V každé úloze 1. – 4. označte své odpovědi postupně podle zadání A, B, C, D, pište je na stejnou stránku pod zadání a oddělte je vhodně opticky, např. pomocí zvýrazněné čáry apod. Případné pomocné výpočty pište na jiný arch, který také podepište a odevzdejte.Pokud Vám to nevadí, používejte tiskací písmo.

V každá úloha 1. – 4. je hodnocena 0 – 4 body, přitom každá z odpovědí na otázky A, B, C, D přispívá do tohoto počtu nejvýše 1 bodem. Při neúplné nebo nejasné odpovědi přihlíží zkoušející také k celkovému charakteru ostatních odpovědí.

1. A. Nakreslete binomiální haldu H_1 se 7 navzájem různými celočíselnými klíči z rozmezí 10, 11, ..., 19.

B. Nakreslete binomiální haldu H_2 s 6 navzájem různými celočíselnými klíči z rozmezí 40, 41, ..., 49.

C. Nakreslete binomiální haldu H_3, která vznikne aplikací operace Merge na haldy H_1 a H_2.

D. Vysvětlete, zda je možné v binomiální haldě s n klíči najít druhý nejmenší prvek v čase $O(\log(n))$.

2. Je dán jazyk L nad abecedou $\{b, c, d\}$, v němž každé slovo má délku alespoň 2 a navíc začíná a končí stejným znakem.

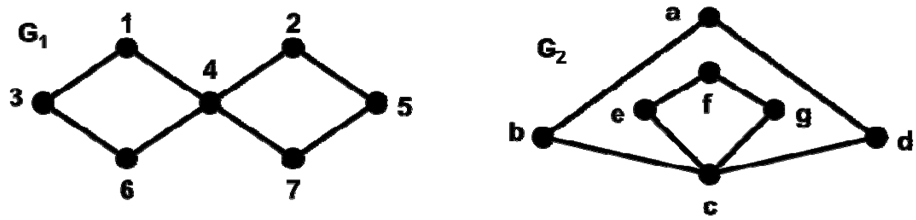
A. Napište dvě slova jazyka L, která mají Hammingovu vzdálenost rovnou 4.

B. Napište dvě nestejně dlouhá slova jazyka L, která mají Levenshteinovu vzdálenost rovnou 2. Zdůvodněte, proč je jejich vzdálenost právě taková.

C. Sestavte konečný automat A nad abecedou $\{b, c, d\}$, který přijímá jazyk L. Nakreslete přechodový diagram automatu A.

D. Modifikujte automat A tak, aby vznikl automat B, který bude detekovat v textu nad abecedou $\{a, b, c, d\}$ všechna slova jazyka L. Nakreslete přechodový diagram automatu B.

3. Jsou dány grafy G_1 a G_2 na obrázku.



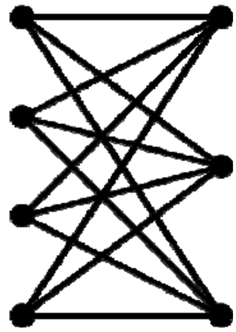
A. Napište stručné zdůvodnění, proč jsou navzájem izomorfní.

B. Určete počet izomorfizmů mezi G_1 a G_2.

C. Kompletně specifikujte dva různé izomorfizmy mezi G_1 a G_2, využijte přitom označení jednotlivých vrcholů v G_1 a G_2.

D Uveďte příklad jedné hrany v G_1 a jedné hrany v G_2, po jejichž odstranění oba grafy přestanou být izomorfní.

4. Na obrázku je dán úplný bipartitní graf G se 7 vrcholy.



Úplný bipartitní graf je prostý graf (bez paralelních hran), který se skládá ze dvou disjunktních množin vrcholů V_1 a V_2 a hran mezi nimi, přičemž každá hrana má jeden koncový vrchol ve V_1 a druhý ve V_2 a hran je maximální možný počet.

Pro G platí $|V_1| = 4$, $|V_2| = 3$.

A. Orientujte všechny hrany G tak, aby vznikl (orientovaný) graf G_2 s právě čtyřmi silně souvislými komponentami.

B. Nakreslete kondenzaci grafu G_2.

C. Předpokládejte, že hrany G jsou náhodně orientovány (každá hrana může být orientována jen jedním směrem) . Jaký je možný počet vrcholů v jedné silně souvislé komponentě výsledného grafu? Uveďte všechy možnosti.

D. Předpokládejte, že je dán úplný bipartitní graf H s M + N vrcholy (M, N ≥ 2), kde M a N jsou počty vrcholů v množinách vrcholů V_1 a V2. V grafu H je náhodně orientována každá hrana. Počet silně souvislých komponent je zjišťován pomocí Tarjanova algoritmu. Určete asymptotickou složitost tohoto procesu v závislosti na hodnotách M a N. Napište krátké zdůvodnění, nepopisujte, pokud možno, samotný Tarjanův algoritmus.