
X39RSO/A4M39RSO

Radiozitivní metoda pro výpočet globálního osvětlení

Vlastimil Havran

ČVUT v Praze – CTU Prague

Verze 2011

Úvod do radiozity

- Klasická radiozita = metoda konečných prvků
- Předpoklady
 - Difúzní plochy
 - Konstantní radiozita přes plochy při výpočtu
- Výhody
 - pohledově nezávislé řešení – pro předpočítání
 - v jednoduchých scénách rychlý výpočet
- Nevýhody
 - pouze difúzní plochy
 - chyby (diskontinuity) kvůli konečným elementům

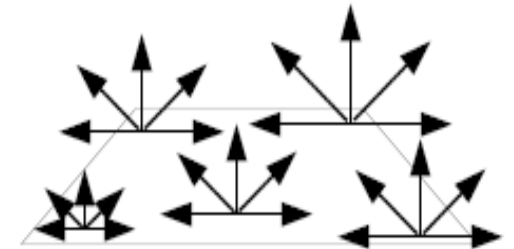
Příklad



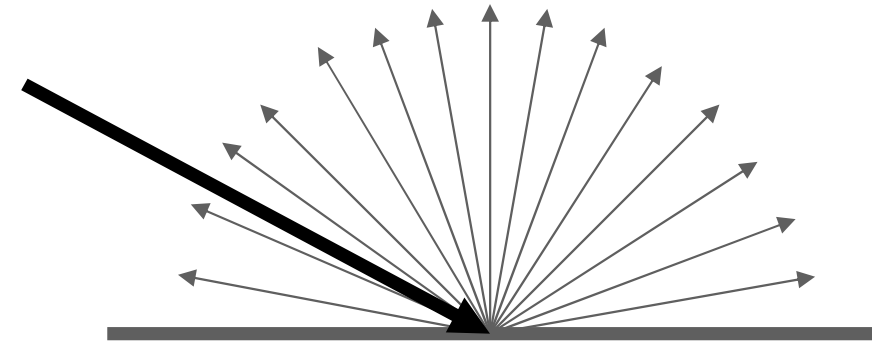
From Cohen, Chen, Wallace and Greenberg 1988

Předpoklad č. 1: Difúzní záření a odrazy

- Radiance nezávislá na směru
- Difúzní zářič
 - stejná vyzářená radiance v každém směru
- Odraz na difúzní ploše



$$L_o(\mathbf{x}) = B(\mathbf{x}) / \pi = E(\mathbf{x}) * \rho_d(\mathbf{x}) / \pi$$



- Pohledově nezávislé řešení

Předpoklad č. 2:

Konstantní radiance na ploškách

- Radiozitivní řešení je po částech konstantní aproximací
- Rozdělení scény na elementy - meshing

Intenzita vyzařování – B [$W.m^{-2}$]

- A.k.a.: **Radiozita**
- Anglický název: Radiant exitance, **radiosity**
- Značka: B , M
- Jednotka: Watt na metr čtvereční – $W.m^{-2}$
- Definice:

$$B(\mathbf{x}) = \frac{d\Phi(\mathbf{x})}{dA} \quad [W.m^{-2}]$$
- Význam:
 - Kolik fotonů na jednotkovou plochu je vyzářeno z daného místa (za jednotku času).
 - Jako irradiance, avšak místo dopadnutého světla nás zajímá světlo vyzářené.
 - Vyzářené světlo může být emitováno z plošky (pokud jde o světelný zdroj) nebo odraženo – to radiozita nerozlišuje.
- Fotometrická veličina:
 - Luminosity, jednotka Lux = lumen.m⁻²

Od zobrazovací rovnice k radiozitě

- Formulace ZR pomocí integrálu přes plochy:

$$L(\mathbf{x}, \omega_o) = L_e(\mathbf{x}, \omega_o) + \int_S L(\mathbf{y}, \mathbf{y} \rightarrow \mathbf{x}) f_r(\mathbf{y} \rightarrow \mathbf{x}, \mathbf{x}, \omega_o) G(\mathbf{x}, \mathbf{y}) V(\mathbf{x}, \mathbf{y}) dA$$

- Radiozita – pouze difúzní plochy

- BRDF konstantní v ω_i a ω_o

$$L(\mathbf{x}, \omega_o) = L_e(\mathbf{x}, \omega_o) + \frac{\rho(\mathbf{x})}{\pi} \int_S L(\mathbf{y}, \mathbf{y} \rightarrow \mathbf{x}) G(\mathbf{x}, \mathbf{y}) V(\mathbf{x}, \mathbf{y}) dA$$

- Odchozí radiance je nezávislá na ω a je rovna radiozitě B děleno π

$$B(\mathbf{x}) = B_e(\mathbf{x}) + \rho(\mathbf{x}) \int_S B(\mathbf{y}) \underbrace{\frac{G(\mathbf{x}, \mathbf{y}) V(\mathbf{x}, \mathbf{y})}{\pi}}_{G'(\mathbf{x}, \mathbf{y})} dA$$

$$G(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \frac{\cos \theta_x \cos \theta_y}{\|\mathbf{x} - \mathbf{y}\|^2}$$

$G'(\mathbf{x}, \mathbf{y})$

Radiozita s konstantními konečnými elementy

- Konstantní radiozita přispívajících plošných elementů

$$B(\mathbf{x}) = B_e(\mathbf{x}) + \rho(\mathbf{x}) \sum_{j=1}^N B_j \int_{A_j} G'(\mathbf{x}, \mathbf{y}) dA_j$$

- Průměrná (konstantní) radiozita elementu i :
 - Střední hodnota radiozity přes plochu elementu

$$\begin{aligned} B_i &= \frac{1}{A_i} \int_{A_i} B(\mathbf{x}) dA_i = \\ &= B_{e,i} + \rho_i \sum_{j=1}^N B_j \underbrace{\frac{1}{A_i} \int_{A_i} \int_{A_j} G'(\mathbf{x}, \mathbf{y}) dA_j}_{F_{ij}} \end{aligned}$$

