

Problem 1 of 25

Pro jednoduchost řádkového zápisu budeme označovat binomiální koeficient neboli kombinační číslo $\binom{n}{k}$ zápisem $\text{comb}(n, k)$.

Opáčko: $\text{comb}(14,4) =$

- A. 286
- B. 364
- C. 715
- D. 816
- E. 1001

Problem 2 of 25

Je dána množina malých písmen

$P = \{a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, k, l, m, n, o, p, q, r, s, t, u, v, w, x, y, z\}$ bez diakritiky.

P obsahuje celkem 26 písmen.

Počet jednoprvkových podmnožin P je

- A. 1
- B. 25
- C. 26
- D. 27
- E. 26!

Problem 3 of 25

Je dána množina malých písmen

$P = \{a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, k, l, m, n, o, p, q, r, s, t, u, v, w, x, y, z\}$ bez diakritiky.

P obsahuje celkem 26 písmen. Počet dvouprvkových podmnožin P je

- A. $26 \cdot (26+1) = 702$
- B. $26 \cdot 26 = 676$
- C. $26 \cdot (26-1) = 650$
- D. $26 \cdot (26+1)/2 = 351$
- E. $26 \cdot (26-1)/2 = 325$

Problem 4 of 25

Je dána množina malých písmen

$P = \{a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, k, l, m, n, o, p, q, r, s, t, u, v, w, x, y, z\}$ bez diakritiky.

P obsahuje celkem 26 písmen.

Počet osmiprvkových podmnožin P je

- A. 1535524
- B. 1542008
- C. 1562275
- D. 1562311
- E. 1572448

Problem 5 of 25

Je dána množina malých písmen

$P = \{a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, k, l, m, n, o, p, q, r, s, t, u, v, w, x, y, z\}$ bez diakritiky.

P obsahuje celkem 26 písmen.

Máme vygenerovat tabulku T s 8 sloupci, jejíž každý řádek bude obsahovat jednu 8 prvkovou podmnožinu množiny P tak, že každá buňka na řádku bude obsahovat právě jeden znak. Tabulka bude obsahovat všechny možné navzájem různé 8 prvkové podmnožiny P a žádná podmnožina se v T nebude opakovat. Určete, jak bude tabulka velká. a zda ji váš počítač bude moci vyplnit během 1 sec.

- A. Ano, s rezervou.
- B. Ne, ani náhodou.
- C. Skoro ano, je to tak tak.
- D. Chybí další nutné údaje

Problem 6 of 25

Uvažujeme všechny podmnožiny množiny $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$. Podmnožina $\{1, 2, 3, 6, 7, 8\}$ má rank

- A. 123
- B. 213
- C. 231
- D. 312
- E. 321

Problem 7 of 25

Uvažujeme všechny podmnožiny množiny $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$. Podmnožina P má rank 777. P je

- A. $\{1, 2, 7, 10\}$
- B. $\{1, 4, 9, 10\}$
- C. $\{2, 5, 6, 7, 9\}$
- D. $\{3, 6\}$
- E. $\{7, 8, 9\}$

Problem 8 of 25

Uvažujeme všechny podmnožiny množiny $\{1, 2, 3, 4, \dots, N\}$. Když sečteme ranky všech jednoprvkových podmnožin této množiny vyjde

- A. $N - 1$
- B. $N + 1$
- C. $2^N - 1$
- D. 2^N
- E. $2^N + 1$

Problem 9 of 25

Permutace p množiny $\{1, 2, 3, \dots, n\}$ se nazývá derangement, pokud platí

$$1 \leq k \leq n \Rightarrow p(k) \neq k. \text{ (na } k\text{-té pozici není } k, \text{ pro žádné } k)$$

Všechny derangement-y množiny $\{1, 2, 3\}$ jsou jen dva: $(2\ 3\ 1)$, $(3\ 1\ 2)$.

Napište všechny derangement-y množiny $\{1, 2, 3, 4\}$. Kolik jich je celkem?

- A. 7
- B. 9
- C. 10
- D. 12
- E. 13

Problem **10** of **25**

Permutace $(2\ 1\ 3)$ množiny $\{1, 2, 3\}$ má rank

- A. 1
- B. 2
- C. 3
- D. 4
- E. 5

Problem 11 of 25

Permutace $(2\ 4\ 3\ 1)$ množiny $\{1, 2, 3, 4\}$ má rank

- A. 10
- B. 11
- C. 12
- D. 13
- E. 14

Problem **12** of **25**

Permutace $(3\ 1\ 2\ 4\ 5\ 6)$ množiny $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ má rank
(hint: $6! = 720$)

- A. 120
- B. 240
- C. 359
- D. 360
- E. 719

Problem **13** of **25**

Permutace (2 4 6 8 10 9 7 5 3 1) množiny {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10} má rank

- A. 452239
- B. 461239
- C. 462209
- D. 462239
- E. 462439

Problem 14 of 25

Rank permutace P množiny $M = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ je právě 1000. Napište P

A. (2 4 3 5 7 1 6)

B. (2 4 3 6 7 1 5)

C. (2 4 3 6 7 5 1)

D. (2 7 3 6 4 1 5)

E. (3 4 2 6 7 1 5)

Problem 15 of 25

Uvažujeme dvouprvkové podmnožiny množiny $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$. Podmnožina $P = \{4, 7\}$ má rank

- A. 13
- B. 15
- C. 17
- D. 19
- E. 21

Problem 16 of 25

Uvažujeme pětiprvkové podmnožiny množiny $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$.

