Nejdelší společná podposloupnost

Dvě posloupnosti

A: C B E A D D E A |A| = 8

B: D E C D B D A |B| = 7

Společná podposloupnost

A: C B E A D D E A

B: D E C D B D A

C: C D A |C| = 3

Nejdelší společná podposloupnost (NSP)

A: C B E A D D E A

B: D E C D B D A

C: E D D A |C| = 4

Nejdelší společná podposloupnost

A_n: $(a_1, a_2, ..., a_n)$

B_m: $(b_1, b_2, ..., b_m)$

C_k: $(c_1, c_2, ..., c_k)$

.....

$C_k = LCS(A_n, B_m)$

	1	2	3	4	5	6	7	8
A_8:	C	B	E	A	D	D	E	A
B_7:	D	E	C	D	B	D	A	
C_4:	E	D	D	A				

Rekurzivní pravidla:

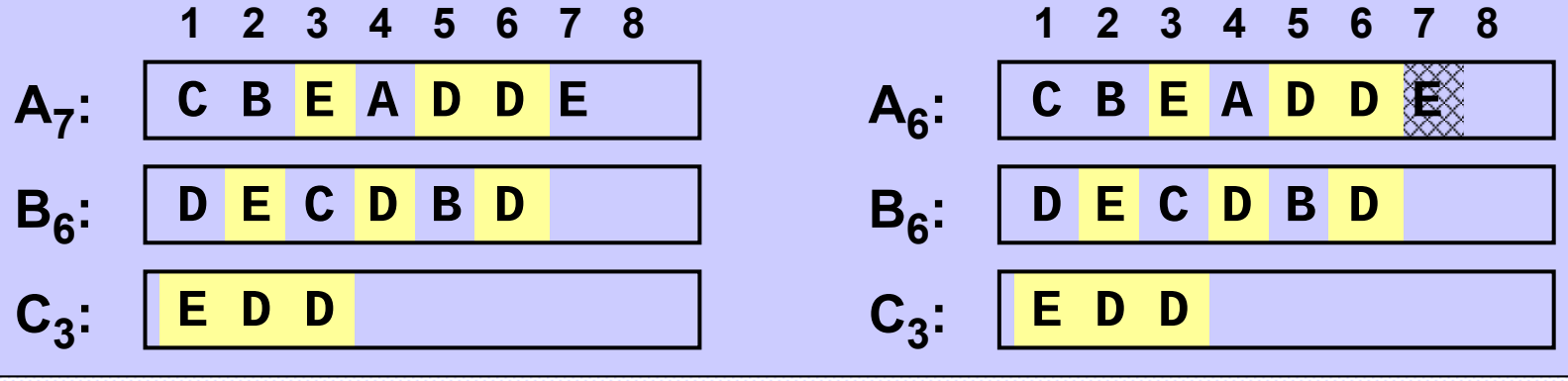
$(a_n = b_m) \Rightarrow (c_k = a_n = b_m) \ \& \ (C_{k-1} = LCS (A_{n-1}, B_{m-1}))$

	1	2	3	4	5	6	7	8
A_8:	C	B	E	A	D	D	E	A
B_7:	D	E	C	D	B	D	A	
C_4:	E	D	D	A				

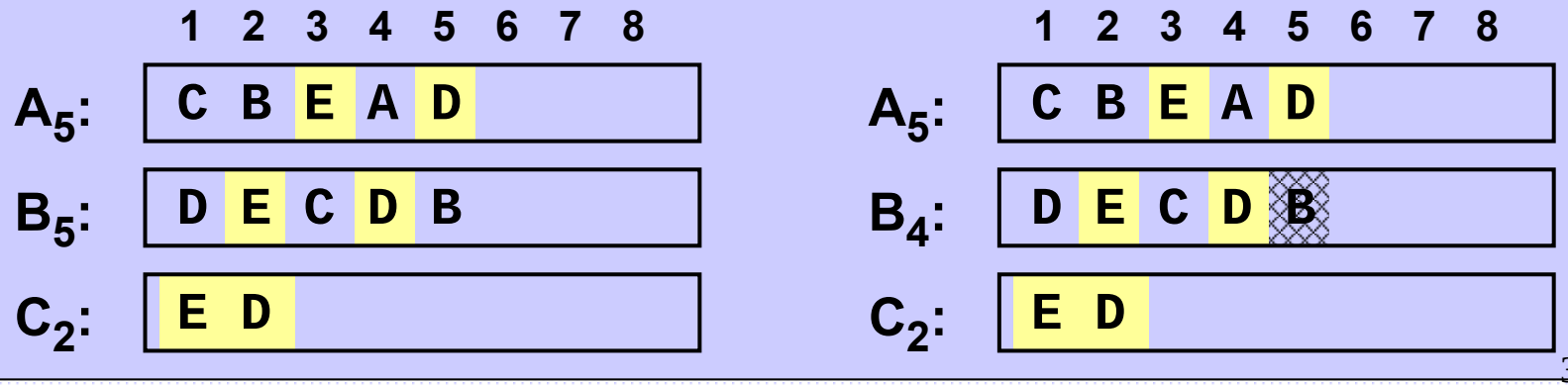
	1	2	3	4	5	6	7	8
A_7:	C	B	E	A	D	D	E	A
B_6:	D	E	C	D	B	D	A	
C_3:	E	D	D	A				