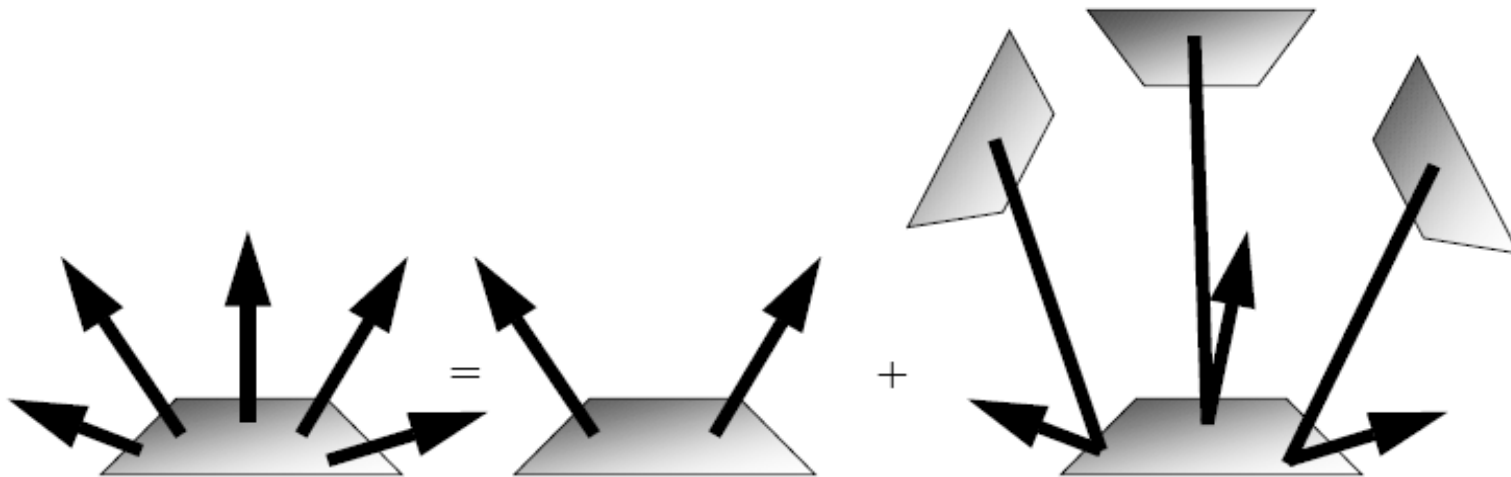
F_{ij} ... form faktor

Radiozita s konstantními konečnými elementy

- Klasická radiozitní rovnice

$$B_i = B_{e,i} + \rho_i \sum_{j=1}^N B_j F_{ij}$$

vyzářená radiozita = vlastní záření + odražená od ostatních elementů



Kavita Bařa

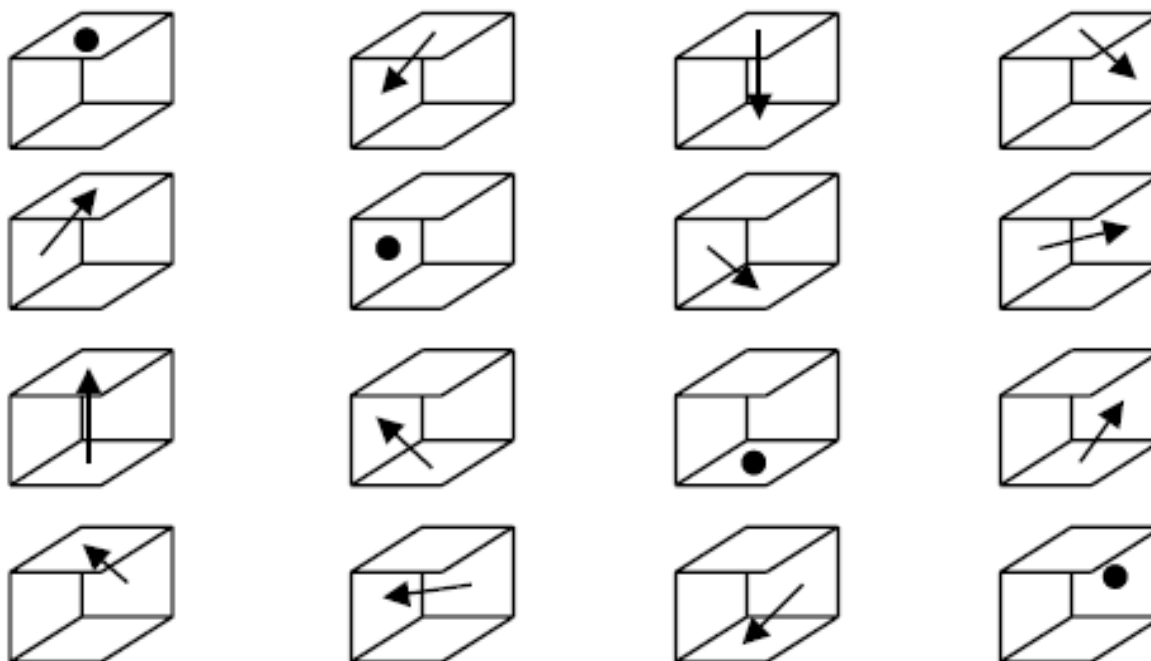
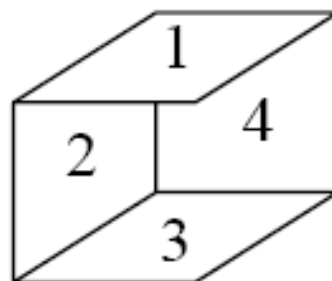
Radiozitivní rovnice

$$B_i = B_{e,i} + \rho_i \sum_{j=1}^N B_j F_{ij}$$

- Lineární systém – N rovnic o N neznámých (radiozitách)
 - B_i ... radiozita elementu i (neznámá)
 - $B_{e,i}$... vlastní emise elementu i (známá)
 - ρ_i ... odrazivost elementu i (známá)
 - F_{ij} ... form faktory (nutno spočítat předem, pro řešení lineárního systému již známé)

$$\begin{bmatrix} 1 - \rho_1 F_{1 \rightarrow 1} & -\rho_1 F_{1 \rightarrow 2} & \dots & -\rho_1 F_{1 \rightarrow n} \\ -\rho_2 F_{2 \rightarrow 1} & 1 - \rho_2 F_{2 \rightarrow 2} & \dots & -\rho_2 F_{2 \rightarrow n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ -\rho_n F_{n \rightarrow 1} & -\rho_n F_{n \rightarrow 2} & \dots & 1 - \rho_n F_{n \rightarrow n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \\ \dots \\ B_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{e,1} \\ B_{e,2} \\ \dots \\ B_{e,n} \end{bmatrix}$$

