Dynamické programování I cvičení

1.

- Popište, jak byste výpočet hodnoty rekurzivní funkce f(6,7) převedli na vyplňování hodnot v poli, když funkce f je rekurzivně definována takto:

a) **f(x,y) = 0** pro x=0 nebo y=0

f(x,y) = f(x–1, y–1) + f(x–1,y) + f(x,y–1) + 1 jinak

b) **f(x,y) = 0** pro x=0 nebo y=0

f(x,y) = max (f(x–1, y–1)+ f(x–1,y)) + f(x,y–1) + 1 jinak

- Určete hodnotu f(6,7).

2.

- Popište, jak převedete výpočet hodnoty rekurzivní funkce f(6,8,7) na vyplňování hodnot v poli:

a)

f(x,y,z) = 0 pro x=0 nebo y=0 nebo z=0

f(x,y,z) = f(x–1, y–1, z–1)+ f(x–1, y, z) + f(x, y–1, z) + f(x, y, z–1)+1 jinak

b)

f(x,y,z) = 0 pro x=0 nebo y=0 nebo z=0

f(x,y,z) = 3*f(x–1,y–1,z)–f(x,y–1,z)–f(x–1,y,z–1)+1 jinak

3.

- Pro kombinační čísla (= ***Bin***omické koeficienty) platí

  Bin(n,k) = ***Bin***(n-1,k)+***Bin***(n-1,k-1).

Funkce BIN(n, k) implementuje binomický koeficient:

BIN(n,k) = 1 pro n = 0 nebo k = 0

BIN(n,k) = Bin(n–1,k)+Bin(n–1,k–1) jinak

Určete, kolikrát byla funkce BIN() volána při provedení příkazu

int x = BIN(6,4);.

4.

- HodnotyAckermannovy funkce A(n,m) lze standarně zapisovat do tabulky.

  A(n, m) = m+1 pro n=0

  A(n, m) = A(n–1, 1) pro n>0, m=0

  A(n, m) = A(n–1, A(n,m–1)) pro n>0, m>0
- Popište, jak budete postupně vyplňovat tabulku, chcete-li se vyhnout rekurzivnímu volání.
- Dokážete určit hodnotu A(4,4)?

5A.

- Určete topologické uspořádání DAG G1.
- Uzly G1 jsou číslovány 0,1, 2, ..., 7 a jeho seznam hran je

E(G1) = {(0, 1), (0, 4), (1, 2), (1, 7), (4, 2), (4, 3), (4, 6), (5, 0), (5, 1), (5, 4), (6, 2), (6, 7), (7, 3)}.

5B.

- DAG G1 v zadání 5A umožňuje více různých topologických uspořádání. Když uzly G1 vypíšeme v pořadí některého uspořádání vznikne formálně 8-prvkový celočíselný vektor.
- Najděte takové topologické uspořádání G1, při němž vektor vypsaných uzlů bude lexikograficky co nejmenší.

6.

- Popište, jak je nutno modifikovat standardní algoritmus hledání nejdelší cesty v DAG , aby našel nejdelší cestu (s maximálním součtem hodnot v uzlech a-nebo hranách) v DAG za okolností:
- A. Každý uzel DAG je ohodnocen kladným reálným číslem a hrany ohodnoceny nejsou.
- B. Každý uzel DAG je ohodnocen libovolným reálným číslem a hrany ohodnoceny nejsou.
- C. Každý uzel i každá hrana DAG jsou ohodnoceny libovolným reálným číslem.

7.

- Popište, jak metodou DP určíte počet všech cest délky 3 v neváženém DAG, bez toho, že byste tyto cesty skutečně konstruovali nebo jednotlivě procházeli.

- Návod: V každém uzlu registrujte, kolik v něm končí cest délky 1, kolik cest délky 2, kolik cest délky 3.

8.

- Popište, jak metodou DP určíte počet všech cest v DAG, tj. všech cest s každou možnou délkou. Uvažujte neohodnocený DAG.

9.

- Určujeme počet všech binárních vektorů délky N s vlastností, že v nich nikdy nestojí dvě (nebo více) jedničky těsně vedle sebe (vektor 0100100101 je přípustný, vektory 01100, 1110011 přípustné nejsou).
- Pro danou délku N označme P(N, 0) počet všech vektorů délky N, které mají danou vlastnost a které končí číslicí 0. Analogicky definujme P(N, 1) pro vektory končící číslicí 1.
- A) Napište rekurentní vztahy pro výpočet P(N, 0) a P(N, 1) pomocí hodnot P(N–1, 0) a P(N–1, 1) .
- B) Pomocí metody DP určete hodnotu P(12, 0) + P(12, 1), využijte vztahy odvozené v A.

10.

- Každá hrana DAG G je obarvena buď modrou nebo zelenou barvou.
- Popište, jak metodou DP najdete co nejdelší cestu v G takovou, že se na ní pravidelně střídají barvy hran, to jest, barvy každých dvou bezprostředně navazujících hran na této cestě musí být různé.