**DFS Opakování**

**Standardní průchod bludištěm**

1. Vydej se do bludiště. Kdykoli půjdeš nějakou chodbu, označ ji značkou, Když půjdeš chodbou podruhé (to poznáš podle toho, že už má značku), označ ji druhou značkou. Chodba s jednou značkou bude tvá chodba otevřená, chodba se dvěma značkami bude tvá chodba zavřená, Chodba jíž jsi ještě nešel, bude chodba čerstvá. Žádnou chodbou nepůjdeš více než dvakrát.

2. Když příjdeš na rozcestí, spočti, kolik z něj nebo do něj vede chodeb otevřených, včetně té, jíž jsi právě přišel.

3. Když jsou na rozcestí tři chodby otevřené, vrať se ihned otevřenou chodbou, jíž jsi právě přišel, čímž ji zavřeš.

4. Když do/z rozcestí vede jediná chodba otevřená, podívej se, jestli z rozcestí vede nějaká čerstvá chodba. Pokud ano, pokračuj touto chodbou, jinak pokračuj jedinou chodbou otevřenou, čímž ji zavřeš,

5. U chodby, která nikam nevede a končí zdí, si představujeme, že na jejím konci je také rozcestí a provede se v něm druhá půle pravidla 4.

**Druhy rozcestí**

Když do/z rozcestí vedou pouze chodby čerstvé, je to rozcestí čerstvé (FRESH).

Když do/z rozcestí vedou pouze chodby uzavřené,je to rozcestí uzavřené (CLOSED).

Všechna ostatní rozcestí jsou otevřená (OPEN).

**Životní cyklus rozcestí**

Než vstoupíš do bludiště, je každé rozcestí druhu FRESH. Postupně jak procházíš bludištěm, mění se druh každého rozcestí nejprve na OPEN a pak na CLOSED.

**Opakovaný start**

Po návratu z bludiště se může stat, že některá rozcestí zůstala neobjevena (FRESH), protože do nich z původního vchodu do bludiště nevedou žádné chodby. Je tedy třeba postupně vyzkoušet všechny dosud nenavštívené vchody do bludiště. Každý vchod do bludiště považujeme take za rozcestí.

**DFS strom**

Všechny chodby, které někdy během DFS spojují OPEN rozcestí s rozcestím FRESH, to jest takové chodby, pomocí níchž objevujeme dosud nenavštívená rozcestí, nazveme stromovými chodbami. Všechny stromové chodby dohromady tvoří les a neobsahují žádnou kružnici.

**Časové značky v DFS**

Máme nespojitý přidaný čas, jiný než ten fyzický Newtonovský, Einsteinovský atd., který přibývá po jednotkách. Každému rozcestí postupně připisujeme otevírací a zavírací čas. Kdykoli narazíme rozcestí jež bylo dosud FRESH, čas přibyde o 1 a na rozcestí napíšeme jeho hodnotu, to bude otevírací čas rozcestí. Kdykoli se chystáme opustit rozcestí, jež vzápětí bude CLOSED, čas také přibyde o 1 a vedle otevíracího času připíšema na rozcestí ještě aktuální hodnotu času a to bude zavírací čas rozcestí. Po projití celého bludiště bude mít každé rozcestí určeno jednoznačně otvírací a zavírací čas.

**Acyklické grafy**

**Detekce acykličnosti grafu**

Spustíme DFS z libovolného uzlu, v uzlech registrujeme čas otevření a uzavření.

Pokud při pohybu dopředu v DFS najdeme uzel, který je otevřený a není uzavřený, pak jsme právě v dopředném pohybu uzavřeli cyklus, a tudíž graf acyklický není. Pokud tato situace nenanstane během celého DFS, graf je acyklický.

Čas otvírání/zavírání počítejme od 1, časy otevření/zavření všech uzlů inicializujme 0, otevřený uzel poznáme tak, že má nenulový čas otevření a (ještě stále) nulový čas zavření.

**Topologické uspořádání**

Provedeme DFS pro celý graf (může být nesouvislý) a potom uzly uspořádáme v pořadí klesajících zavíracích časů.

Lze to udělat i efektivněji tak, že si definujeme dodatečný zásobník Z a během DFS vždy, když zavíráme uzel, uložíme na Z referenci na tento uzel. Po skončení DFS jsou na zásobníku shora dolů reference na uzly ve správném topologickém pořadí, stačí je postupně odebírat operací pop.

Topologických uspořádání může být více, pro většinu účelů se hodí kterékoli. Jediné topologické uspořádání existuje právě tehdy, když v grafu s *n* uzly existuje cesta délky *n*−1.

