

PRO'2020 Test-03 Examples CZ

1. Zkonstruuje Groebnerovu bázi soustavy polynomů

$$\begin{aligned}xy + x - y - 1 &= 0 \\xz + x - z - 1 &= 0 \\xy - xz - y - z &= 0\end{aligned}$$

Kolik řešení soustava má?

2. Uvažujte lexikografické uspořádání $x >_{lex} y >_{lex} z$. Změňte následující rovnice, aby byly vůči zadanému uspořádání Groebnerovou bází.

$$\begin{aligned}xy + y + z^2 - 1 &= 0 \\x^2 z + xy - 1 &= 0\end{aligned}$$

Zdůvodněte.

3. Rozhodněte, které z následujících množin polynomů jsou Groebnerovými bázemi v uspořádání monómů $x >_{lex} y >_{lex} z$.

- (a) $xyz + 1, x + yz$
- (b) $xy + z^2, z^3 + 1$
- (c) $xyz + 1, xy + z^2, 1 - z^3$
- (d) 1
- (e) $x^3 + 1$
- (f) $f(x, y, z), 1$
- (g) $f(x, y), g(z)$

kde $f(x, y), g(z)$, a $f(x, y, z)$, jsou nějaké polynomy v proměnných uvedených v závorkách. Zdůvodněte.

4. Mějme osu pohybu procházející body $[0 \ 0 \ 1]^\top$ a $[1 \ 1 \ 1]^\top$. Najděte osu rotace příslušející matici rotace toho pohybu.

5. Mějte pohyb zadaný pomocí transformace souřadnic bodu X indukované pohybem souřadné soustavy

$$\vec{x}_\beta = \mathbf{R} \vec{x}'_\beta + \vec{o}'_\beta, \quad \mathbf{R} = \begin{bmatrix} 3/5 & -4/5 & 0 \\ 4/5 & 3/5 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \vec{o}'_\beta = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

- (a) Sestavte rovnici pro výpočet osy pohybu.
- (b) Vypočtete osu pohybu.
- (c) Najděte bod X , ve kterém osa pohybu protne rovinu xy .
- (d) Najděte bod Z kam se pohne bod Y zaměřený vektorem $\vec{y}_\beta = [0 \ 0 \ 1]^\top$.
- (e) Osu pohybu a body X, Y, Z zakreslete.

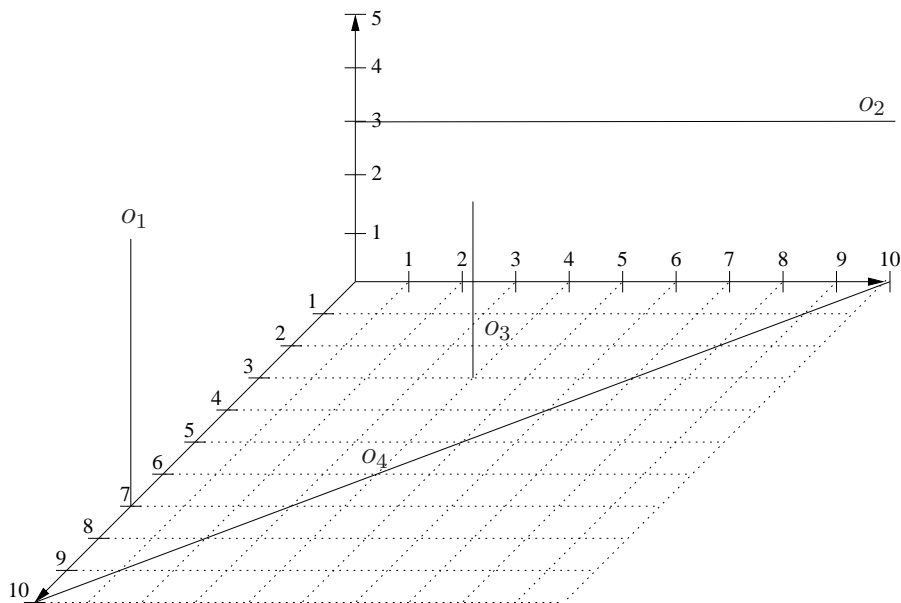
6. Mějme matici rotace

$$R = \frac{1}{245} \begin{bmatrix} 155 & -156 & 108 \\ 180 & 165 & -20 \\ -60 & 92 & 219 \end{bmatrix}$$

Najděte osu rotace a úhel rotace.

7. Mějme manipulátor se čtyřmi osami pohybu, jak ukazuje následující obrázek. Do obrázku

- (a) zakreslete souřadné soustavy těles podle Denavit-Hartenberg notace;
- (b) zakreslete všechny parametry i s jejich orientacemi, které jsou třeba k popisu manipulátoru v Denavit-Hartenberg notaci.



Use additional paper sheets if necessary.

PRO'2020 Test-03 Examples EN

1. Construct Groebner basis of the system of polynomials

$$\begin{aligned}xy + x - y - 1 &= 0 \\xz + x - z - 1 &= 0 \\xy - xz - y - z &= 0\end{aligned}$$

How many solutions does the system have?

2. Consider lexicographic ordering $x >_{lex} y >_{lex} z$. Change the following equations so they become a Groebner basis with respect to given ordering

$$\begin{aligned}xy + y + z^2 - 1 &= 0 \\x^2z + xy - 1 &= 0\end{aligned}$$

Justify.

3. Decide which from the following sets of polynomials are Groebner bases in monomial ordering $x >_{lex} y >_{lex} z$.

- (a) $xyz + 1, x + yz$
- (b) $xy + z^2, z^3 + 1$
- (c) $xyz + 1, xy + z^2, 1 - z^3$
- (d) 1
- (e) $x^3 + 1$
- (f) $f(x, y, z), 1$
- (g) $f(x, y), g(z)$

where $f(x, y), g(z),$ a $f(x, y, z)$, are some polynomials in the variables in brackets. Justify.

4. Let us have an axis passing through points $[0 \ 0 \ 1]^T$ and $[1 \ 1 \ 1]^T$. Find the axis of rotation belonging to the matrix of this motion.
5. Let us have a motion given by a coordinate transform of point X induced by motion of the coordinate system

$$\vec{x}_\beta = \mathbf{R} \vec{x}'_\beta + \vec{o}'_\beta, \quad \mathbf{R} = \begin{bmatrix} 3/5 & -4/5 & 0 \\ 4/5 & 3/5 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \vec{o}'_\beta = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

- (a) Assemble an equation for calculating the axis of motion.
- (b) Calculate the axis of motion.
- (c) Find point X in which the axis of motion meets the plane xy .
- (d) Find point Z where the point Y described by vector $\vec{y}_\beta = [0 \ 0 \ 1]^T$ moves under given motion.
- (e) Draw the axis of motion and the points X, Y, Z .

6. Let us have a rotation matrix

$$R = \frac{1}{245} \begin{bmatrix} 155 & -156 & 108 \\ 180 & 165 & -20 \\ -60 & 92 & 219 \end{bmatrix}$$

find the axis of rotation and the angle of rotation.

7. Let us have a manipulator with four axes of motion as in the picture below. On the picture

- (a) draw coordinate systems of bodies according to the Denavit-Hartenberg notation
- (b) draw all parameters that are needed to describe the manipulator using Denavit-Hartenberg notation along with their orientations.

