětlen navíc žárovkou.



1	2
3	4
5	6
7	8
9	10
11	12
13	14
15	16
17	18
19	20
21	22



## RGB snímek



`I = turtle.get_rgb_image()`

`element = I [řádek, sloupec, barva] ∈ ⟨0; 255⟩`  
`barva ∈ [0, 1, 2] ≡ B, G, R`

1 2

3 4

5 6

7 8

9 10

11 12

13 14

15 16

17 18

19 20

21 22



# Segmentace a popis objektů

Prahování v prostoru HSV, spojité oblasti,  
popis objektů

1 2

3 4

5 6

7 8

9 10

11 12

13 14

15 16

17 18

19 20

21 22



## Princip segmentace

- ◆ Podstatou je rozdělit obraz na popředí (objekty zájmu) a pozadí.
- ◆ Výstupem segmentace je binární obrázek.
- ◆ Obrazové body popředí/pozadí jsou obvykle reprezentovány log. 1/0.
- ◆ Existuje řada různých metod segmentace

## Příklady segmentačních metod:

- ◆ Prahování (tresholding)
- ◆ Shluková analýza (K-means)
- ◆ Hranová detekce (edge detection)
- ◆ Narůstání oblastí na základě podobnosti bodů
- ◆ Aktivní kontury (active contours)
- ◆ Statistické metody (Markov random fields,...)



1 2

3 4

5 6

7 8

9 10

11 12

13 14

15 16

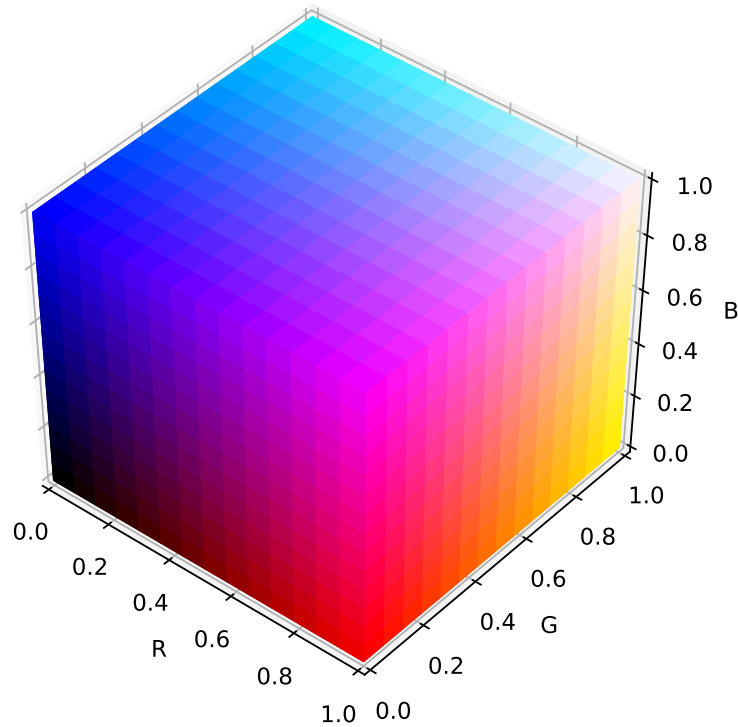
17 18

19 20

21 22

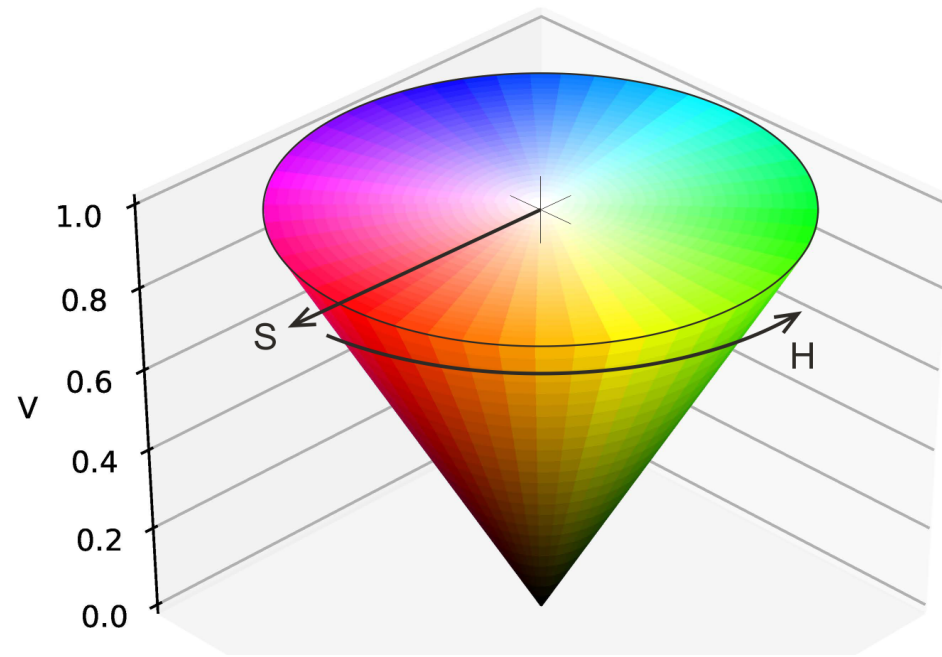


## RGB



- ◆ Red - intenzita červeného kanálu.
- ◆ Green - intenzita zeleného kanálu.
- ◆ Blue - intenzita modrého kanálu.

## HSV



- ◆ Hue - odstín barvy odpovídá dominantní vlnové délce (spektrální barvě).
- ◆ Saturation - sytost barvy popisuje, jak je barva vzdálena od neutrální šedé/bílé.
- ◆ Value - hodnota jasu vyjadřuje kolik světla barva odráží.

1	2
3	4
5	6
7	8
9	10
11	12
13	14
15	16
17	18
19	20
21	22

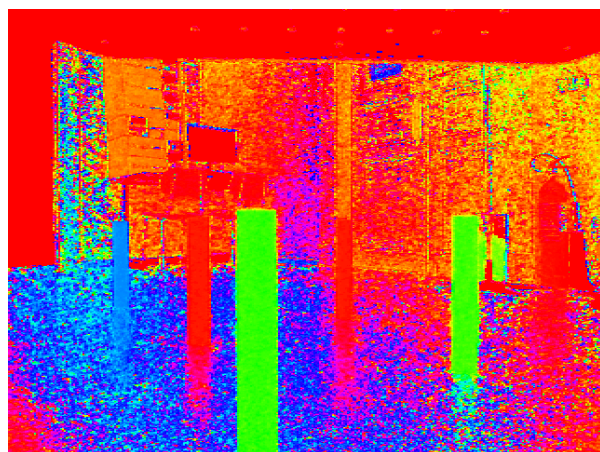




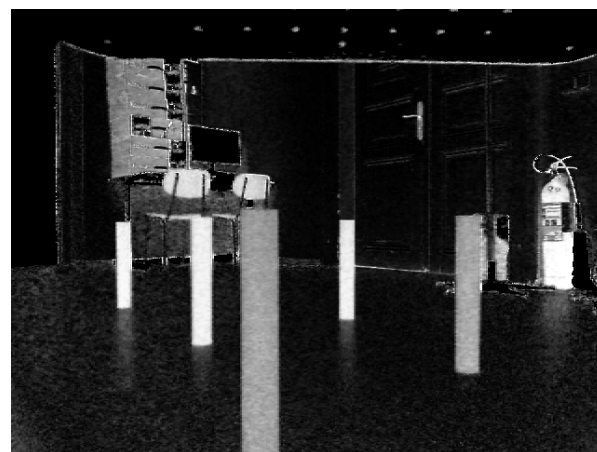
element =  $I^{HSV}$  [řádek, sloupec, barva], barva  $\in [0, 1, 2] \equiv H, S, V$



	BGR	HSV
Modrá:	[255, 0, 0]	[120, 255, 255]
Zelená:	[0, 255, 0]	[60, 255, 255]
Červená:	[0, 0, 255]	[0, 255, 255]
Bílá:	[255, 255, 255]	[0, 0, 255]



$H \in \langle 0; 179 \rangle$



$S \in \langle 0; 255 \rangle$



$V \in \langle 0; 255 \rangle$

## Převod z RGB do HSV

```
hsv = cv2.cvtColor(im, cv2.COLOR_BGR2HSV)
```

1 2

3 4

5 6

7 8

9 10

11 12

13 14

15 16

17 18

19 20

21 22



Segmentujeme na základě barvy hledaného objektu.

