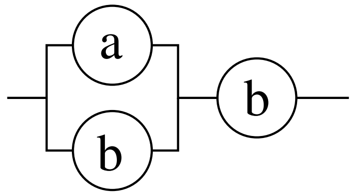
A6M33SSL **Test 4 — spolehlivost. 10.5.2016**

Cvičení 16:15–17:45



Poruchy prvku a lze popsat exponenciálním rozdělením s parametrem λ_a, obdobně poruchy prvků b lze popsat exponenciálním rozdělením s parametrem λ_b.

1. Odvoďte T_s tohoto obvodu pro obecné λ_a a λ_b (1 bod).
2. Odvoďte T_s tohoto obvodu pro případ, kdy $\lambda_a = \lambda_b$ (0.5 bodu).
3. Nechť $\lambda_a = 0.005$. Určete λ_b tak, aby pravděpodobnost poruchy tohoto obvodu v čase 200 byla 0.3 (2.5 bodu).

Řešení

1.

$$
\begin{aligned}
R(t) &= \left(R_a(t) + R_b(t) - R_a(t)R_b(t)\right) R_b(t) \\
&= R_a(t)R_b(t) + R_b^2(t) - R_a(t)R_b^2(t)
\end{aligned}
$$

Dosadíme exponenciální rozdělení

$$
R(t) = \mathrm{e}^{-(\lambda_a+\lambda_b)t} + \mathrm{e}^{-2\lambda_b} - \mathrm{e}^{-(\lambda_a+2\lambda_b)t}
$$

Střední doba bezporuchového provozu (z definice) je:

$$
T_s = \int_0^\infty R(t)\,\mathrm{d}t
$$

$$
\begin{aligned}
T_s &= \int_0^\infty \left(\mathrm{e}^{-(\lambda_a+\lambda_b)t} + \mathrm{e}^{-2\lambda_b} - \mathrm{e}^{-(\lambda_a+2\lambda_b)t}\right)\,\mathrm{d}t \\
&= \frac{1}{\lambda_a+\lambda_b} + \frac{1}{2\lambda_b} - \frac{1}{\lambda_a+2\lambda_b}
\end{aligned}
$$

2.

Pokud $\lambda_a = \lambda_b = \lambda$

$$
T_s = \frac{1}{2\lambda} + \frac{1}{2\lambda} - \frac{1}{3\lambda} = \frac{3}{2}\frac{1}{\lambda}
$$

3.

Pravděpodobnost bezporuchového provozu obvodu je

$$\begin{aligned} R(t) &= R_a(t)R_b(t) + R_b^2(t) - R_a(t)R_b^2(t) \\ &= R_a(t)R_b(t) + R_b^2(t)\,(1 - R_a(t)) \end{aligned}$$

a požadováno je $R(200) = 1 - Q(200) = 1 - 0.3 = 0.7$. Prvek a známe, v čase 200 bude fungovat s pravděpodobností $R_a(200) = \mathrm{e}^{-200 \cdot 0.005} = 0.3678$.

Dosadíme:

$$R(200) = 0.3678 R_b(200) + R_b^2(200)(1 - 0.3678),$$

kde $R_b(200)$ je naše neznámá. Nechť (pro zjednodušení zápisu) $x = R_b(200)$, pak řešíme kvadratickou rovnici

$$0.6321x^2 + 0.3678x - 0.7 = 0$$

Kořeny jsou $x_1 = 0.8$ a $x_2 = -1.38$. Jelikož x je pravděpodobnost, volíme první kořen. Odtud

$$0.8 = R_b(200) = \mathrm{e}^{-200\lambda_b}$$

$$\lambda_b = \frac{-\ln 0.8}{200} = 0.00111$$

Kontrola: $(0.3678 + 0.8 - 0.3678 \cdot 0.8) \cdot 0.8 = 0.6988 \doteq 0.7$.