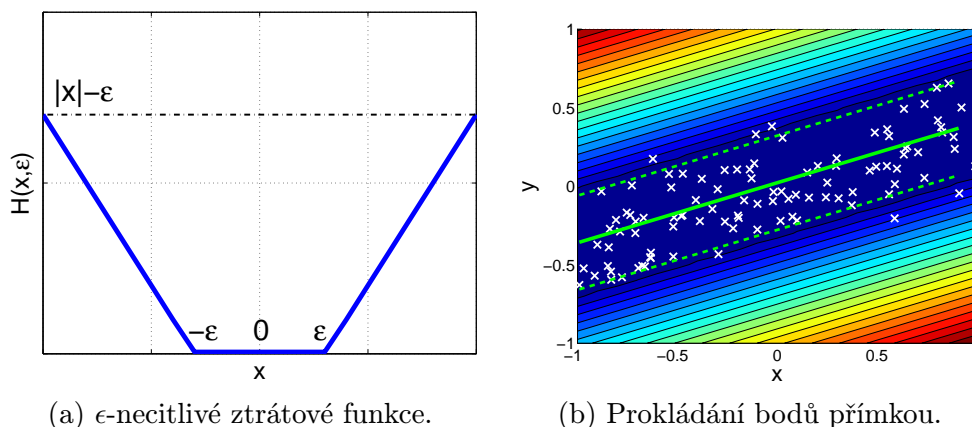


Robustní prokládání bodů přímkou pomocí Lineárního Programování

Karel Zimmermann

Úkoly k vypracování



Obrázek 1: Prokládání bodů pomocí ϵ -necitlivé ztrátové funkce

1. V tomto cvičení se naučíme jak robustně prokládat body přímkou pomocí tzv. ϵ -necitlivé ztrátové funkce (ϵ -insensitive loss function, tj. funkce penalizující vzdálenost bodu od přímky). Vaším prvním úkolem je matematicky zapsat ϵ -necitlivou ztrátovou funkci

$$H(x, \epsilon) : \mathcal{R}^2 \rightarrow \mathcal{R},$$

pro náš účel definovanou Obrázkem 1a, jako maximum třech lineárních funkcí. Správnost zápisu ověřte vykreslením funkce v MATLABu.

Všimněte si že tato ztrátová funkce nepenalizuje malé chyby vůbec a větší chyby jsou penalizovány pouze lineárně, což je velmi žádoucí vlastnost.

2. Stejně jako v předcházejících cvičení, naměřená data jsou m -tice dvojrozměrných bodů

$$T = \left[\begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix}, \dots, \begin{pmatrix} x_m \\ y_m \end{pmatrix} \right] = \begin{pmatrix} \mathbf{x}^\top \\ \mathbf{y}^\top \end{pmatrix},$$

jimiž chceme proložit přímku $P(a, b) = \{(x, y) \mid y = a \cdot x + b, x, y \in \mathcal{R}\}$ zadanou parametry $a, b \in \mathcal{R}$. Tentokrát však budeme minimalizovat součet y -ových vzdáleností v ϵ -necitlivé funkci, tj. hledáme

$$(a^*, b^*) = \arg \min_{a, b \in \mathcal{R}} \sum_{i=1}^m H(a \cdot x_i + b - y_i, \epsilon). \quad (1)$$

Napište lineární program odpovídající výše uvedenému problému a vyřešte pomocí funkce *linprog* v MATLABu. Výsledky pro data ze druhého cvičení (<http://cmp.felk.cvut.cz/cmp/courses/OPT/cviceni/02/data1.mat>) vizualizujte, např. jako obr. 1b. Zkuste jak se výslkedek mění pro různá ϵ a různé množiny bodů (body můžete samy jednoduše naklikat pomocí příkazu *ginput*).

Bonusové úlohy:

- Dokažte, že ϵ -necitlivá ztrátová funkce je konvexní.
- Jaké body mají nulovou penalizaci?