Podmnožina $P = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ má rank

- A. 49
- B. 52
- C. 64
- D. 76
- E. 82

Problem 17 of 25

Mějme permutace množiny $M = \{1, 2, 3, \dots, n\}$, $n > 4$. Permutaci p této množiny prohlásíme za *výhodnou*, pokud platí: $p(3) \in \{3, n\}$, $p(n) \in \{3, n\}$, $p(1) = 1$, $p(2) = 2$, $p(i) \in \{4, \dots, n-1\}$ pro $i = 4, \dots, n-1$.

Určete počet *výhodných* permutací množiny M .

- A. $2 \cdot n$
- B. $n \cdot (n+4)$
- C. $2 \cdot 3 \cdot n \cdot (n+1)$
- D. $2 \cdot (n-4)!$
- E. $(n-3)!$

Problem 18 of 25

Uvažujeme permutace množiny $M = \{1, 2, 3, \dots, n\}$. Cyklus délky k ($k \geq 2$) v permutaci p definujeme jako množinu

$A = \{a_1, a_2, \dots, a_k\} \subseteq M$, pro kterou platí:

$$1 \leq a_1 < a_2 < \dots < a_k \leq n, \quad p(a_j) = a_{j+1} \text{ pro } 1 \leq j < k, \quad p(a_k) = a_1.$$

Počet cyklů v permutaci (4 6 12 1 5 9 7 10 2 3 8 11) je

- A. 0
- B. 1
- C. 2
- D. 3
- E. 4

Problem 19 of 25

Uvažujeme permutace množiny $M = \{1, 2, 3, \dots, n\}$. Cyklus délky k ($k \geq 2$) v permutaci p definujeme jako množinu

$A = \{a_1, a_2, \dots, a_k\} \subseteq M$, pro kterou platí:

$$1 \leq a_1 < a_2 < \dots < a_k \leq n, \quad p(a_j) = a_{j+1} \text{ pro } 1 \leq j < k, \quad p(a_k) = a_1.$$

Určete, kolik je takových permutací množiny $\{1, 2, 3, \dots, n\}$, které obsahují právě dva cykly, z nichž jeden má délku 4 a druhý délku $n-4$.

- A. $n + (n-4)$
- B. $n! * 4!$
- C. $(n-4)! * 4!$
- D. $\binom{n}{4}$
- E. $\binom{n}{4} * \binom{n-4}{4}$

Problem **20** of **25**

Napište pseudokód funkce, která vypíše všechny neprázdné podmnožiny množiny $\{0, 1, 2, \dots, n-1\}$.

Problem **21** of **25**

Všechny permutace množiny M s 98 prvky očísujeme pořadovými čísly od 0 do $98!-1$. V programu pak nepracujeme s permutacemi ale jen s jejich pořadovými čísly. Víme, že budeme zkoumat pokaždé najednou 100 permutací, čili v paměti budeme muset mít uloženo právě 100 pořadových čísel různých permutací množiny M . Kolik minimálně bitů si musíme v paměti rezervovat, abychom si těchto 100 reprezentací mohli uložit?

Problem 22 of 25

Uvažujme všechny k -prvkové podmnožiny množiny $M = \{1, 2, 3, \dots, n\}$, $1 \leq k \leq n$. Vyděte z algoritmu transformujícího seznam prvků jedné podmnožiny na seznam prvků podmnožiny bezprostředně následující v lexikografickém uspořádání těchto podmnožin. Navrhněte a popište algoritmus, který bude transformovat seznam prvků jedné podmnožiny na seznam prvků podmnožiny bezprostředně předcházející v témže lexikografickém uspořádání. Bude mít stejnou asymptotickou složitost?

Problem **23** of **25**

Rank permutace π množiny $N = \{0, 1, 2, \dots, n-1\}$ je pořadové číslo této permutace v seznamu všech permutací množiny N uspořádaném v rostoucím lexikografickém pořadí, přičemž prvky seznamu jsou číslovány od 0. Napište pseudokód funkce která v čase úměrném n vytiskne takovou permutaci π množiny N , jejíž rank je právě $n!/2$. Předpokládáme $n \geq 2$.

Problem 24 of 25

Uvažujme všechny permutace množiny $M = \{1, 2, 3, \dots, n\}$. Vyděte z algoritmu transformujícího danou permutaci na permutaci bezprostředně následující v lexikografickém uspořádání. Navrhněte a popište algoritmus, který bude transformovat danou permutaci na permutaci bezprostředně předcházející v témže lexikografickém uspořádání. Bude mít stejnou asymptotickou složitost?

Problem 25 of 25

Permutace p množiny $\{1, 2, 3, \dots, n\}$ se nazývá derangement, pokud platí

$1 \leq k \leq n \Rightarrow p(k) \neq k$. Určete 1000000-tý prvek v lexikografickém uspořádání derangement-ů množiny $\{1, 2, 3, \dots, 20\}$.