Radiozitivní rovnice jako lineární systém



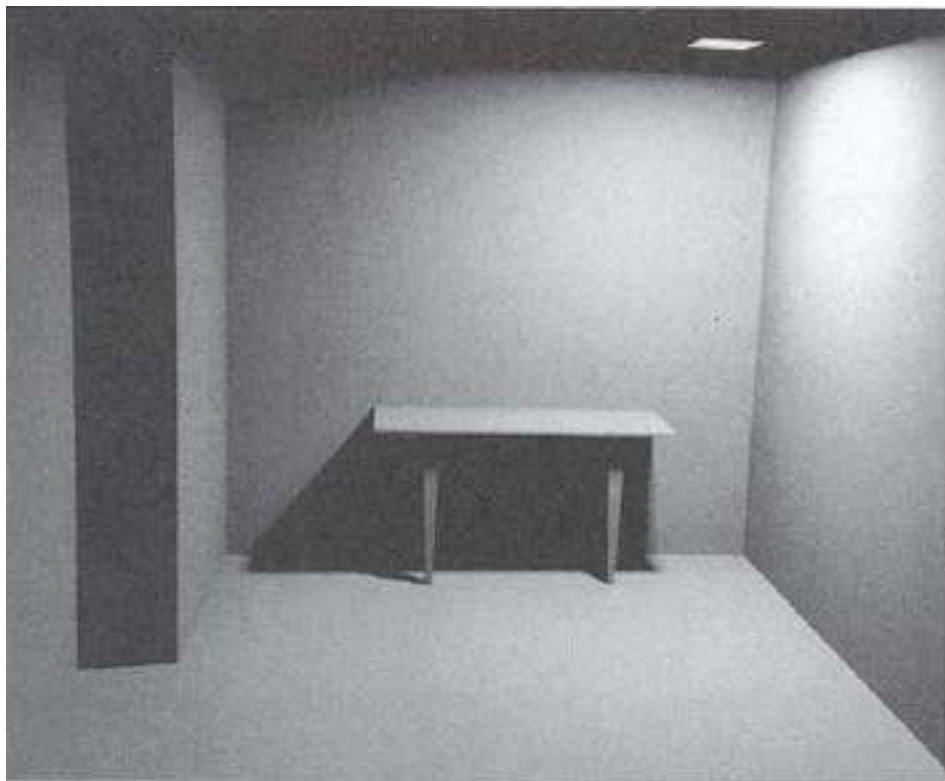
Klasická radiozitivní metoda

1. Rozděl scénu na elementy
2. Vypočítej form faktory F_{ij}
3. Vyřeš lineární systém
 - Pro každý element spočítej konstantní radiozitu
4. Vyber pohled – zobraz
5. Vyber pohled – zobraz
6. Vyber pohled – zobraz
7. ...

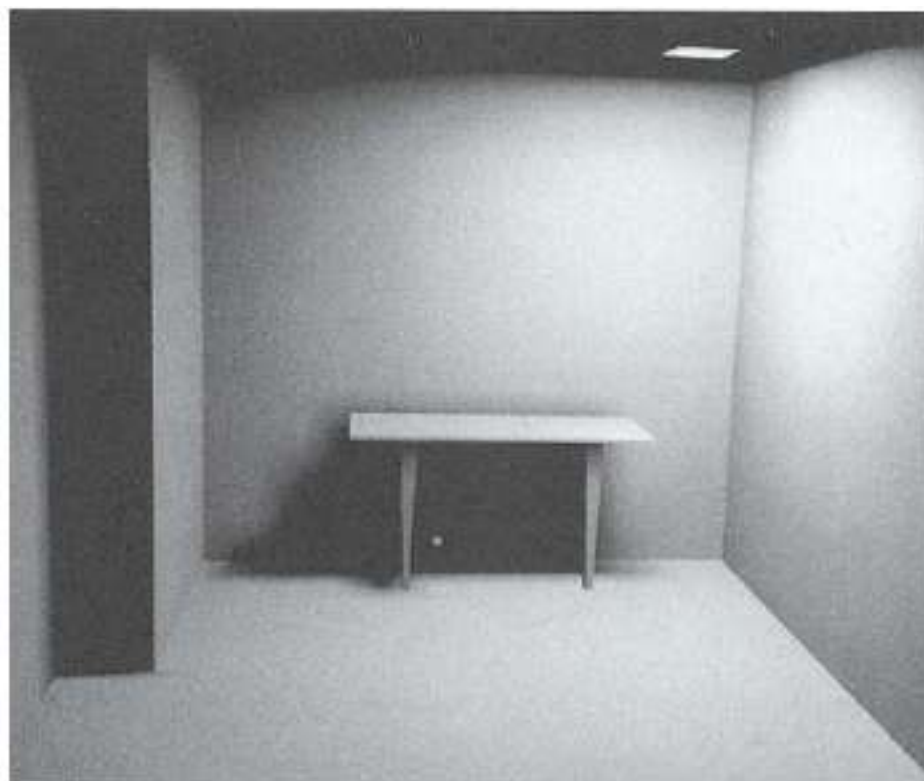
Klasická radiozitivní metoda

1. Rozděl scénu na elementy
2. Vypočítej form faktory F_{ij}
3. Vyřeš lineární systém
 - Pro každý element spočítej konstantní radiozitu
4. Vyber pohled – zobraz
5. Vyber pohled – zobraz
6. Vyber pohled – zobraz
7. ...