**Nejdelší cesta v acyklickém grafu**

1. Graf topologicky uspořádáme.

2. Každý uzel *x* si bude pamatovat dva údaje: Délku nejdelší cesty, která do něho vede, a svého bezprostředního předchůdce na této cestě.

3. Do všech uzlů zapíšeme nulu jako délku nejdelší cesty a null jako předchůdce.

4. Uzly grafu projdeme v pořadí topologického uspořádání a v každém uzlu *x* provedeme s každým jeho sousedem *y* (ten je díky top. usp. vpravo od *x*) operaci:

pokud délka nejdelší cesty do *y* je menší než jedna plus délka nejdelší cesty do *x*,

potom přepiš délku nejdelší cesty do *y* na jedna plus délka nejdelší cesty do *x* a jako předchůdce y zaznamenej *x*.

5. Nakonec probereme všechny uzly a určíme ten, do nějž vede nejdelší cesta, případně to můžeme registrovat průběžně již v bodě 4.

**Nejdelší cesta ve váženém acyklickém grafu**

V předchozím algoritmu nahradíme výraz "jedna" výrazem "váha hrany (*x*, *y*)":

1. Graf topologicky uspořádáme.

2. Každý uzel *x* si bude pamatovat dva údaje: Délku nejdelší cesty, která do něho vede, a svého bezprostředního předchůdce na této cestě.

3. Do všech uzlů zapíšeme mínus nekonečno jako délku nejdelší cesty a null jako předchůdce.

4. Uzly grafu projdeme v pořadí topologického uspořádání a v každém uzlu *x* provedeme s každým jeho sousedem *y* (ten je díky top. usp. vpravo od *x*) operaci:

pokud délky nejdelší cesty do *y* je menší než váha hrany (*x*, *y*) plus délka nejdelší cesty do *x*,

potom přepiš délku nejdelší cesty do *y* na váhu hrany (*x*, *y*) plus délka nejdelší cesty do *x* a jako předchůdce y zaznamenej x.

5. Nakonec probereme všechny uzly a určíme ten, do něhož vede nejdelší cesta, případně to můžeme registrovat průběžně již v bodě 4.

**Počet všech cest z uzlu *a* do uzlu *b* v acyklickém grafu**

1. Graf topologicky uspořádáme.

2. Každý uzel x si navíc bude pamatovat jediný údaj: Počet všech cest, které do něho vedou z uzlu *a*.

3. 3. Do každého uzlu zapíšeme nulu jako počet všech cest, které do něho vedou z uzlu *a*, jenom do *a* zapíšeme 1.

4. Postupně projdeme uzly počínaje *a* v topologickém uspořádání a v a každém uzlu *x* provedeme s každým jeho sousedem *y* (ten je díky top. usp. vpravo od *x*) operaci:

K počtu cest vedoucích do uzlu *y* z uzlu *a* připočti počet cest vedoucích do uzlu *x* z uzlu *a*.

5. Skončíme v okamžiku, kdy v bodě 4. bude platit *x* = *b*. U *b* pak bude připsán počet všech cest z uzlu *a* do uzlu *b*.

**Nejkratší cesta mezi uzly *a* a *b* v acyklickém grafu**

Použijeme BFS se začátkem v *a*.

**Nejkratší cesta mezi uzly *a* a *b* ve váženém acyklickém grafu**

Můžeme použít Dijkstrův algoritmus se začátkem v *a*, ale má to háčky: Váhy hran nesmí být záporné, k selhání Dijkstrova algoritmu stačí i jediná záporně ohodnocená hrana a ani acykličnost nepomůže, leda by chom měli jistotu, že graf je stromem. Pak ale jistě není zapotřebí Dijkstrova algoritmu, stačí jednoduchý BFS/DFS.

Výhodnější a asymptoticky přinejmenším stejně rychlá alternativa, které nezáleží na záporně ohodnocených hranách je podobná algoritmu pro hledání nejdelší cesty, jen nerovnosti jsou otočené:

1. Graf topologicky uspořádáme.

2. Každý uzel x si navíc bude pamatovat dva údaje: délku nejkratší cesty z *a*, která do něho vede a svého bezprostředního předchůdce na této cestě.

3. Do všech uzlů zapíšeme nekonečno jako délku nejkratší cesty z *a* a null jako předchůdce, do uzlu *a* zapíšeme nulu jako délku nejkratší cesty.

4. Uzly grafu projdeme v pořadí topologického uspořádání počínaje uzlem *a* a v každém uzlu *x* provedeme s každým jeho sousedem *y* (ten je díky top. usp. vpravo od *x*) operaci:

pokud délky nejkratší cesty z *a* do *y* je větší než váha hrany (*x*, *y*) plus délka nejkratší cesty z *a* do *x*,

potom přepiš délku nejkratší cesty z *a* do *y* na váhu hrany (*x*, *y*) plus délka nejkratší cesty z *a* do *x*.

a jako předchůdce *y* zaznamenej *x*.

