Problémy identifikace

5. prosince 2012

Úloha

účelová funkce:

$$z(\bar{p}) = \| M(\bar{p}) - \bar{x}^E \|_{L2}$$

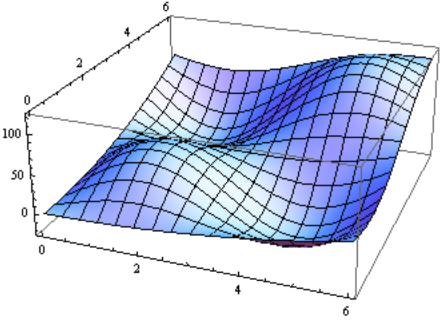
$\bar{x}^E$ .. experimentální data, funkce (posloupnost) času. I více veličin.
$M(\bar{p})$ .. řešení modelu pro parametry $\bar{p}$ (veličiny odpovídající $\bar{x}_E$).
$\| \cdot \|_{L2}$ .. L2 norma, $\sum (M_i - \bar{x}_i^E)^2$

hledáme

$$\min_{\bar{p}} z(\bar{p})$$

Účelová funkce

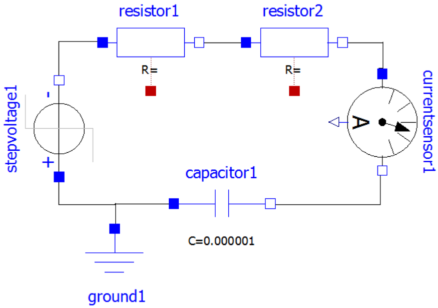
pro dva parametry se dobře představuje



Obrázek : Účelová funkce

Závislost parametrů - příklad

Identifikujeme parametry fyzikálního systému:

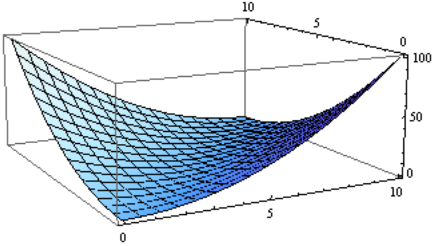


Obrázek : Schéma 1

- zdroj - skok
- známá kapacita
- měříme proud I
- chceme určit odpory R_1 a R_2

Závislost parametrů - problém

- různé kombinace hodnot parametrů R_1 a R_2vedou ke stejnému řešení I
- říkáme, že parametry jsou závislé (zde lineárně závislé $R_1 = -R_2$)
- pomocí těchto dat není možné oba parametry určit

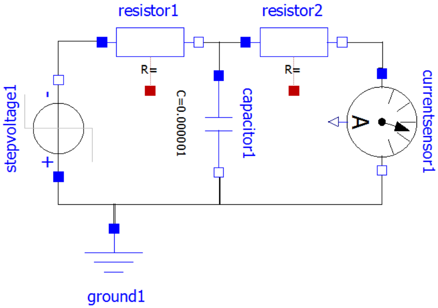


Obrázek : Účelová funkce

Můžeme hledat hodnotu náhradního parametru $R = R_1 + R_2$
Můžeme přidat další měřená data, např. napětí mezi odpory

Závislost parametrů - ze struktury modelu

Můžeme provést stejnou identifikaci pro tento systém?



Obrázek : Schéma 2

Citlivostní analýza

- Jak přesné hodnoty parametrů jsme identifikací získali?
  - Nepřesný model (struktura, „známé" parametry)
  - Nepřesně změřená experimentální data
- Jak moc se tyto chyby projeví? $\Rightarrow$ **citlivostní analýza**

CA se provádí lokálně pro konkrétní hodnoty nalezených parametrů.
Pokud je dopředná úloha (model) hodně citlivá na parametr, tzn. relativně malá změna tohoto parametru způsobí velkou změnu modelových dat (řešení)
$\Rightarrow$ malá změna parametru způsobí velkou změnu účelové funkce (účelová funkce má ve směru tohoto parametru „úzké minimum")
$\Rightarrow$ inverzní úloha nalezení tohoto parametru je málo citlivá na chyby v experimentálních datech
$\Rightarrow$ parametr je určen s dobrou přesností
Naopak dopředná úloha málo citlivá $\Rightarrow$ parametr s malou přesností

- Platí obecně ve všech výpočtech (podmíněnost úlohy), napař. řešení lineárních soustav s téměř singulární maticí

MC simulace chyb

Metoda pro zjištění závislosti parametrů i citlivosti.
Opakovaně:

- zašumíme naměřená experimentální data, tj. ke každé hodnotě naměřených experimentálních dat přičítáme náhodnou veličinu (normální rozdělení, malý rozptyl)

$$x^N = \mathrm{x}^E + N$$

- počítáme identifikaci s x^N
- dostáváme pokaždé trochu jiné hodnoty identifikovaných parametrů

Pro získaný soubor identifikovaných parametrů spočteme kovarianční matici.

Kovarianční matice

Kovariance

$$C(X_1, X_2) = \mathrm{E}\{[X_1 - \mathrm{E}(X_1)][X_2 - \mathrm{E}(X_2)]\}$$

pro $X_1 = X_2$ dostaneme rozptyl $D(X_1)$

$$C(\bar{p}) = \begin{pmatrix} D(p_1) & C(p_1, p_2) & \cdots & C(p_1, p_N) \\ C(p_2, p_1) & D(p_2) & \cdots & C(p_2, p_N) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C(p_N, p_1) & C(p_N, p_2) & \cdots & D(p_N) \end{pmatrix}$$

Velký rozptyl - inverzní úloha citlivá - parametr určený s malou přesností.
Velká kovariance (kladná nebo záporná) - parametry lineárně závislé

Chyba v modelu, přesto mohou křivky sedět

- chyba ve struktuře modelu, nebo v hodnotách „známých" parametrů
- může se podařit nafitovat modelová a experimentální data, ale hodnoty parametrů jsou určeny chybně
- např. dva odpory sériově, jeden napevno, ale chybně
- identifikace může vyvrátit správnost modelu, ne potvrdit

Velkost prohledávaného prostoru

- globální optimalizace - metoda se musí dostat „hrubou silou" do „údolí" (atraktoru) globálního minima
  - lokálních minim může být hodně
  - globální minimum může být úzké
- objem prostoru roste exponenciálně s dimensí
- Pokud bychom chtěli vzorkovat po 10 každou proměnnou v 10 dimenzionálním prostoru (identifikace 10 parametrů najednou) máme 10^{10}bodů ke zkoumání.

Pokud má účelová funkce hodně minim, je problém identifikovat hodně parametrů najednou.

Nástroje pro identifikaci

- Matlab + FMI (v diplomci TCP-IP)
- Mathematica + System modeler (bývalá MathModelica)
- OMOptim