Dělení na elementy – Meshing



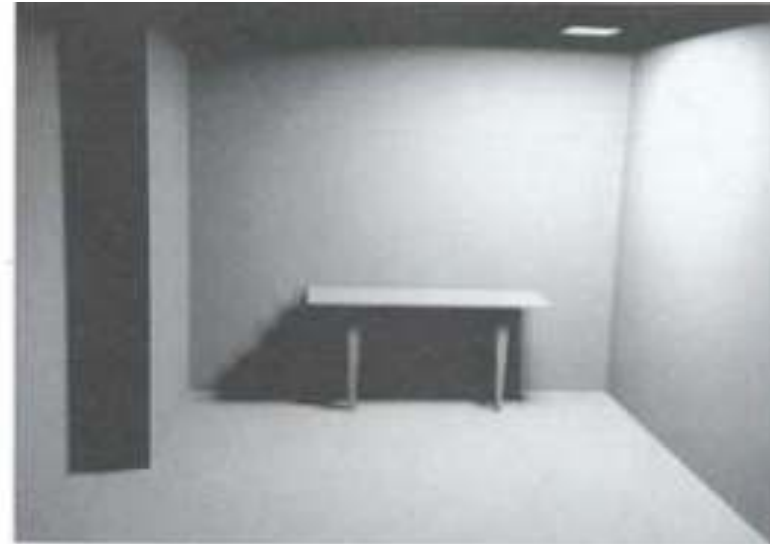
Referenční řešení



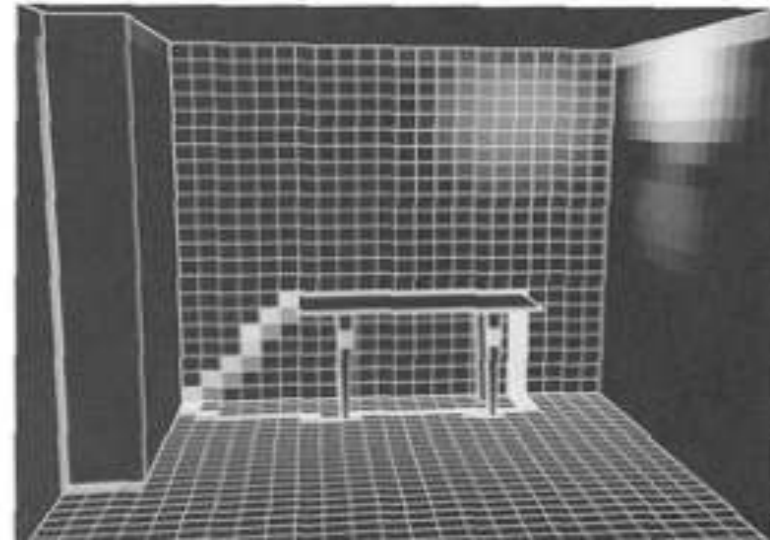
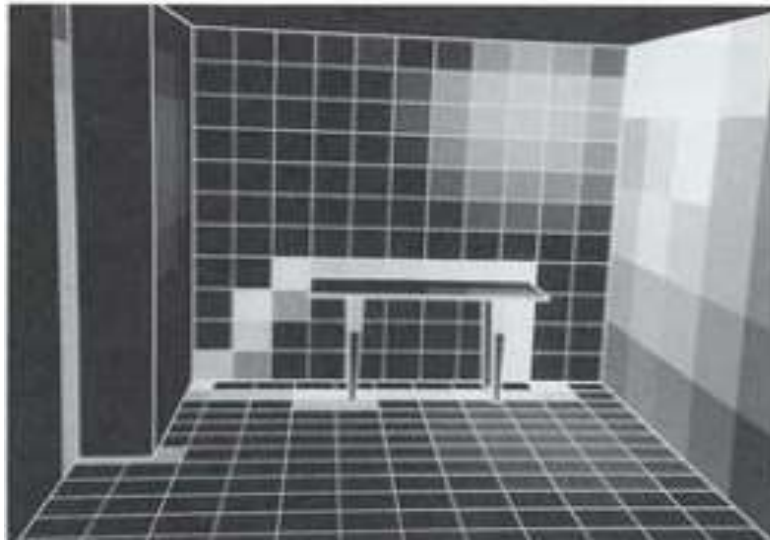
Uniformní dělení