◆ Zvolíme referenční barvu (zelená)

$$I_r^{BGR}_{ref} = [45, 130, 55] \rightarrow I_{ref}^{HSV} = [56, 167, 130]$$

◆ Definujeme podmínky

1. Odstín barvy je podobný referenční:

$$|I_{ref}^H - I^H| < t_1$$

2. Tmavé oblasti (nejistá barva) nejsou popředím:

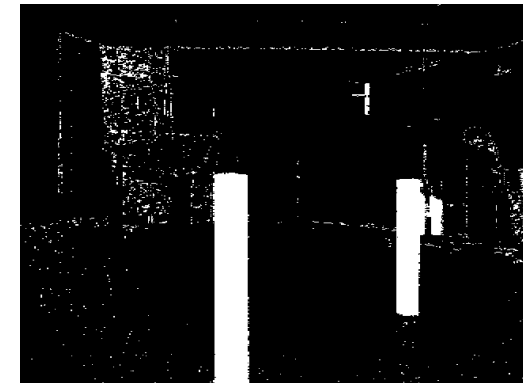
$$I_{ref}^V > t_2$$

3. Hledané objekty jsou barevně saturované:

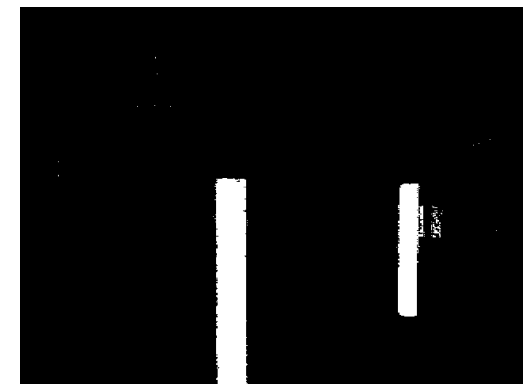
$$I_{ref}^S > t_3$$

◆ Stanovíme jednotlivé prahy

- Prahы nastavujeme na základě výsledku segmentace
- Vždy nutno testovat na větším počtu obrázků (různé podmínky)



Mírný práh



Optimální práh



Přísný práh

1	2
3	4
5	6
7	8
9	10
11	12
13	14
15	16
17	18
19	20
21	22



- ◆ Vstupem je binární obraz (pozadí/popředí)
- ◆ Výstupem je obraz s indexy (labels) spojitých oblastí
- ◆ Obrazové body každé spojitě oblasti jsou označena vlastním indexem
- ◆ Spojitost oblasti: 4-okolí, 8-okolí

## Realizace v OpenCV

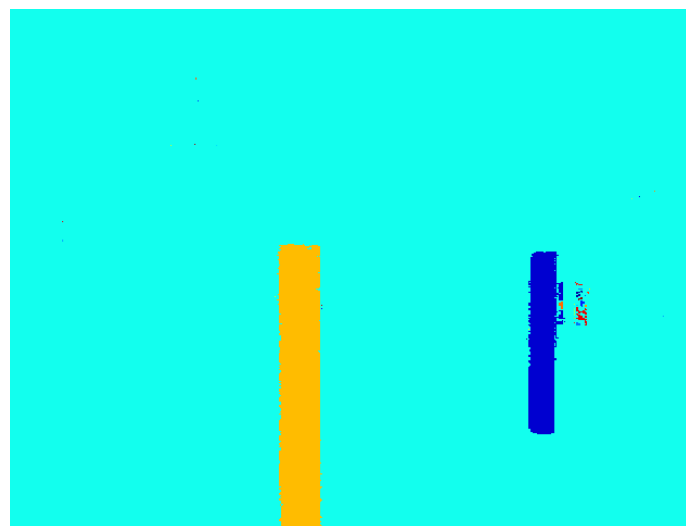
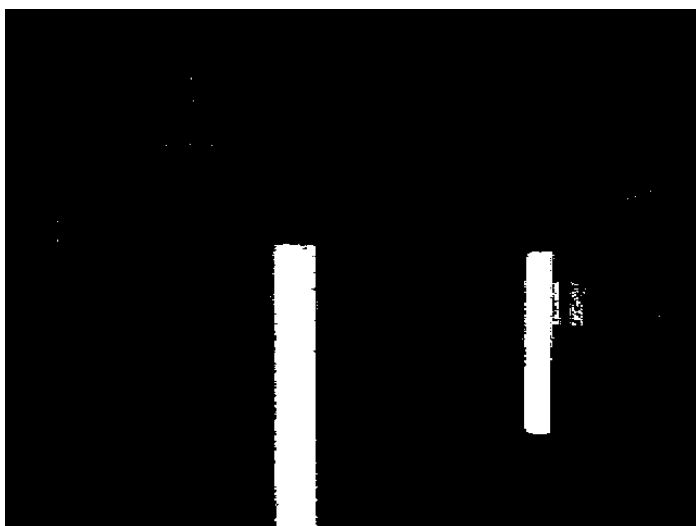
```
out = cv2.connectedComponentsWithStats( binary_mask.astype(np.uint8) )
```

out[0] ... počet oblastí, out[1] ... obraz s index oblastí

out[2] ... parametry oblastí [bod nejvíce vlevo, bod nejvýše, šířka, výška, plochy],

out[3] ... střed / těžiště oblasti.

PZOR: První oblast je pozadí (index 0)



1 2

3 4

5 6

7 8

9 10

11 12

13 14

15 16

17 18

19 20

21 22



OpenCV počítá většinu parametrů na základě obrysu (countour).

```
img_map, contours, hierarchy =
    cv2.findContours(interest, cv2.RETR_EXTERNAL, cv2.CHAIN_APPROX_NONE)
cnt = contours[k]
```

## Parametry spojitých oblastí (Area & Contour Properties)

- ◆ Plocha  $S$  a obvod  $O$

$$\text{Kompaktnost (compactness)} = \frac{O^2}{S}$$

```
area = cv2.contourArea(cnt)
lng = cv2.arcLength(cnt, True)
```

- ◆ Střed oblasti (těžiště)

```
M = cv2.moments(cnt)
cx = (M['m10']/M['m00'])
cy = (M['m01']/M['m00'])
```

- ◆ Momenty spojitě oblasti

$$m_{pq} = \sum_u \sum_v u^p v^q I_b(u, v)$$

$$\mu_{pq} = \sum_u \sum_v (u - \bar{u})^p (v - \bar{v})^q I_b(u, v)$$

```
x, y, w, h = cv2.boundingRect(cnt)
```

- ◆ Nejmenší opsaný obdélník (strany  $a$ ,  $b$ )

$$\text{Pravoúhlost (rectangularity)} = \frac{a \cdot b}{S}$$

```
rect = cv2.minAreaRect(cnt)
box = cv2.boxPoints(rect)
```

- ◆ Konvexní obal (plocha  $H$ , obvod)

$$\text{Členitost (solidity)} = \frac{S}{H}$$

```
hull = cv2.convexHull(cnt)
```

1 2

3 4

5 6

7 8

9 10

11 12

13 14

15 16

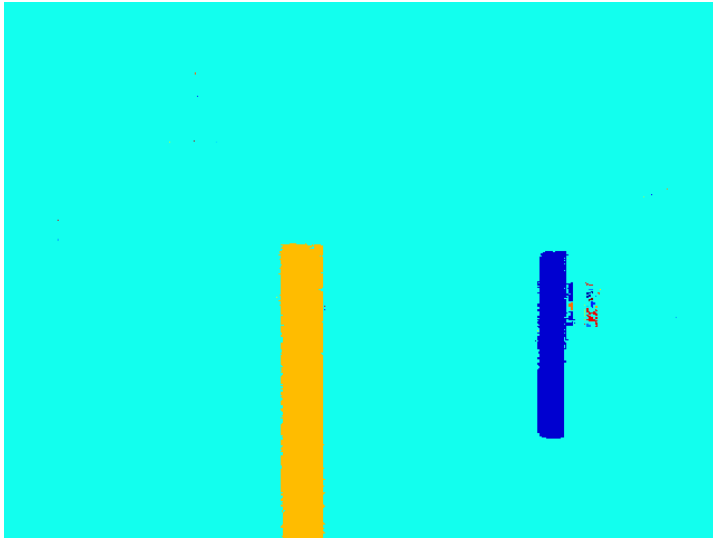
17 18

19 20

21 22



## Základní parametry poskytuje “labeling”



Parametry oblastí:

