

# A6M33SSL: Domácí úloha: DU4

Varianta: kolekma1

1. [stat\_ci\_vitamin, 0.300 b.] Podnik vyrábí doplněk stravy s vitamínem C ve formě tabletek. Výrobní proces v normálním stavu produkuje tabletky, jejichž průměrný obsah vitamínu C by měl být  $\mu = 100 \pm 1$  mg a rozptyl by neměl být větší než  $\sigma_{\max}^2 = 1 \text{ mg}^2$ . Z dané šarže jsme odebrali  $n$  tabletek, změřili jsme obsah vitamínu C a dostali tak realizaci n.v.  $\mathbf{x}$ .

- Vypočtete odhad střední hodnoty  $\bar{x}$  a rozptylu  $s_{\mathbf{x}}^2 = r$  z realizace náhodného výběru  $\mathbf{x}$ .
- Spočtete  $100(1 - \alpha)\%$  oboustranný intervalový odhad  $\langle m_d, m_h \rangle$  pro střední hodnotu obsahu vitamínu C v tabletce.
- Spočtete  $100(1 - \alpha)\%$  dolní intervalový odhad  $r_d$  pro rozptyl obsahu vitamínu C v tabletce.
- Vyhovuje tento proces požadavkům, pokud byste měli soudit podle vypočtených intervalů spolehlivosti? (Do JSON souboru uveďte buď "spl": "ano" nebo "spl": "ne").

Není-li uvedeno jinak, zaokrouhlete výsledky na 4 platné číslice.

**Parametry:**  $n = 5$ ,  $x = [98.28, 98.54, 100.11, 100.97, 100.39]$ ,  $\alpha = 0.005$

**Požadované výsledky:**  $\bar{x}$ ,  $r$ ,  $m_d$ ,  $m_h$ ,  $r_d$ ,  $spl$

2. [stat\_ci\_baker, 0.400 b.] V pekařství, kde si zakládají na ruční výrobě, jsme nakoupili  $n$  bochníků téhož druhu chleba. Bochníky jsme zvážili a jejich průměrná hmotnost byla  $\bar{\mathbf{x}} = m$  kg s výběrovou směrodatnou odchylkou  $s_{\mathbf{x}} = s$  kg. Předpokládejme, že hmotnost bochníků má normální rozdělení.
- Předpokládejme, že naše odhady  $m$  a  $s$  jsou skutečnými parametry rozdělení hmotnosti bochníků. Jakou minimální garantovanou nosnost  $M_l$  musí mít taška, aby unesla kterýkoli z 95 % nejlehčích bochníků?
  - Jakou minimální garantovanou nosnost  $M_p$  musí mít taška, aby unesla **průměrný** bochník s 95% spolehlivostí? (Průměrný bochník je bochník s hmotností rovnou neznámé střední hodnotě.)
  - Určete 99% oboustranný interval spolehlivosti  $\langle d, h \rangle$  pro střední hodnotu hmotnosti bochníků.
  - Kolik bochníků  $n_c$  celkem bychom museli zvážít, abychom byli schopni určit oboustranný odhad střední hodnoty hmotnosti bochníků s alespoň 99% spolehlivostí a s maximální přípustnou chybou  $\Delta$ ? (Výsledkem by mělo být nejmenší celé číslo, které splňuje požadavky.)

**Parametry:**  $n = 10$ ,  $m = 3.51$ ,  $s = 1.42$ ,  $\Delta = 0.15$

**Požadované výsledky:**  $M_l$ ,  $M_p$ ,  $d$ ,  $h$ ,  $n_c$

3. [stat\_ci\_smoking, 0.300 b.] Chceme odhadnout procento lidí v populaci, kteří jsou pro úplný zákaz kouření v restauracích. Předpokládejme, že každý člověk buď je pro zákaz nebo není, jiná možnost neexistuje.

- Napište, jakým rozdělením lze popsat výběrovou relativní četnost v závislosti na populační pravděpodobnosti  $q$  (předpokládejte rozsah výběru větší než 100). Vyjádřete chybu oboustranného intervalového odhadu jako funkci populační pravděpodobnosti. Pro jakou hodnotu populační pravděpodobnosti  $q_m$  je tato chyba maximální?

- b) Určete počet lidí  $n_1$ , jichž se budete muset zeptat na názor, abyste zaručili, že chyba  $100P\%$  intervalu spolehlivosti nepřesáhne  $\Delta_{\max} = d$ , ať už je skutečná populační pravděpodobnost jakákoli. (Výsledek uveďte jako celé číslo.)
- c) Určete počet lidí  $n_2$ , jichž se budete muset zeptat na názor, abyste zajistili, že se chyba  $100P\%$  intervalu spolehlivosti nebude moc lišit od  $\Delta_{\max} = d$ , víte-li, že v minulém podobném měření bylo pro zákaz kouření  $100q_h\%$  oslovených, a předpokládáte-li, že se tato hodnota moc nezměnila. (Výsledek uveďte jako celé číslo.)
- d) Provedli jsme průzkum a získali jsme realizaci náhodného výběru velikosti  $n_2$ . V něm se  $n_A$  lidí vyjádřilo pro úplný zákaz kouření v restauracích. Vypočtete  $100P\%$  oboustranný intervalový odhad  $\langle q_1, q_2 \rangle$  části populace, která je proti kouření.

Není-li uvedeno jinak, zaokrouhlete výsledky na 4 platné číslice.

**Parametry:**  $P = 0.9$ ,  $d = 0.01$ ,  $q_h = 0.34$ ,  $n_A = 1251$

**Požadované výsledky:**  $q_m$ ,  $n_1$ ,  $n_2$ ,  $q_1$ ,  $q_2$