Uniformní rozdělení

řešení

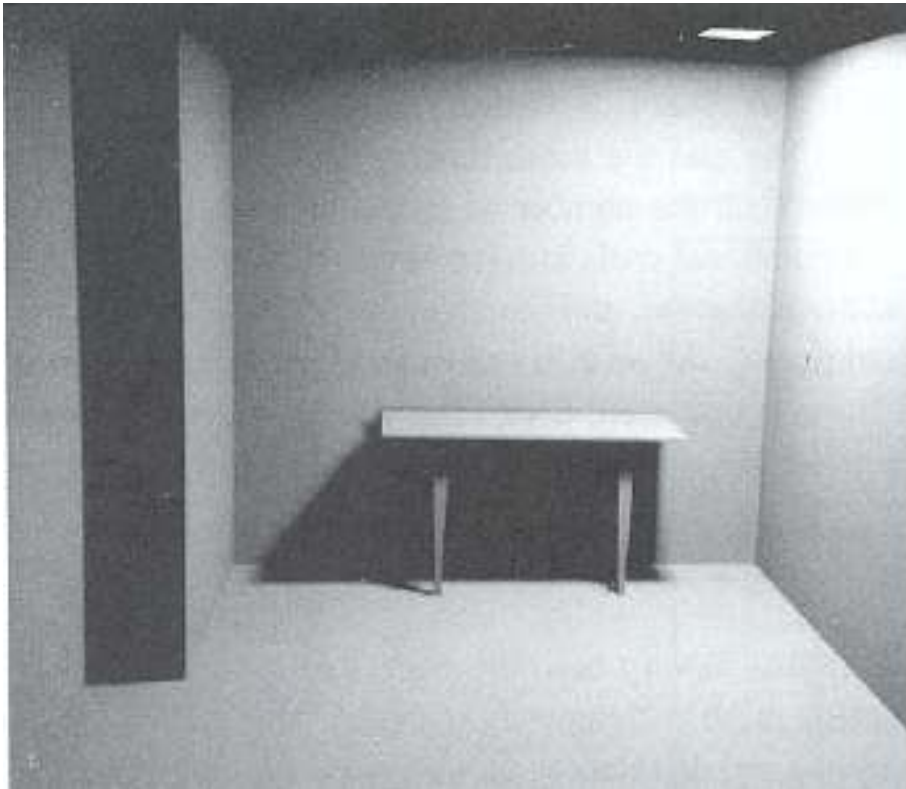


chyba řešení

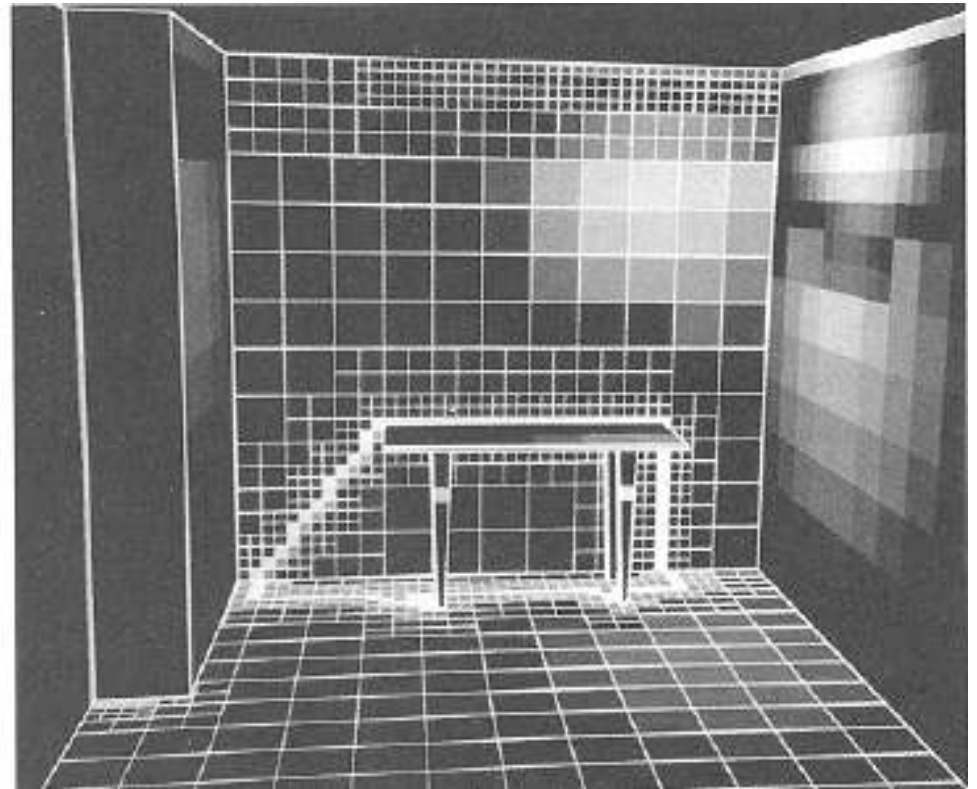


2x jemnější - 16x výpočet

Adaptivní dělení



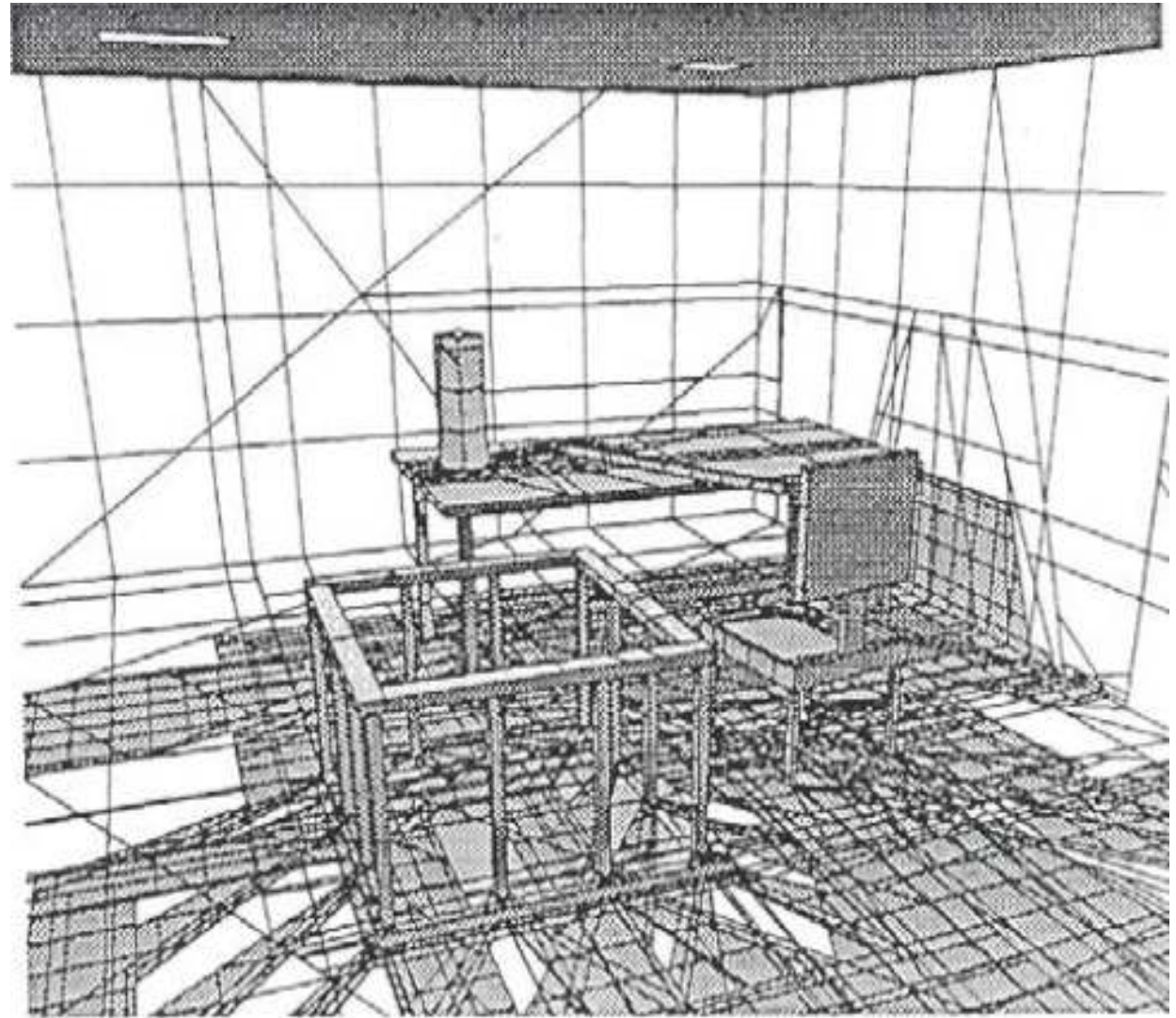
řešení



chyba řešení

Discontinuity meshing

- Dělení podél diskontinuit osvětlení



From Campbell et al.

Discontinuity meshing



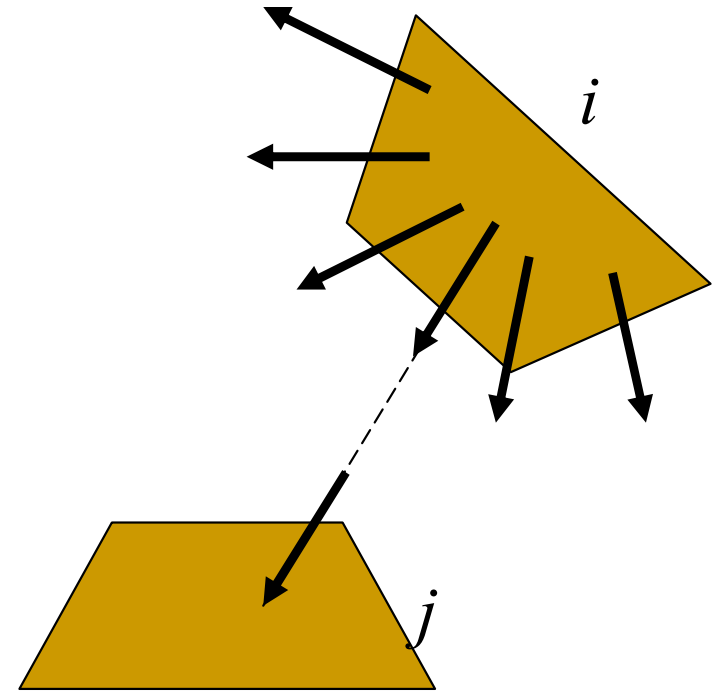
From Lischinski, Tampieri, Greenberg 1992

Klasická radiozitivní metoda

1. Rozděl scénu na elementy
2. Vypočítej form faktory F_{ij}
3. Vyřeš lineární systém
 - Pro každý element spočítej konstantní radiozitu
4. Vyber pohled – zobraz
5. Vyber pohled – zobraz
6. Vyber pohled – zobraz
7. ...