$[-, -, \text{šířka}, \text{výška}, \text{plocha}, c_v, c_u]$

[0, 0, 640, 480, 293019, 318.73, 234.93]

[246, 216, 42, 264, 9843, 266.76, 347.60]

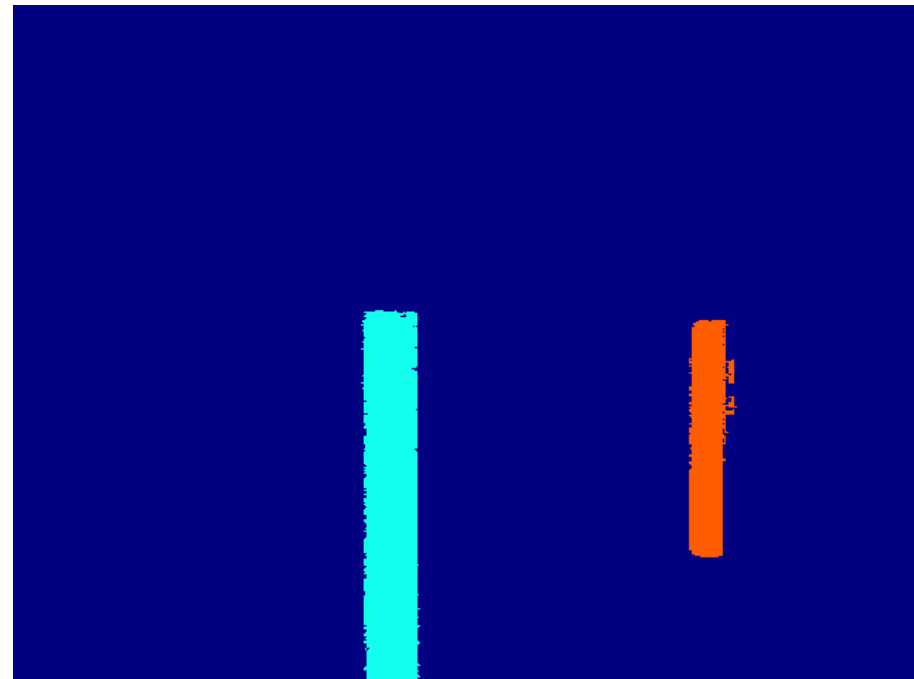
[478, 223, 34, 168, 4143, 490.96, 304.98]

[505, 229, 1, 1, 1, 505, 229]

⋮

## Výběr objektů

- ◆ Hledané objekty relativně velké.
- ◆ Malé objekty nejsou zajímavé.
- ◆ Stanovíme podmínku na plochu:  
 $S > t_4$
- ◆ Objekty jsou v obraze svislé a tenké.
- ◆ Stanovíme podmínku na poměr šířky výšky:  $\frac{h}{w} > t_5$



1 2

3 4

5 6

7 8

9 10

11 12

13 14

15 16

17 18

19 20

21 22



## Zpracování obrazu

[Sonka1993] Mialn Sonka, Vaclav Hlavac a Roger Boyle. *Image Processing, Analysis and Machine Vision*. ISBN: 978-0-412-45570-4, Springer US, 1993.

[Zanuttigh2016] Pietro Zanuttigh, Giulio Marin, Carlo Dal Mutto, Fabio Dominio, Ludovico Minto a Guido Maria Cortelazzo. *Time-of-Flight and Structured Light Depth Cameras: Technology and Applications*. ISBN: 978-3-319-30971-2, Springer, 2016.

## Houghova transformace

[DudaHart1972] R.O. Duda a P.E. Hart. *Use of the Hough transformation to detect lines and curves in pictures*. Communications of the ACM, 15(1):11–15, 1972.

[Ballard1981] D.H. Ballard. *Generalizing the Hough transform to detect arbitrary shapes*. Pattern Recognition, ISSN: 0031-3203, 13(2):111 - 122, 1981

