

A6M33SSL: Domácí úloha: DU1

Varianta: rytinada

1. [prob_events_rgb, 0.100 b.] V osudí je c červených, z zelených a m modrých žetonů.

- Jeden žeton náhodně vytáhneme, opět jej do osudí vrátíme a osudí dobře zamícháme. Jaká je pravděpodobnost p_a , že při druhém tažení vytáhneme žeton stejné barvy?
- Jaká je pravděpodobnost p_b , že druhý vytažený žeton bude mít stejnou barvu, pokud bychom první vytažený žeton do osudí již nevraceli?

Parametry: $c = 9$, $z = 9$, $m = 8$

Požadované výsledky: p_a , p_b

2. [prob_six_children, 0.100 b.] Rodiče vychovávají d dcer a s synů.

- Určete počet všech pořadí n , v nichž se děti mohly narodit.
- Za předpokladu, že všechna pořadí narození dětí jsou stejně pravděpodobná, jaká je pravděpodobnost P , že d nejstarších dětí jsou dívky?

Hodnoty d a s známe a tvoří parametry zadání.

Parametry: $d = 5$, $s = 3$

Požadované výsledky: n , P

3. [prob_cond_aralberal2, 0.200 b.] Favority dostihu jsou koně Aral a Beral. Zajímá nás vítěz dostihu.

- Mějme výrok (jev) V_A o vítězství Arala a výrok (jev) V_B o vítězství Berala.
 - Jsou jevy V_A a V_B slučitelné? (Do JSON souboru uveďte buď "sl": "ano" nebo "sl": "ne".)
 - Jsou jevy V_A a V_B nezávislé? (Do JSON souboru uveďte buď "nez": "ano" nebo "nez": "ne".)
- Očekává se, že Aral zvítězí s pravděpodobností $P(A)$ a Beral s pravděpodobností $P(B)$. Z průběhu závodu je jasné, že Aral již zvítězit nemůže. Jaká je pravděpodobnost q , že zvítězí Beral?

Parametry: V_A = "Aral JE vítězem.", V_B = "Beral NENÍ vítězem.", $P(A) = 0.47$, $P(B) = 0.44$

Požadované výsledky: sl , nez , q

4. [prob_complete_accident, 0.200 b.] Předpokládejme, že

- pravděpodobnost "úrazu" (jev A) u "dítěte" (jev B_1) je $P(A|B_1) = a$,
- pravděpodobnost úrazu u "osoby v reprodukčním věku" (jev B_2) je $P(A|B_2) = b$ a
- pravděpodobnost úrazu u "osoby v postreprodukčním věku" (jev B_3) je $P(A|B_3) = c$.

Pravděpodobnosti, že osoba bude patřit do některé z těchto skupin, jsou

- $P(B_1) = d$,
- $P(B_2) = e$,

- $P(B_3) = 1 - d - e$.

Hodnoty a, b, c, d, e jsou známé a tvoří parametry úlohy. Spočtete pravděpodobnost úrazu $P(A)$ v dané populaci.

Parametry: $a = 0.2, b = 0.1, c = 0.39, d = 0.43, e = 0.42$

Požadované výsledky: $P(A)$

5. [prob_bayes_diagtest, 0.200 b.] Člověk buď může trpět jistou nemocí (jev N) nebo být zdravý (jev \bar{N}). Na tuto nemoc existuje screeningový test, který může vyjít buď pozitivní (jev P , test naznačuje, že pacient nemoc má) nebo negativní (jev \bar{P} , test naznačuje, že pacient je zdravý). Předpokládejme, že incidence nemoci je $p(N) = p_N$. Sensitivita a specifita testu určeného k její diagnostice jsou $p(P|N) = \text{sens}$ a $p(\bar{P}|\bar{N}) = \text{spec}$.

- Určete pravděpodobnost $p_a = p(N|P)$, že osoba s pozitivním testem (tj. testem, jehož výsledek naznačuje, že daná osoba chorobu má), danou chorobou skutečně trpí.
- Určete pravděpodobnost $p_b = p(N|\bar{P})$, že osoba s negativním testem danou chorobou přesto trpí.

Hodnoty p_N, sens a spec známe a tvoří parametry zadání.

Parametry: $p_N = 0.007, \text{sens} = 0.95, \text{spec} = 0.97$

Požadované výsledky: p_a, p_b

6. [prob_cdf_axsq, 0.200 b.] Spojitá náhodná veličina X má distribuční funkci

$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & \text{pro } x \in (-\infty, 0), \\ ax^2 & \text{pro } x \in \langle 0, u \rangle, \\ 1 & \text{pro } x \in (u, \infty). \end{cases}$$

Hodnota proměnné u je známá a je to parametr úlohy.

- Určete neznámou hodnotu a .
- Odvoďte hustotu pravděpodobnosti f_X náhodné veličiny X a určete hodnoty

$$f_1 = f_X(-u),$$

$$f_2 = f_X(1),$$

$$f_3 = f_X\left(\frac{u}{2}\right),$$

$$f_4 = f_X(2u).$$

- Určete střední hodnotu EX náhodné veličiny X .
- Určete medián med_X náhodné veličiny X .
- Určete interval $\langle d, h \rangle$, v němž se bude nacházet 90 % hodnot proměnné X , tak, aby platilo, že $P[x < d] = 0.05$.

Parametry: $u = 23$

Požadované výsledky: $a, f_1, f_2, f_3, f_4, EX, \text{med}_X, d, h$