Nejdelší společná podposloupnost

$(a_n != b_m)$ & $(c_k != a_n)$ ==> $(C_k = LCS (A_{n-1}, B_m))$



$(a_n != b_m)$ & $(c_k != b_m)$ ==> $(C_k = LCS (A_n, B_{m-1}))$



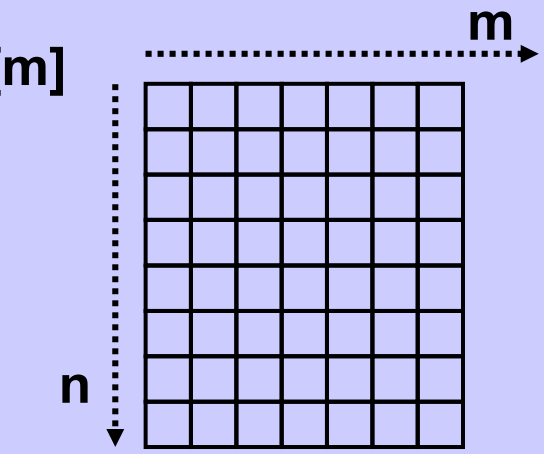
Nejdelší společná podposloupnost

Rekurzivní funkce C(n,m) – délka LCS

$$C(n,m) = \begin{cases} 0 & n = 0 \text{ or } m = 0 \\ C(n-1, m-1) + 1 & n > 0, m > 0, a_n = b_m \\ \max\{ C(n-1, m), C(n, m-1) \} & n > 0, m > 0, a_n \neq b_m \end{cases}$$

Strategie dynamického programování

C[n][m]




```
for( a=1; a<=n; a++ )
  for( b=1; b<=m; b++ )
    C[a][b] = .... ;
}
```

Nejdelší společná podposloupnost

Konstrukce DP tabulek pro LCS

```
void findLCS() {
  for( int a=1; a<=n; a++ )
    for( int b=1; b<=m; b++ )
      if( A[a] == B[b] ) {
         C[a][b] = C[a-1][b-1]+1;
         arrows[a][b] = DIAG; ↖
         }
      else
        if( C[a-1][b] > C[a][b-1] ) {
           C[a][b] = C[a-1][b];
           arrows[a][b] = UP; ↑
        }
        else {
          C[a][b] = C[a][b-1];
          arrows[a][b] = LEFT; ←
 }      }
```

Nejdelší společná podposloupnost

Pole NSP pro

“CBEADDEA” a “DECDBDA”

C

		0	1	2	3	4	5	6	7
	B:	D	E	C	D	B	D	A	
0		0	0	0	0	0	0	0	0
1	C	0	←0	←0	↖1	←1	←1	←1	←1
2	B	0	←0	←0	↑1	←1	↖2	←2	←2
3	E	0	←0	↖1	←1	←1	↑2	←2	←2
4	A	0	←0	↑1	←1	←1	↑2	←2	↖3
5	D	0	↖1	←1	←1	↖2	←2	↖3	←3
6	D	0	↖1	←1	←1	↖2	←2	↖3	←3
7	E	0	↑1	↖2	←2	←2	←2	↑3	←3
8	A	0	↑1	↑2	←2	←2	←2	↑3	↖4

A:

Nejdelší společná podposloupnost

Výpis NSP -- rekurzivně :)

```
void outLCS( int a, int b ) {
if( a ==0 || b == 0 ) return;

if( arrows[a][b]  == DIAG ) {
    outLCS(a-1, b-1);       // recursion ...
    print(A[a]);            // ... reverses the sequence!
    }
else
    if( arrows[a][b] == UP )
        outLCS(a-1,b);
    else
        outLCS(a,b-1);
}
```