1 2

3 4

5 6

7 8

9 10

11 12

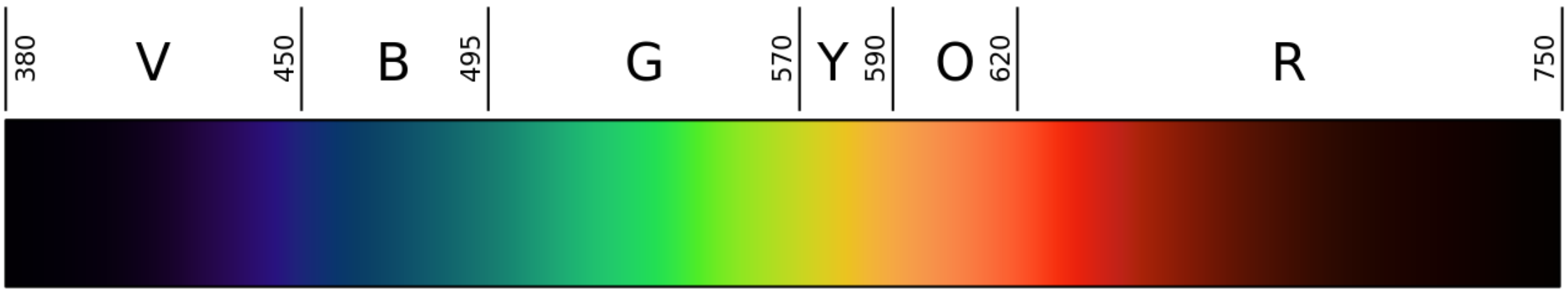
13 14

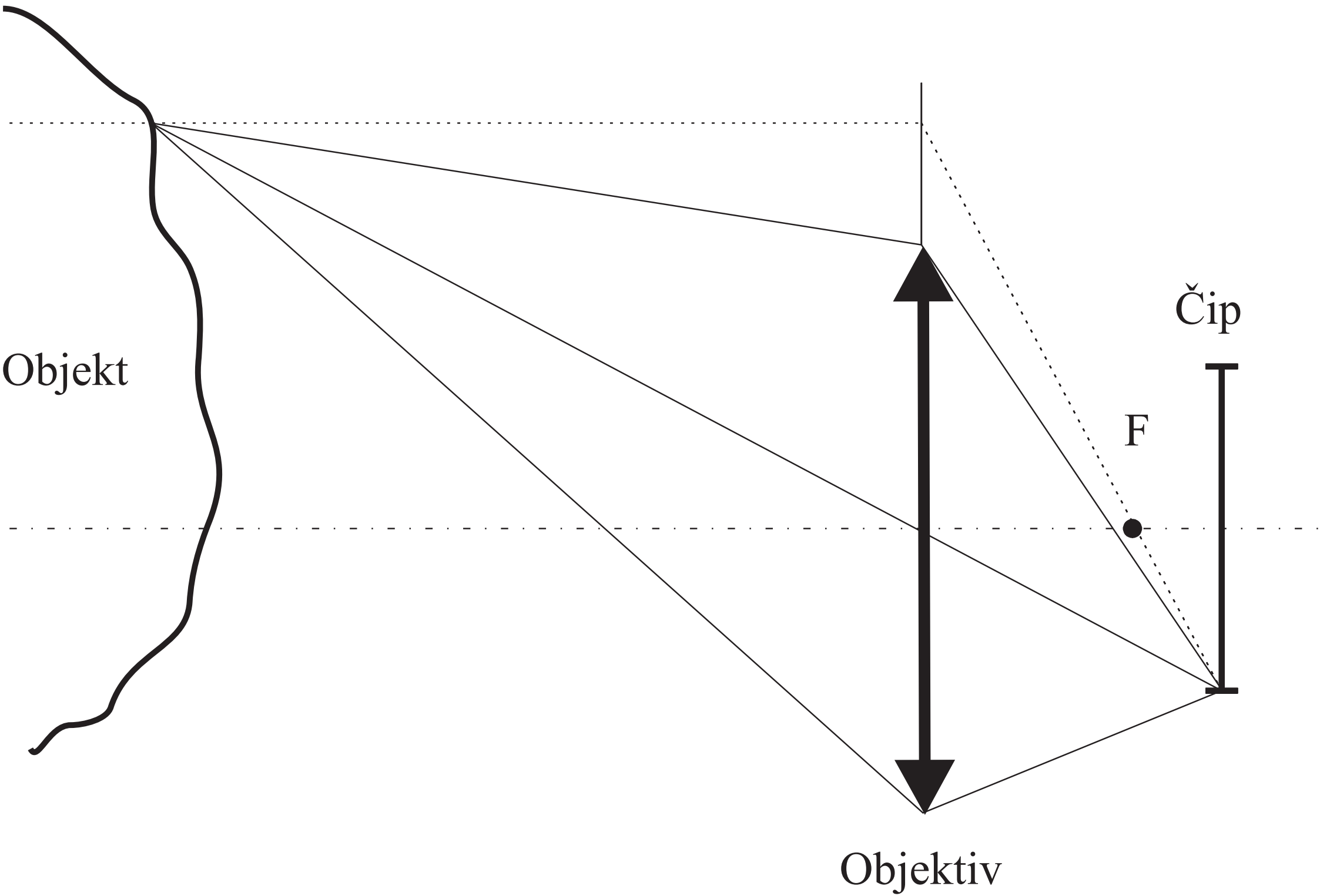
15 16

17 18

19 20

21 22





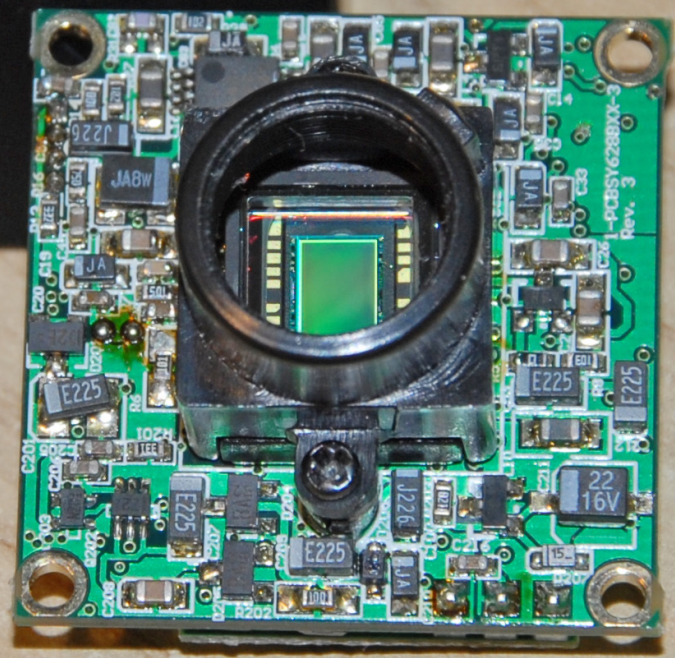
Objekt

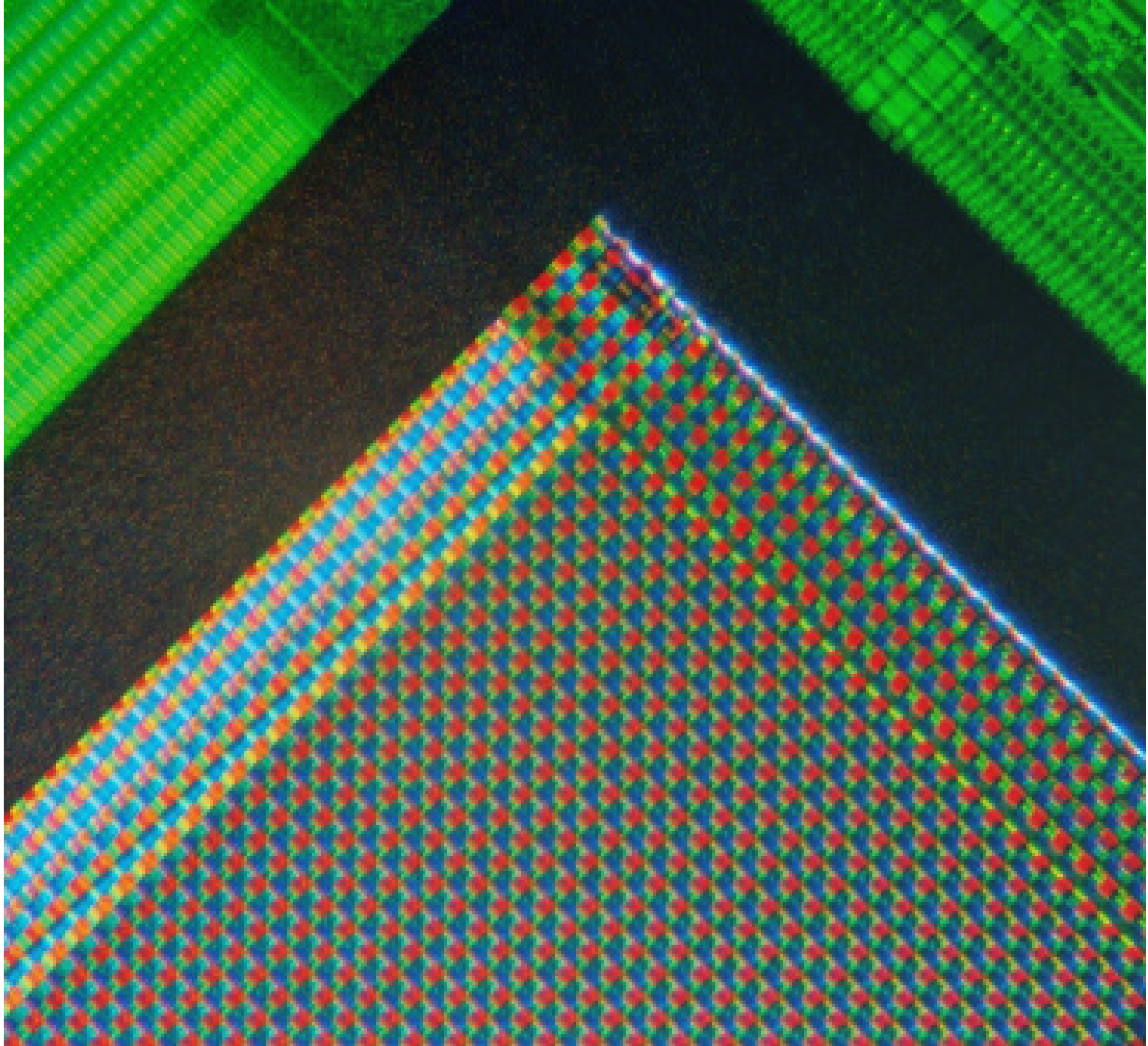
Čip

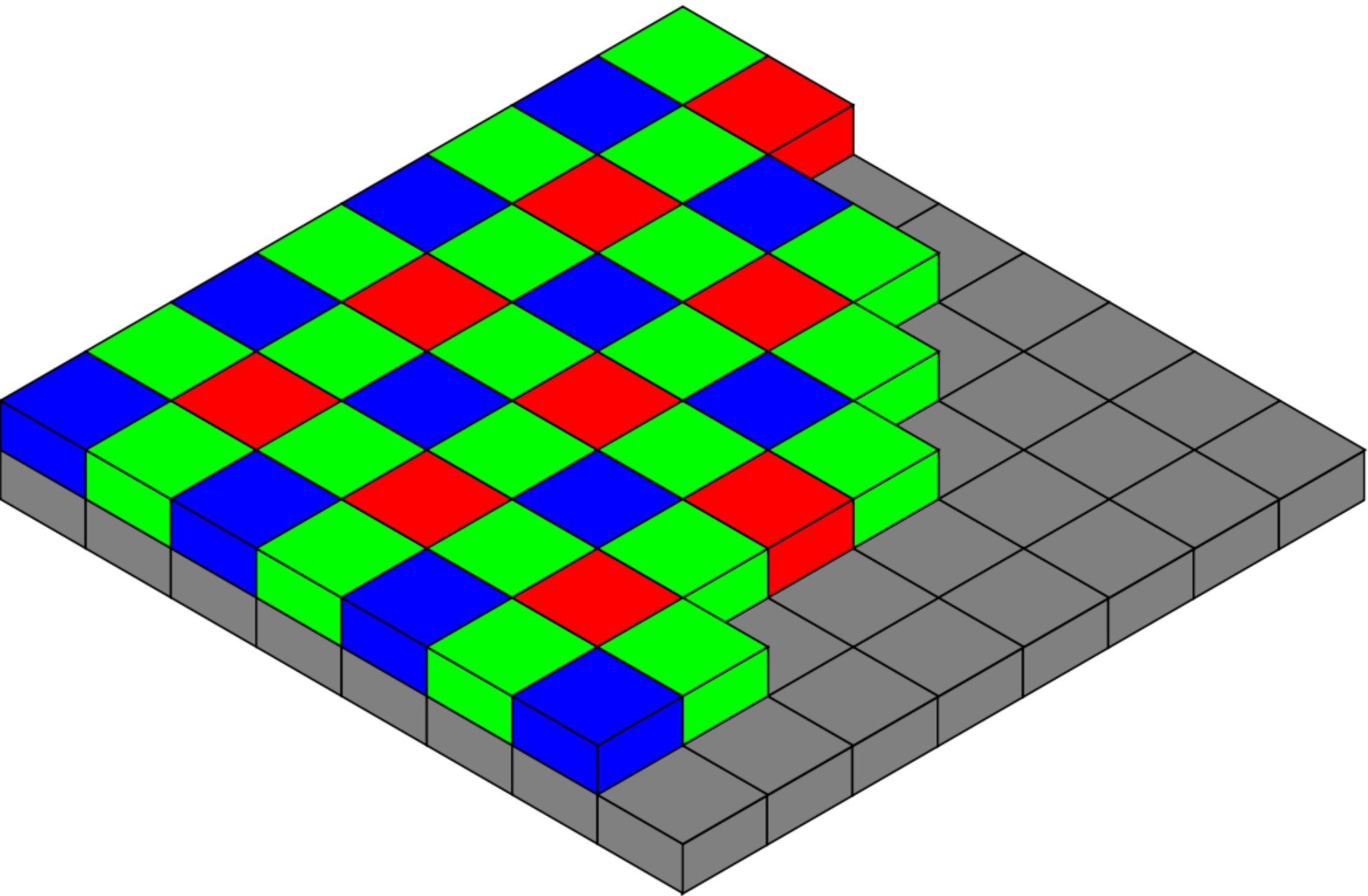
F

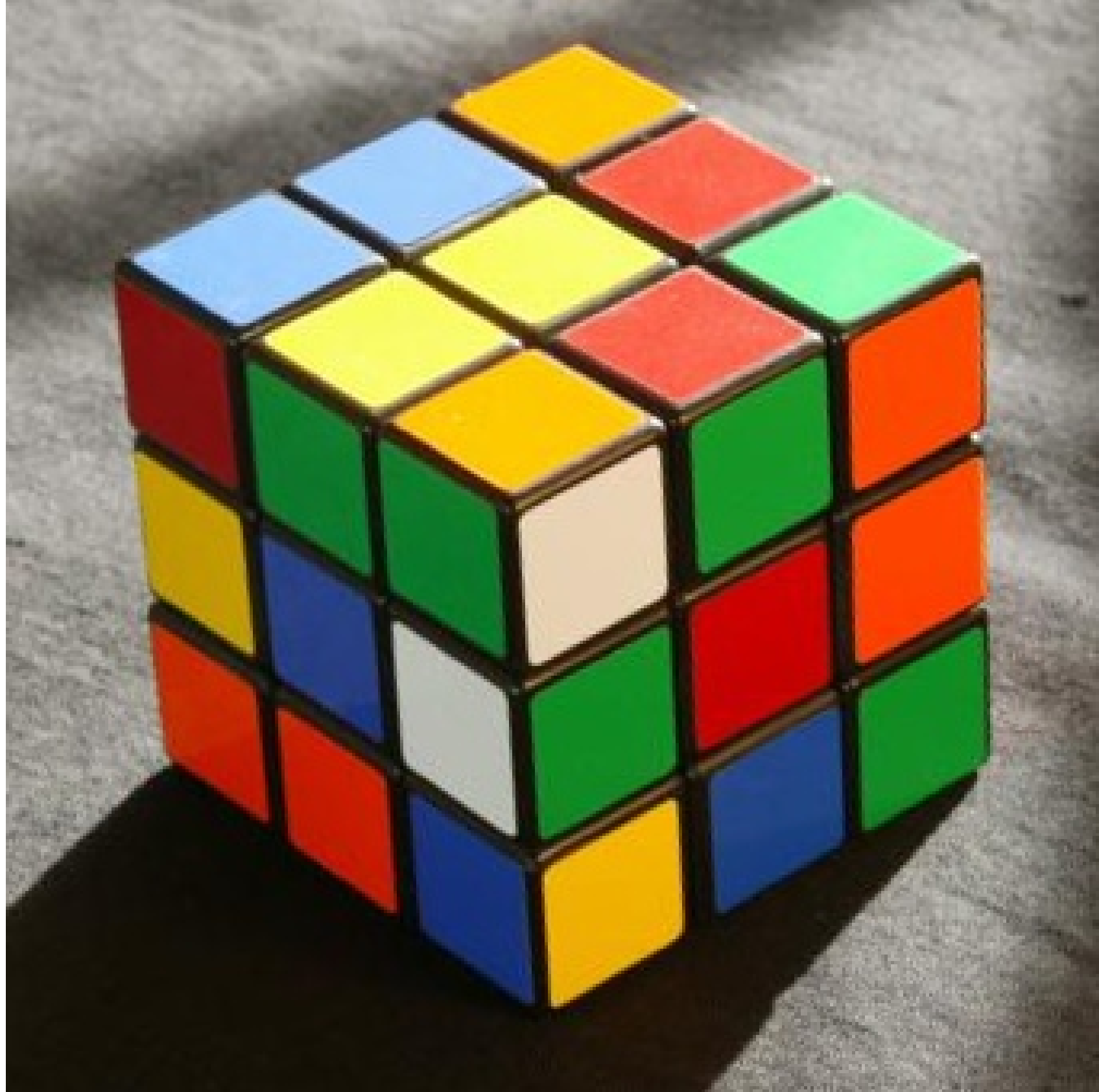
Objektiv



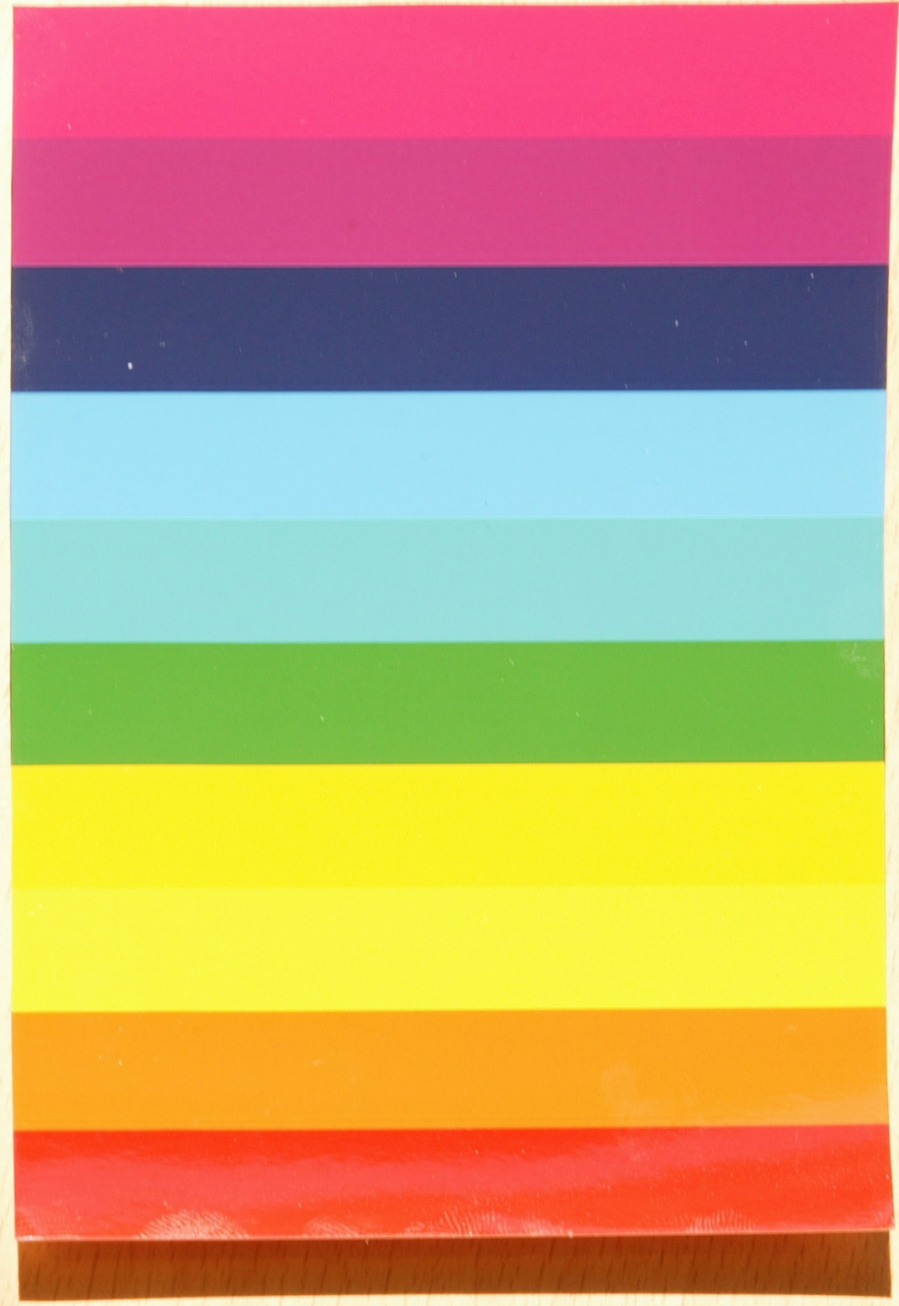












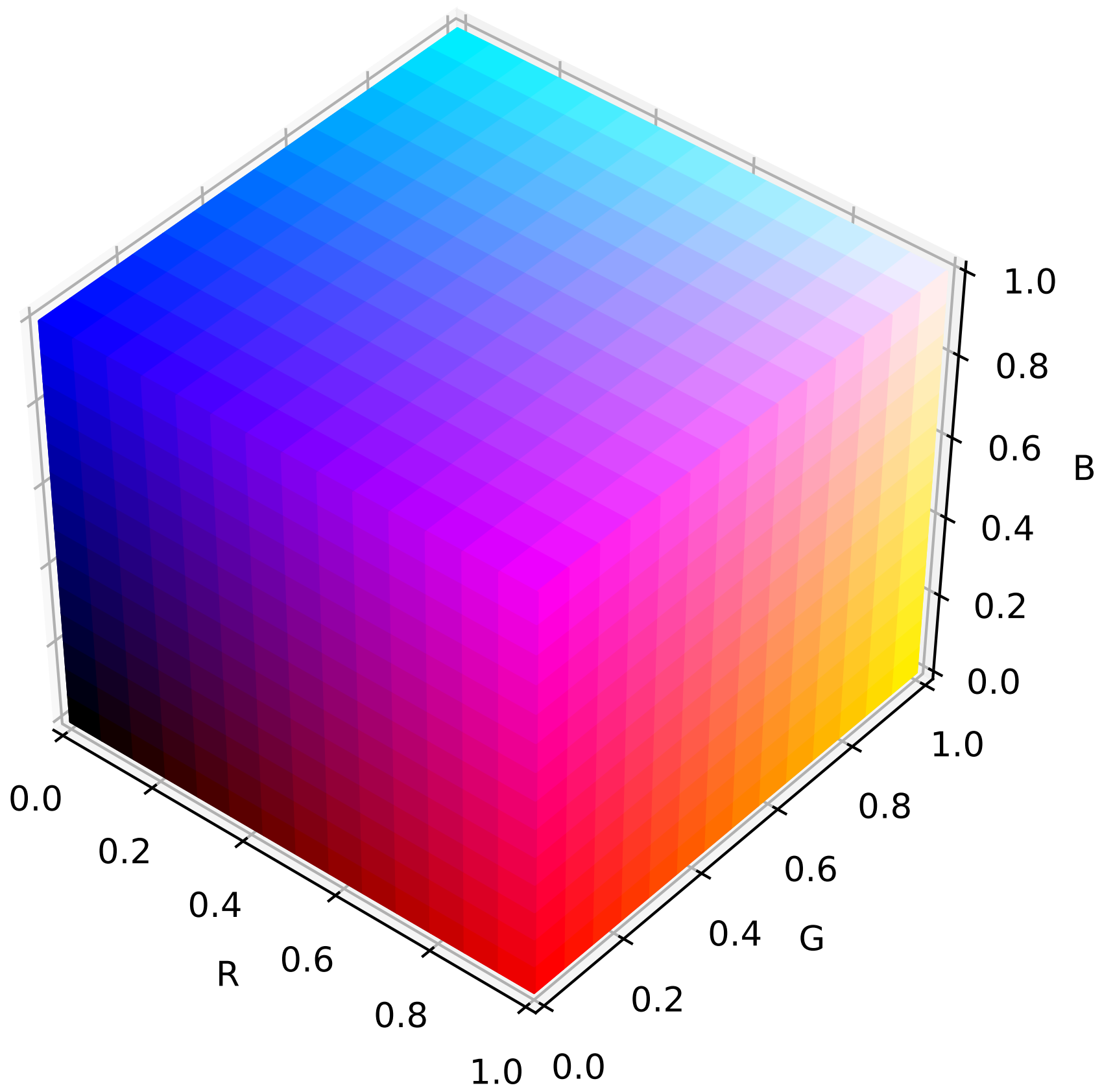


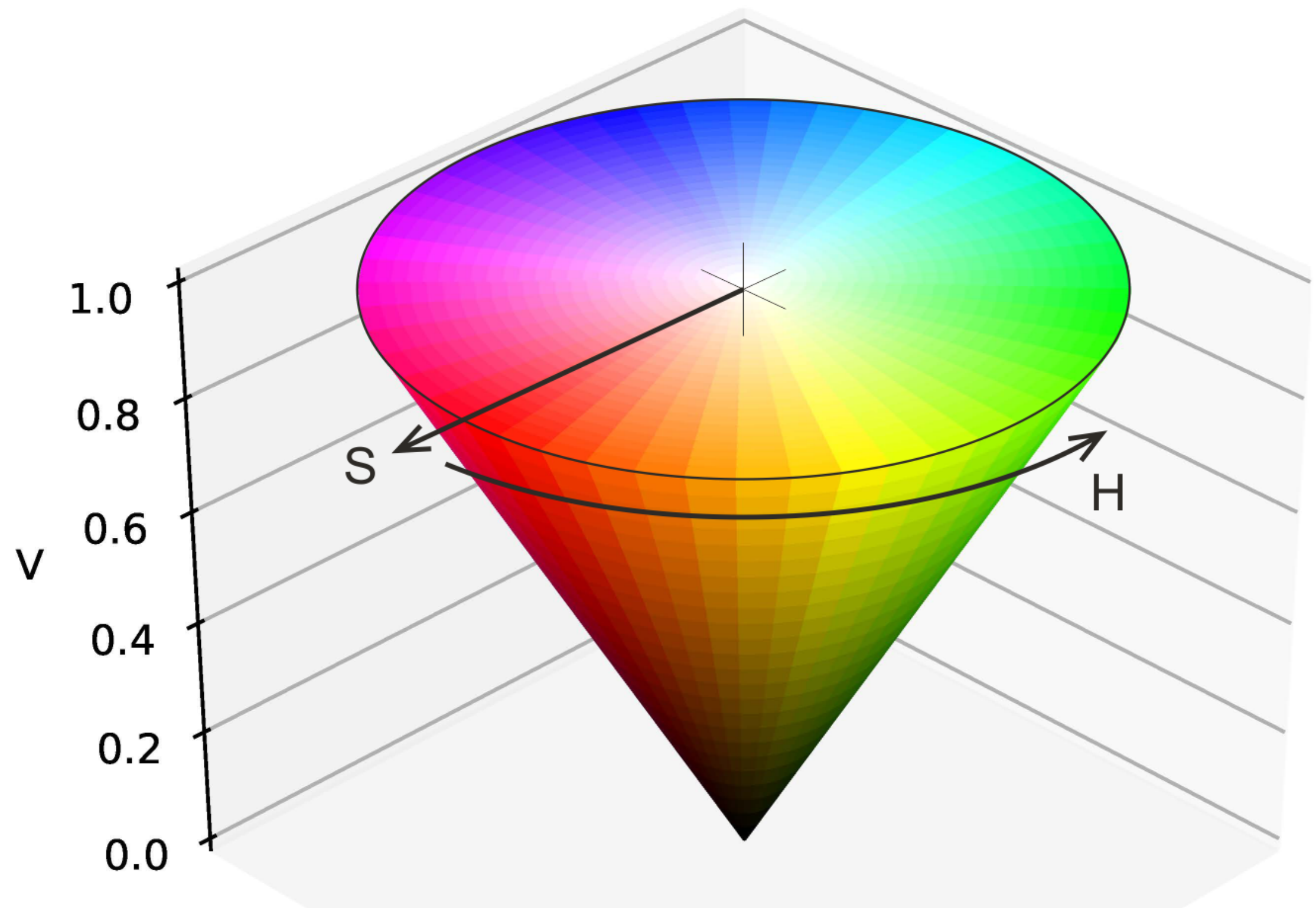




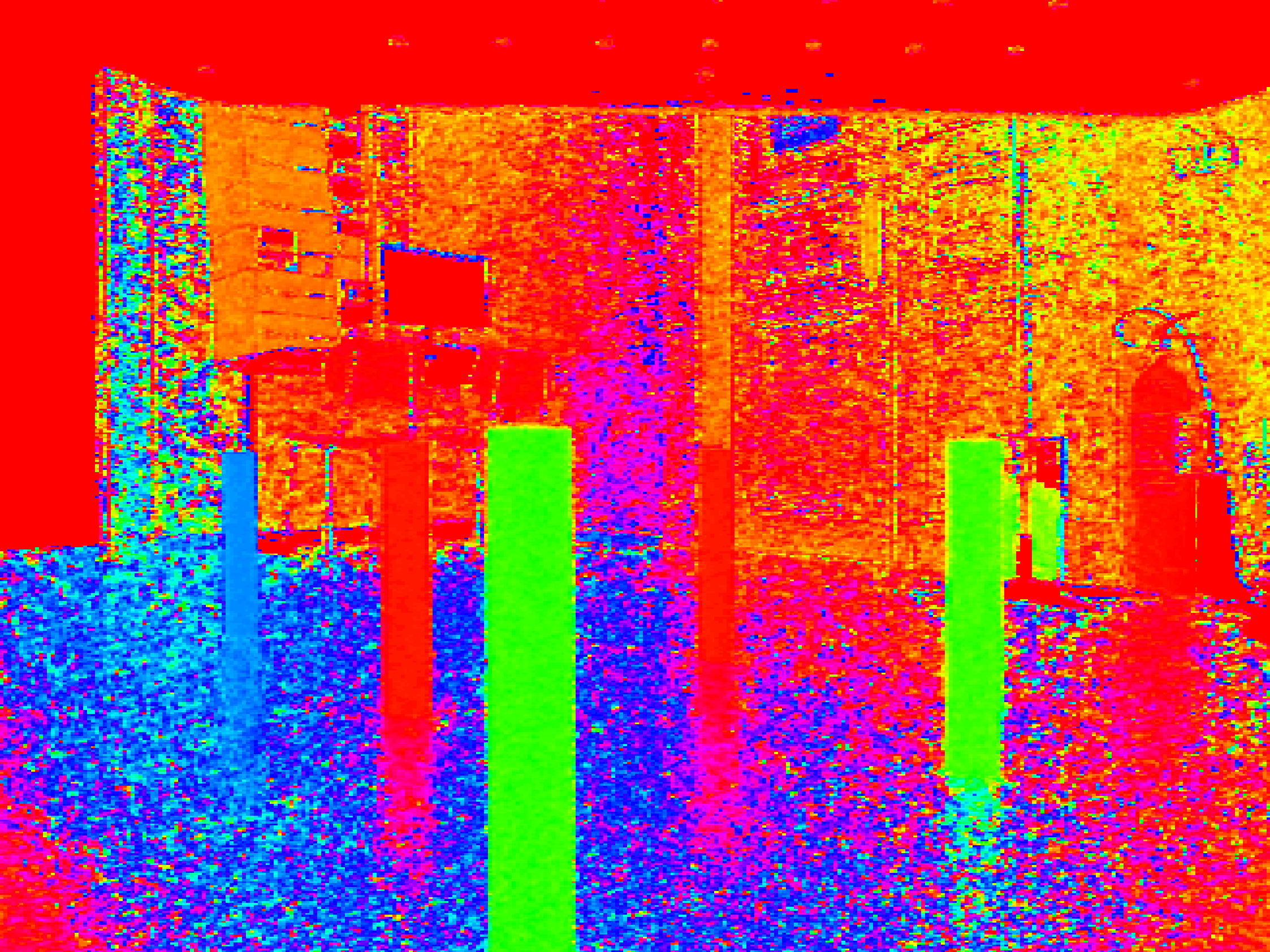
1

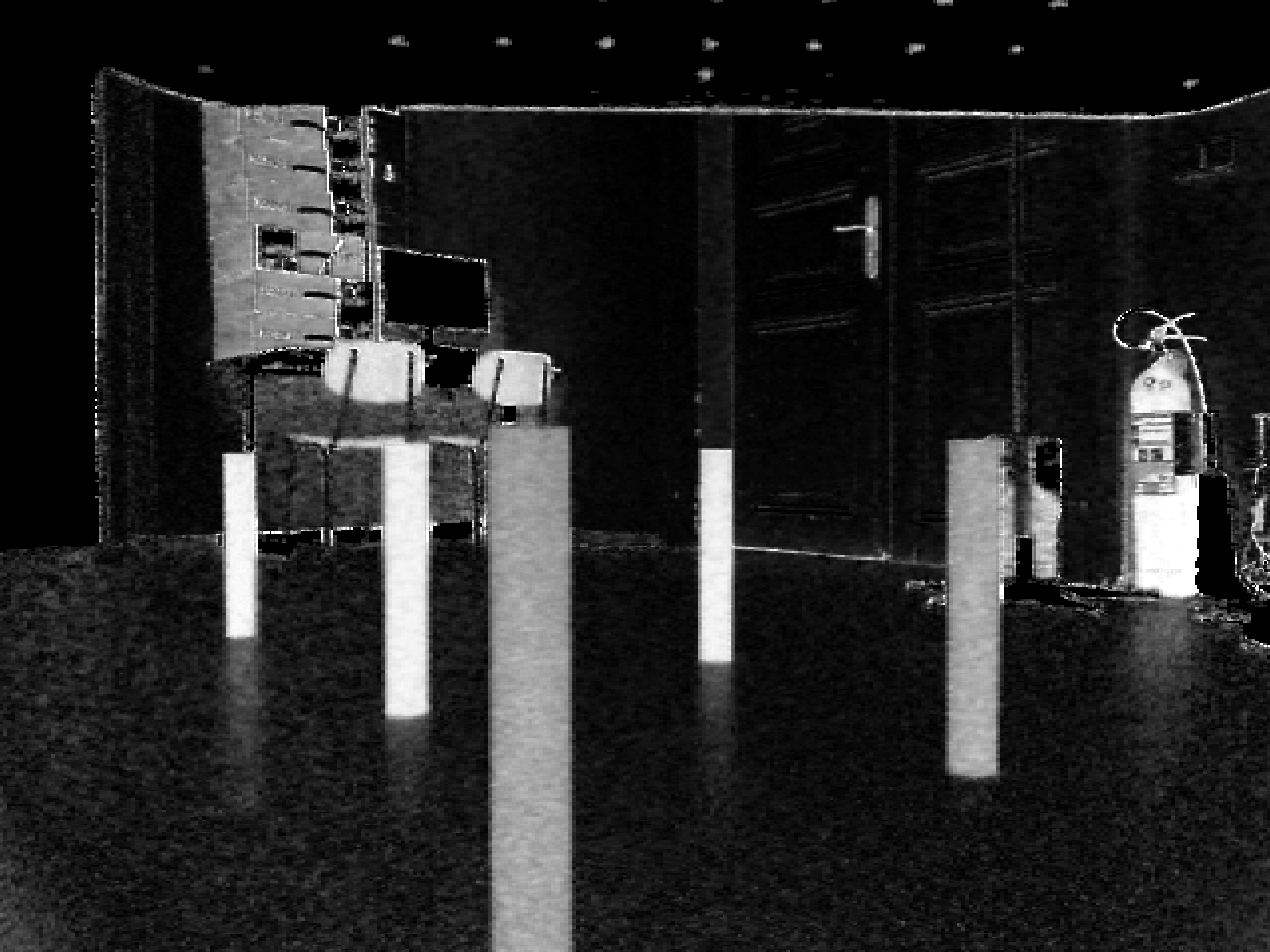
2



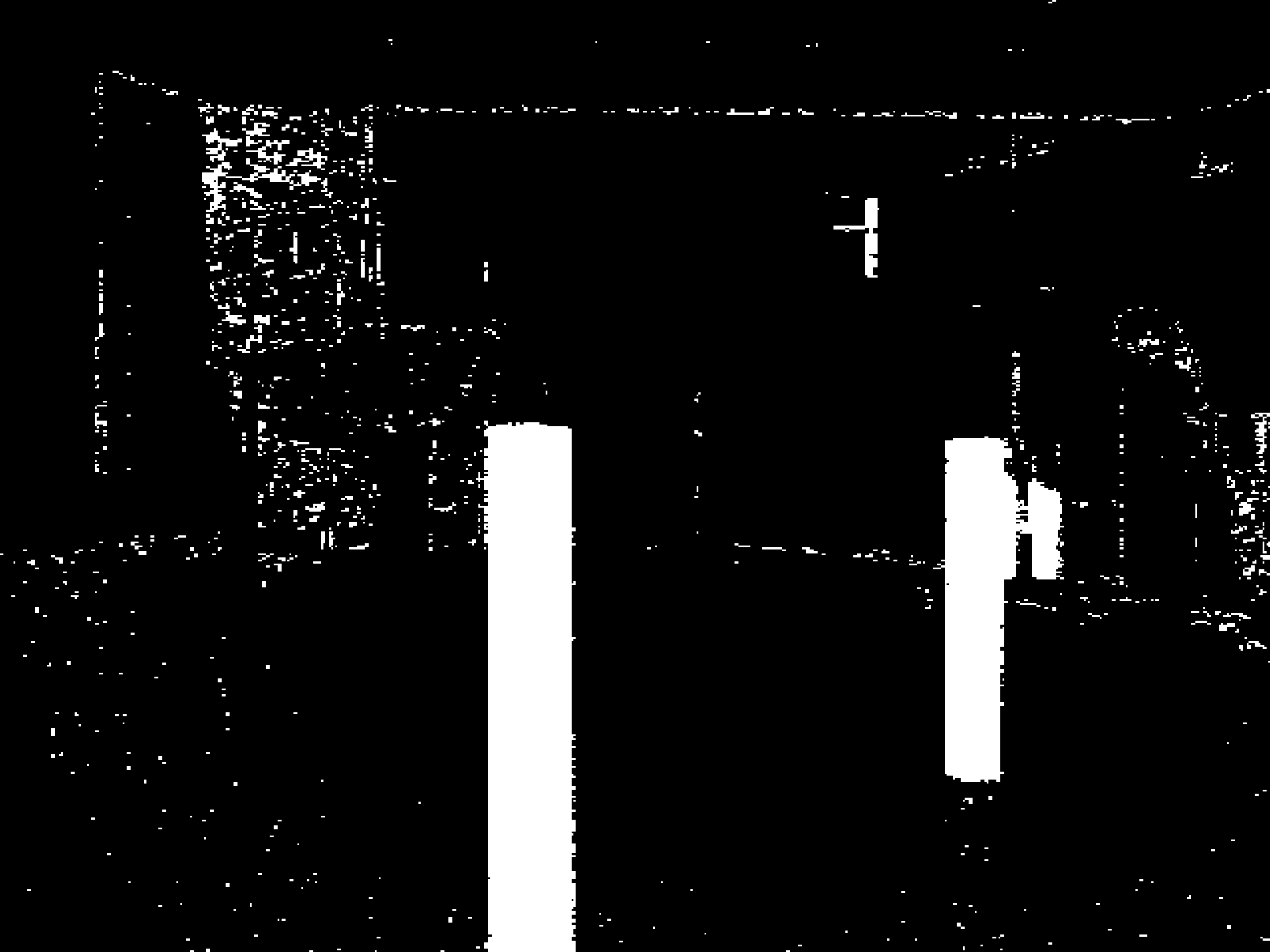














[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

1900

1900

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

