V každé úloze 1. – 4. označte své odpovědi postupně podle zadání A, B, C, D, pište je na stejnou stránku pod zadání a oddělte je vhodně opticky, např. pomocí zvýrazněné čáry apod. Případné pomocné výpočty pište na jiný arch, který také podepište a odevzdejte.Pokud Vám to nevadí, používejte tiskací písmo.

V každá úloha 1. – 4. je hodnocena 0 – 4 body, přitom každá z odpovědí na otázky A, B, C, D přispívá do tohoto počtu nejvýše 1 bodem. Při neúplné nebo nejasné odpovědi přihlíží zkoušející také k celkovému charakteru ostatních odpovědí.

1. Insert sort řadí do neklesající posloupnosti pole A obsahující N celých čísel, N je sudé. V první polovině pole A jsou všechny hodnoty stejné. Ve druhé polovině pole jsou hodnoty seřazeny sestupně, přičemž hodnoty v první polovině pole jsou menší než všechny hodnoty ve druhé polovině.

A. Určete, kolik vzájemných porvnání prvků pole provede Insert sort, pokud řadí pole A obsahující N = 8 prvků:
5 5 5 5 15 14 12 10

B. Určete, kolik vzájemných porovnání prvků provede insert sort při řazení pole A při zařazování prvku, který byl v původním poli na předposlední pozici (např. prvku 12 v předchozí otázce), pro případ obecné hodnoty $N \geq 4$. Napište odvození svého výsledku.

C. Napište funkci $f(N)$, která pro obecnou hodnotu $N \geq 4$ určuje, kolik celkem vzájemných porovnání prvků provede insert sort při řazení celého daného pole A. Napište odvození svého výsledku.

D. Funkci $f(N)$ odvozenou v otázce C zařaďte do jedné ze tříd složitosti $\Theta(1)$, $\Theta(\log N)$, $\Theta(N)$, $\Theta(N \cdot \log N)$, $\Theta(N^2)$.

2. Cestovatel začne pohyb v mřížce kdekoli v prvním sloupci a skončí kdekoli v posledním sloupci. V každém kroku se přesune do sousedního sloupce vpravo a může se pohybovat pouze v naznačeném směru šipek (buď zůstane ve stejném řádku nebo se přesune do sousedního řádku), nesmí však opustit mřížku. Cena cesty je rovna součtu hodnot všech navštívených políček, včetně výchozího a koncového.

5	1	6	3	7	2
1	4	4	2	3	5
6	5	1	8	4	3
3	2	6	4	1	7

Úlohou je projít cestu za co nejmenší cenu.

Aby bylo možno úlohu vyřešit, je nutno v každém políčku mřížky spočíst pomocnou numerickou informaci.

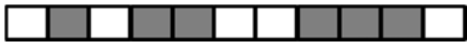
A. Uveďte stručně a jednoznačně, o jakou pomocnou informaci se jedná.

B. Uveďte stručně a jednoznačně, jak se pro určité políčko P tato informace vypočítá na základě hodnot téže pomocné informace v políčkách v okolí políčka P.

C. Určete minimální možnou cenu cesty z prvního do posledního sloupce v dané mřížce. Uveďte, pro kontrolu, hodnoty pomocné informace ve všech políčkách třetího sloupce zleva.

D. Předpokládejte, že rozměr mřížky je M × N, kde M a N jsou kladná celá čísla. Určete asymptotickou složitost nalezení co nejlacinější cesty z prvního do posledního sloupce. Napište stručné odvození nebo vysvětlení.

3. Je dána rozptylovací (hashovací) tabulka T o velikosti 11, schematicky naznačená na obrázku vpravo. Obsazené pozice v tabulce jsou vyznačeny tmavší barvou, předpokládáme, že pozice se číslují zleva od 0.



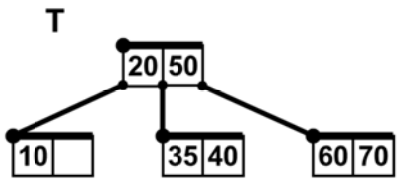
A. Tabulka T využívá otevřené adresování a metodu řešení kolizí linear probing s hashovací funkcí $h(k) = (k + 4 \cdot i)$ *mod* 11. (Po kolizi dojde k posunu na prvek o 4 pozice dále.). Do tabulky vložíme klíč 202. Vysvětlete, ke kolika kolizím dojde.

B. Tabulka T má stejné parametry jako v úloze A. Určete, pro které klíče z rozmezí hodnot 23, 24, ..., 28 nastanou při vložení právě dvě kolize.

C. Tabulka T využívá otevřené adresování a metodu řešení kolizí double hashing s hashovací funkcí $h(k) = (h_1(k) + i \cdot h_2(k))$, kde $h_1(k) = k$ *mod* 11, $h_2(k) = 1 + k$ *mod* 5. Do tabulky vložíme klíč 101. Vysvětlete, ke kolika kolizím dojde.

D. Tabulka T má stejné parametry jako v úloze C. Určete, pro které klíče z rozmezí hodnot 31, 32, ..., 35 nastane při vložení právě jedna kolize.

4. Na obrázku je B-strom T, jehož každý uzel smí obsahovat jen 1 nebo 2 klíče a nejvýše 3 bezprostřední potomky.



A. Uveďte všechny možné hodnoty celočíselného klíče K, po jehož vložení do T výška T vzroste. Uvažujte hodnoty K v intervalu od 1 do 100 včetně.

B. Zdůvodněte, zda je možné, aby po vložení dvou klíčů do původního stromu T vzrostla výška stromu T o 2. Pokud je to možné, nakreslete příklad.

C. Jaký je nejmenší možný počet klíčů, které je nutno odstranit z původního stromu T, aby v T zbyly jen 3 uzly? Nakreslete příklad.

D. Předpokládejte že B-strom obsahuje N uzlů (N ≥ 6), z nich každý může mít nejvýše 5 bezprostředních potomků. Jaký je, v závislosti na hodnotě N, minimální počet uzlů navštívených při vložení dalšího klíče do tohoto stromu?