

## PRO'2013-Test-3-Examples

1. Mějme rotaci s osou generovanou vektorem  $\vec{v} = [1/3 \ 2/3 \ 2/3]^\top$ , která zobrazuje vektor  $[0 \ 0 \ 9]^\top$  na  $[4 \ -1 \ 8]^\top$ .
- (a) Napište matici rotace.
  - (b) Najděte úhel rotace.
  - (c) Najděte všechny kvaterniony, které rotaci popisují.

2. Najděte osu a úhel rotací popsaných následujícími kvaterniony

- (a)  $\vec{q} = [1 \ 0 \ 0 \ 0]^\top$
- (b)  $\vec{q} = [0 \ 0 \ -1 \ 0]^\top$
- (c)  $\vec{q} = [\sqrt{2}/2 \ \sqrt{2}/2 \ \sqrt{2}/2 \ \sqrt{2}/2]^\top$

3. Najděte všechny  $2 \times 2$  rotační matice  $R$ , pro které navíc platí

$$R R = R^\top$$

4. Mějme rotaci s osou generovanou vektorem  $\vec{v} = [1, 1, 1]^\top$ , která zobrazuje vektor  $[0, 0, 1]^\top$  na  $[1, 0, 0]^\top$ .
- (a) Najděte úhel rotace  $-\pi < \theta \leq \pi$ .
  - (b) Napište matici rotace  $R$ .
  - (c) Napište vlastní čísla matice  $R$ .

5. Mějme kvaternion

$$\vec{q} = \frac{1}{3} [0 \ -1 \ -2 \ -2]$$

- (a) Ke  $\vec{q}$  najděte všechny dvojice  $[\theta, \vec{v}]$ , které odpovídají úhlu rotace  $-\pi < \theta \leq \pi$  a ose reprezentované jednotkovým vektorem  $\vec{v}$ .
  - (b) Sestrojte rotační matici.
6. Mějme matici rotace

$$R = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

- (a) Najděte osu rotace.
- (b) Najděte úhel rotace.
- (c) Napište kvaterniony, které reprezentují  $R$ .

## PRO'2015-Test-3-Examples

1. Consider a rotation with axis of rotation generated by vector  $\vec{v} = [1/3 \ 2/3 \ 2/3]^\top$  that maps vector  $[0 \ 0 \ 9]^\top$  to vector  $[4 \ -1 \ 8]^\top$ .
  - (a) Write down the rotation matrix.
  - (b) Find the angle of rotation.
  - (c) Find all quaternions that represent the rotation.

2. Find the axis and the angle of rotation for the following quaternions

- (a)  $[1 \ 0 \ 0 \ 0]^\top$
- (b)  $\vec{q} = [0 \ 0 \ -1 \ 0]^\top$
- (c)  $\vec{q} = [\sqrt{2}/2 \ \sqrt{2}/2 \ \sqrt{2}/2 \ \sqrt{2}/2]^\top$

3. Find all rotation matrices  $R \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$  for which there hold true

$$RR = R^\top$$

4. Consider the rotation with axis of rotation generated by vector  $\vec{v} = [1 \ 1 \ 1]^\top$  that maps the vector  $[0 \ 0 \ 1]^\top$  to vector  $[1 \ 0 \ 0]^\top$ .
  - (a) Find the angle of rotation bounded by  $-\pi < \theta \leq \pi$
  - (b) Find the rotation matrix  $R$ .
  - (c) Find the eigenvalues of the matrix  $R$ .

5. Consider the quaternion

$$\vec{q} = \frac{1}{3} [0 \ -1 \ -2 \ -2]^\top$$

- (a) Find all pairs  $[\theta, \vec{v}]$  which correspond to  $\vec{q}$ . Consider that the angle  $\theta$  is bounded by  $(-\pi, \pi >$  and vector  $\vec{v}$  has unit length.
  - (b) Write the corresponding rotation matrix  $R$ .
6. Consider rotation

$$R = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

- (a) Find the axis of rotation.
- (b) Find the angle of rotation.
- (c) Find all quaternions that represent  $R$ .