5. Skončíme v okamžiku, kdy v bodě 4. bude platit *x* = *b*. U *b* pak bude připsána délka nejkratší cesty z *a* do *b*.

**Silné komponenty**

Silná komponenta je taková množina uzlů grafů, že mezi každou dvojicí uzlů této množiny vede nějaká orientovaná cesta (ve směru šipek - orientace hran) tam i zpět. Přitom tato množina je maximální možná ve smyslu inkluze.

Uzly, které neleží na žádné kružnici, představují také silné komponenty.

**První možnost nalezení silných komponent**

1. Provedeme DFS

2. Otočíme všechny hrany grafu do opačného směru

3. Provedeme DFS v upraveném grafu přičemž uzly otvíráme v klesajícím pořadí zavíracích časů prvního DFS.

4. Každý DFS strom po skončení bodu 3 představuje kostru právě jedné silné komponenty.

**Druhá možnost nalezení silných komponent - Tarjanův algoritmus.**

U každého uzlu budeme registrovat dodatečný údaj tzv. lowlink a navíc použijeme ještě jeden zásobník S.

Lowlink uzlu *x* se snaží registrovat nejnižší otevírací dobu všech otevřených uzlů, do kterých se podařilo nahlédnout mezi otevřením a uzavřením uzlu *x*.

Při otevření uzlu se jeho lowlink nastaví na jeho otevírací čas.

Když hledáme, kam dále pokračovat v DFS z uzlu *x* a probíráme přitom sousedy uzlu *x*, pak pro každého otevřeného souseda *z* uzlu *x* nastavíme lowlink *x* na minimum lowlinku *x* a otevíracího času z (do z jen nahlédneme).

Při uzavírání uzlu x a návratu do jeho předchůdce y ve stromu prohledávání se lowlink y nastaví na minimum z lowlinku x a lowlinku y.

Detekce silné komponenty

Pokud při uzavírání uzlu x je jeho lowlink x roven otevíracímu času x, znamená to, že jsem našli novou silnou komponentu. kterou určíme pomocí zásobníku S.

Na zásobník S ukládáme reference na uzly. Při otevřeni uzlu x uložíme na S referenci na x. Uzly z S odstraňujeme pouze tehdy, když dojde k detekci silné komponenty v předchozím odstavci. Potom odstraňujeme reference z vrcholu S tak dlouho, dokud neodstraníme i referenci na uzel x, v němž k detekci došlo. Všechny tyto odstraněné reference představují jednu silnou komponentu grafu.

http://cw.felk.cvut.cz/lib/exe/fetch.php/courses/a4m33pal/2012pal03.pdf

Detekce silné komponenty

Pokud při návratu(!) do otevřeného uzlu x (tj.uzel x jsme před časem opustili po nějaké hraně h a nyní se do něj stejnou hranou vracíme) jeho lowlink x roven otevíracímu času x, znamená to, že jsem našli nový blok, který určíme pomocí zásobníku S stejně jako při hledání silných komponent.

Basic

´´´´´´´´´´´´´´´´´´´´´´´´´´

Topsort

Ordering Tasks

http://uva.onlinejudge.org/external/103/10305.html

No of paths

Walking Around Wisely

http://uva.onlinejudge.org/external/9/926.html

Longest path

Problem C - Hippity Hopscotch

http://uva.onlinejudge.org/external/102/10259.html

shortest weighted path

Liftless EME

http://uva.onlinejudge.org/external/103/10350.html

No of strong compos

Trust groups

http://uva.onlinejudge.org/external/117/11709.html

No of root strong compos.

Lighting Away

http://uva.onlinejudge.org/external/117/11770.html

bonus

==========

Stacking Boxes

http://uva.onlinejudge.org/external/1/103.html

Cactus

http://uva.onlinejudge.org/external/105/10510.html

´

List strong compos

Problem E: Test

http://uva.onlinejudge.org/external/107/10731.html

Topsort

Pick up sticks

http://uva.onlinejudge.org/external/116/11686.html

topsort

Spreadsheet

http://uva.onlinejudge.org/external/1/196.html

Strongco docela pracnej, mozna nadoma

The Largest Clique

http://uva.onlinejudge.org/external/113/11324.html

Following Orders

http://uva.onlinejudge.org/external/1/124.html

Numbering Paths

http://uva.onlinejudge.org/external/1/125.html

Problem A: Railroads

http://uva.onlinejudge.org/external/100/10039.html