Form faktor

- F_{ij} = část energie vyzářená z i dopadající na j
- Závisí na
 - Velikosti j
 - Orientaci
 - Vzdálenosti



- Definice

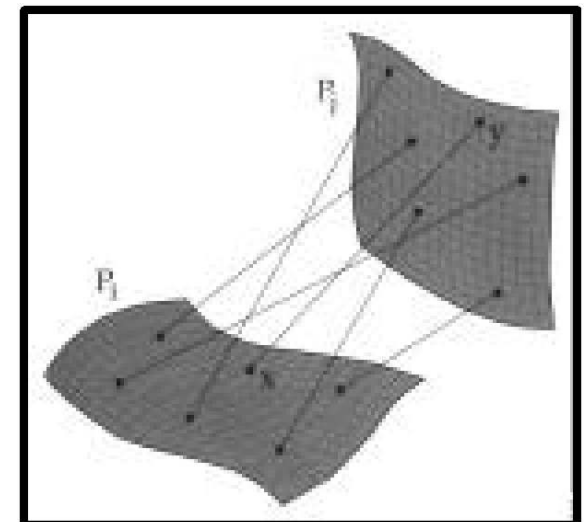
$$F_{ij} = \frac{1}{A_i} \int_{A_i} \int_{A_j} \frac{\cos \theta_x \cos \theta_y}{\pi r^2} V(\mathbf{x}, \mathbf{y}) dA_j dA_i$$

- Platí $A_i F_{ij} = A_j F_{ji}$

$$\sum_j F_{ij} = 1$$

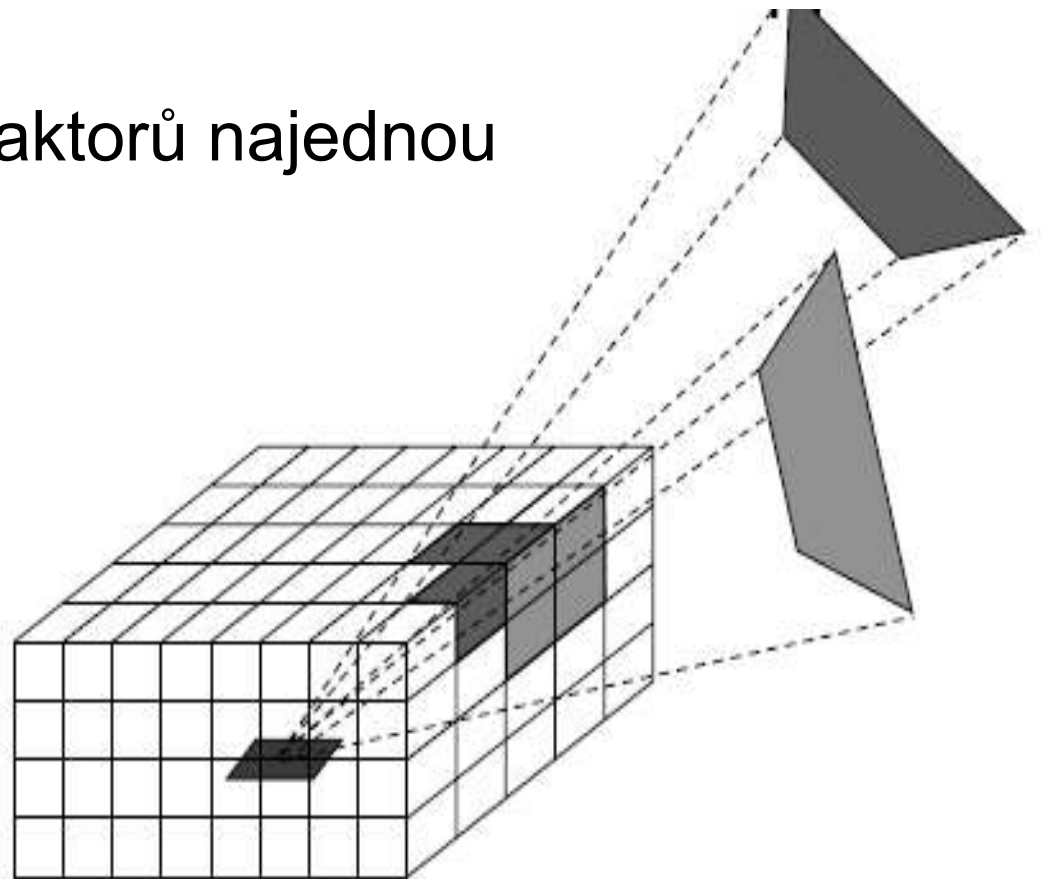
Výpočet form faktorů – Monte Carlo

```
for (k = 1; k<N; k++) {  
  Vyber náhodný bod  $\mathbf{x}_k$  na  $A_i$  a bod  $\mathbf{y}_k$  na  $A_j$   
  // vržení stínového paprsku  
  Spočti viditelnost  $V(\mathbf{x}_k, \mathbf{y}_k)$   
  if ( $V(\mathbf{x}_k, \mathbf{y}_k) == 1$ )  
     $\mathbf{F}_{ij} += A_i A_j \cos \alpha_x \cos \alpha_y / \pi r^2$   
    // násobení  $A_i A_j$  je dělení hustotou p-nosti  
  }  
 $\mathbf{F}_{ij} /= N * A_i$ 
```



Výpočet form faktorů – Hemicube

- Použij hardware pro rasterizaci elementů
- Každý pixel odpovídá diferenciálnímu form faktoru
- Sečti přes pixely v hemicube
- Vypočte celý řádek form faktorů najednou
- Nevýhoda – aliasing
 - malé polygony – $F_{ij} = 0$



Výpočet form faktorů

- Časově i paměťově náročné – $O(N^2)$
- Testování viditelnosti nejdražší (viz předmět DPG)

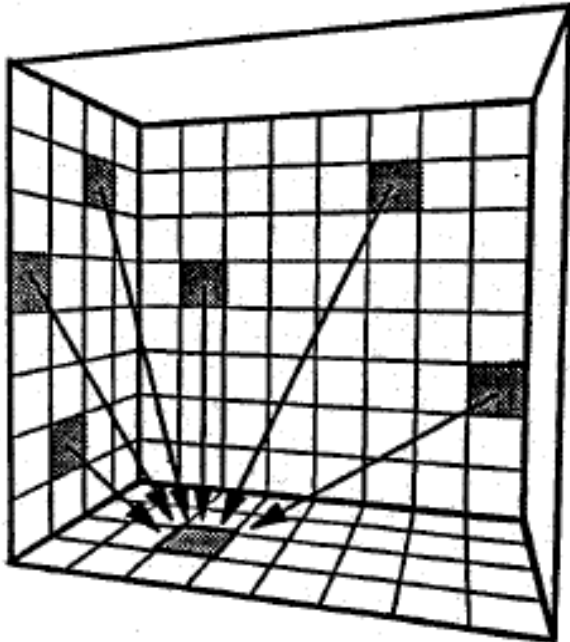
Klasická radiozitivní metoda

1. Rozděl scénu na elementy
2. Vypočítej form faktory F_{ij}
3. Spočítej řešení lineárního systému
 - Pro každý element spočítej konstantní radiozitu
4. Vyber pohled – zobraz
5. Vyber pohled – zobraz
6. Vyber pohled – zobraz
7. ...