1. **Introduction**  
2. **Background**  
3. **Methodology**  
4. **Results**  
5. **Discussion**  
6. **Conclusion**

1. **Introduction**

1. **Introduction**  
2. **Background**  
3. **Methodology**  
4. **Results**  
5. **Discussion**  
6. **Conclusion**

1. **Introduction**  
2. **Background**  
3. **Methodology**  
4. **Results**  
5. **Discussion**  
6. **Conclusion**

1. **Introduction**  
2. **Background**  
3. **Methodology**  
4. **Results**  
5. **Discussion**  
6. **Conclusion**

1. **Introduction**  
2. **Background**  
3. **Methodology**  
4. **Results**  
5. **Discussion**  
6. **Conclusion**

1. **Introduction**  
2. **Background**  
3. **Methodology**  
4. **Results**  
5. **Discussion**  
6. **Conclusion**

1. **Introduction**  
2. **Background**  
3. **Methodology**  
4. **Results**  
5. **Discussion**  
6. **Conclusion**

The first part of the document discusses the importance of maintaining accurate records of all transactions. It emphasizes that every entry, no matter how small, should be recorded to ensure the integrity of the financial statements. This includes not only sales and purchases but also expenses, income, and transfers between accounts.

The second part of the document provides a detailed breakdown of the company's assets and liabilities. It lists all fixed assets, such as property, plant, and equipment, and current assets, including cash, accounts receivable, and inventory. Similarly, it details all liabilities, both long-term and short-term, to provide a clear picture of the company's financial position.

The third part of the document focuses on the company's equity structure. It outlines the different classes of shares, the number of shares outstanding, and the total equity value. This section is crucial for understanding the ownership and financial strength of the company.

The fourth part of the document discusses the company's financial performance over the reporting period. It includes key metrics such as net income, operating profit, and cash flow, along with a comparison to the previous period to show trends and growth.

The fifth part of the document provides a summary of the company's financial position and a statement of management's responsibility for the accuracy of the financial statements. It also includes a section for the auditor's report, which provides an independent opinion on the financial statements.

The following table provides a summary of the company's financial performance over the reporting period.

Item	2023	2022
Revenue	1,200,000	1,100,000
Operating Expenses	(800,000)	(750,000)
Operating Profit	400,000	350,000
Net Income	350,000	300,000
Cash Flow	250,000	200,000

The following table provides a summary of the company's assets and liabilities.

Item	2023	2022
Cash	150,000	100,000
Accounts Receivable	300,000	250,000
Inventory	200,000	180,000
Property, Plant, and Equipment	500,000	450,000
Accounts Payable	(100,000)	(90,000)
Long-Term Debt	(150,000)	(160,000)
Equity	800,000	730,000