Řešení lineárního systému

- Přímé metody – Gaussova eliminace – $O(N^3)$
 - nepoužitelné
- Iterační metody - $O(N^2)$
 - Jacobiho, Gauss-Seidelova iterace
 - Sbírání energie (Gathering)
 - Southwellova iterace – Postupná radiozita (Progressive radiosity.)
 - Střílení energie (Shooting)

Sbírání energie – Gauss-Seidel



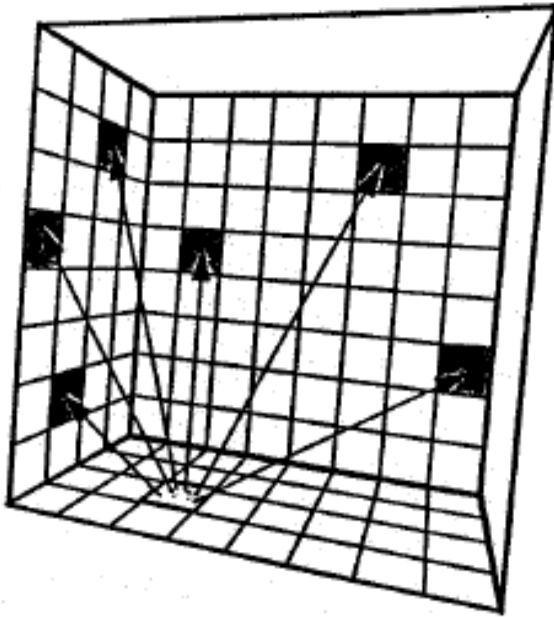
```
for ( i=0; i<N; i++)  
    B[i] = Be[i];  
  
while( !converged() ) {  
    for(i=0; i<N; i++) {  
        // incident energy Ei  
        Color Ei = (0,0,0);  
        for(j=0; j<N; j++)  
            Ei += F[i][j] * B[j];  
        B[i] = Be[i]+rho[i]*Ei;  
    }  
}
```

- Jacobi používá radiozitu spočtenou v předchozí iteraci
- Gauss-Seidel používá aktualizovanou radiozitu rovnou pro výpočet dalších plošek (rychlejší konvergence)

Střílení energie – Southwell (Postupná radiozita)

- 1-2% všech plošek má většinu energie
- Rozdistribuuuj energii těch plošek, které jí mají nejvíce
 - Střílení – Shooting – Southwellova iterace
- Začni s počátečním odhadem distribuce energie
 - tj. zdroje světla
- Pamatuj si pro každý element vystřelenou/nevystřelenou energii
- Vyber element s maximem nevystřelené energie
- Opakuj střílení dokud nedosáhneš konvergence

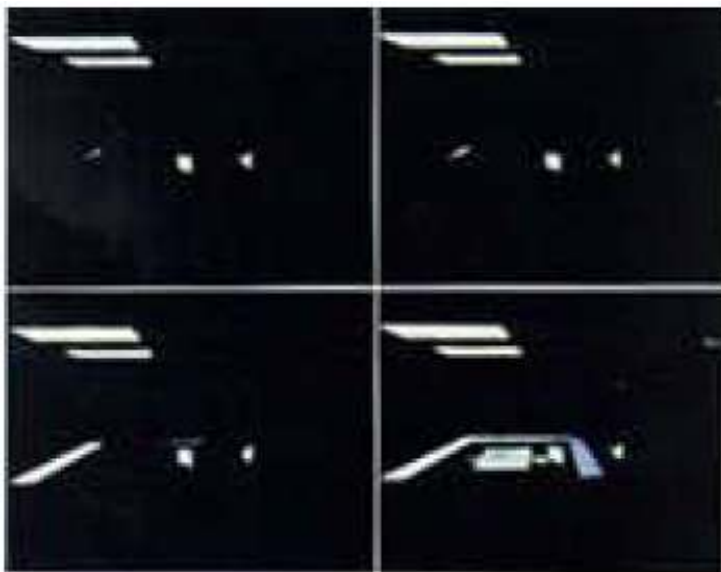
Střílení energie – Southwell (Postupná radiozita)



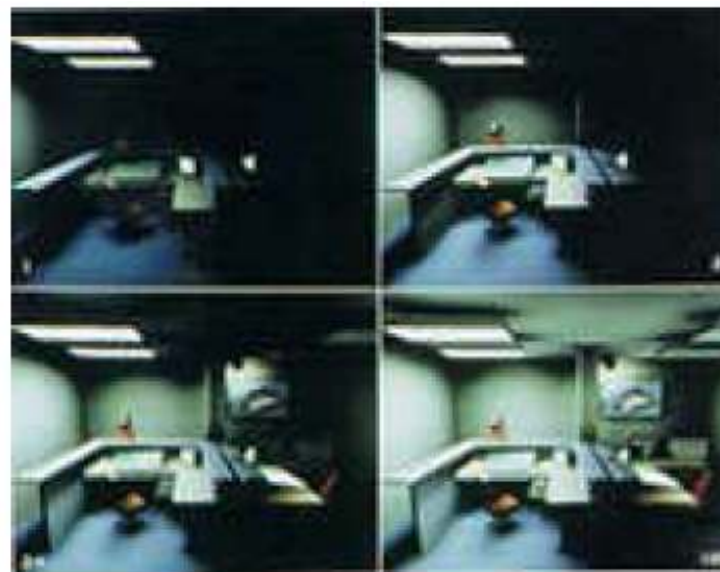
```
for(i=0; i<N; i++) {  
    B[i] = dB[i] = Be[i];  
    while(!converged()) {  
        // vyber i s maximální dB[i]  
        i := argmax(dB);  
        // vystřel nevystřelenou en. z i  
        for(j=0; j<n; j++) {  
            db = rho[j]*F[j][i]*dB[i];  
            dB[j] += db;  
            B[j] += db;  
        }  
        // všechna en. z i byla vystřelena  
        dB[i]=0;  
    }  
}
```

Postupná radiozita

- Postupně zpřesňuje řešení
- I počáteční řešení je použitelné pro zobrazení
 - Předběžné výsledky k dispozici celkem rychle



Gauss-Seidel
iterace 1,2,24 a 100



Postupná radiozita
iterace 1,2,24 a 100

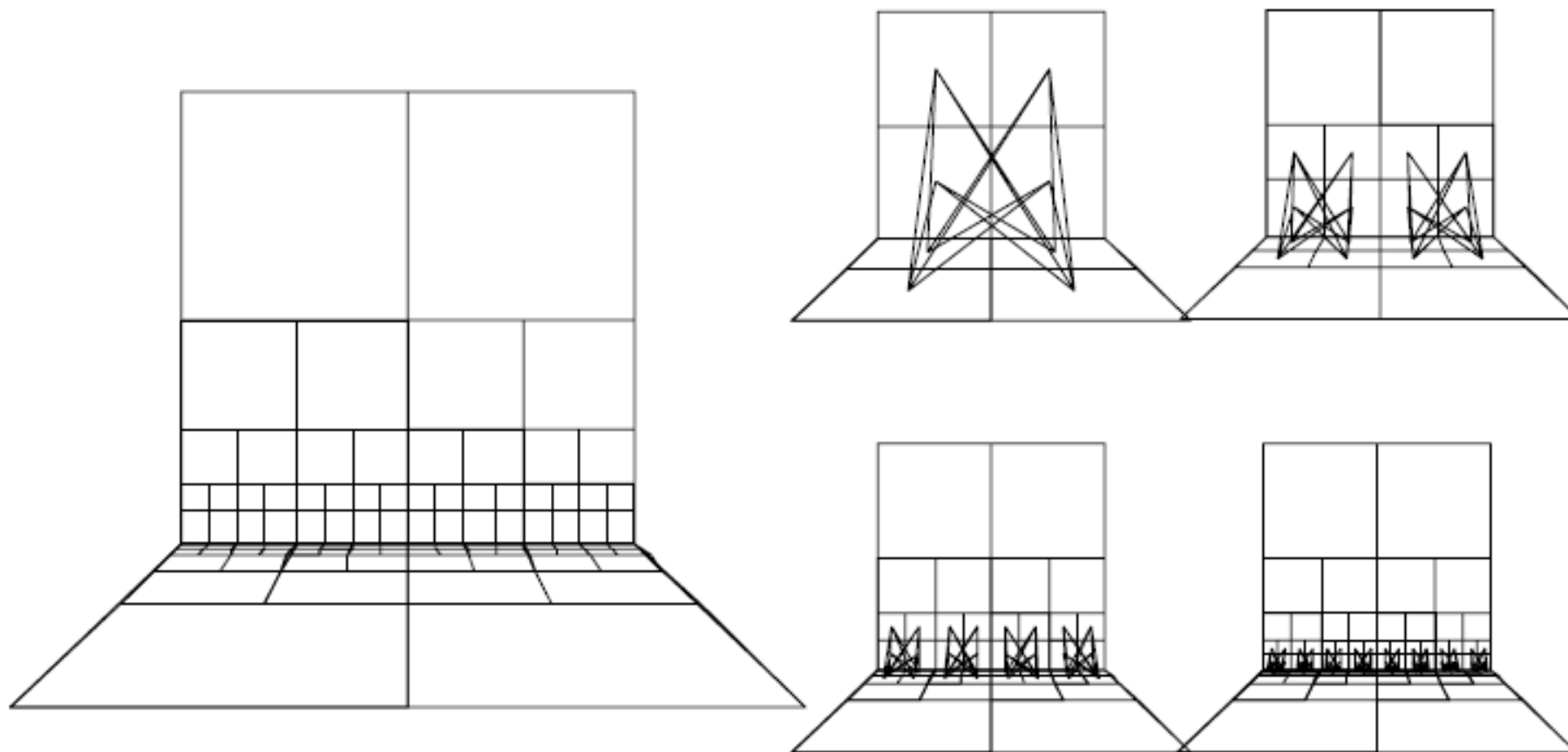
Klasická radiozitivní metoda

1. Rozděl scénu na elementy
2. Vypočítej form faktory F_{ij}
3. Vyřeš lineární systém
 - Pro každý element spočítej konstantní radiozitu
4. Vyber pohled – zobraz
5. Vyber pohled – zobraz
6. Vyber pohled – zobraz
7. ...

Zobrazení radiozitivního řešení

- Přímé zobrazení radiozitivního řešení
 - Barva vrcholu = vážený průměr barev přilehlých plošek
 - Použij Gouraudovo stínování
 - Řešení musí být velice přesné, aby se dalo použít pro přímé zobrazení (mnoho elementů, úplná konvergence)
- Final gathering
 - Bud': Posbírání energie pro každý pixel obrázku
 - Použití point-to-area form faktorů
 - Nebo: vzorkování hemisféry pro každý pixelu
 - Stačí hrubé radiozitivní řešení – není přímo zobrazeno
 - Podobně jako final gathering u fotonových map (a je podobně tak velmi časově náročné)

Hierarchická radiozita



- Interakce na dlouhé vzdálenosti netřeba počítat detailně

Stochastická radiozita

- Vyber element s největší nevystřelenou energií
- Vzorkuj hemisféru – pro každý paprsek přičti energii k zasaženému elementu
- Opakuj až do konvergence
- Střílení energie a výpočet form faktorů sloučen dohromady – rychlejší výpočet

Radiozita – Závěr

- Do poloviny devadesátých let intenzivní výzkum
- Dnes
 - Produkční rendering: radiozita je mrtvá
 - problémy s dělením na elementy – není možné se zbavit chyb způsobených špatně vymodelovanými scénami
 - špatně vymodelované scény = všechny scény v praxi
 - obtížné rozšíření pro nedifúzní scény
 - Monte Carlo je obecnější a snadněji se implementuje, pro složitější scény je rychlejší
 - Rendering v reálném čase: používá se v poč. hrách atd.
 - v jednodušších difúzních scénách lze spočítat radiozitivní řešení reálném čase (viz. např. knihovna (ČR) LightSprint – stochastická radiozita)

Radiozita – Literatura

- Klasická radiozita
 - Cohen, Wallace: *Radiosity and realistic image synthesis*, Academic Press Professional, 2003
- Stochastická radiozita
 - Dutre, Bekaert, Bala, *Advanced Global Illumination*, AK-Peters, 2003
- Poznámka: celkem asi 1000 článků, včetně komplikovanějších rozšíření i pro jiné než difúzní scény