Základy algoritmizace

6. Abstraktní datové typy

doc. Ing. Jiří Vokřínek, Ph.D.
Katedra počítačů
Fakulta elektrotechnická
České vysoké učení technické v Praze

Základy algoritmizace

- Dnes:
  - Abstraktní datové typy
  - Zásobník
  - Fronta
  - Spojový seznam

Abstraktní datový typ

Abstraktní datový typ

- Datová struktura (typ) je množina dat a operací s těmito daty
- Abstraktní datový typ formálně definuje data a operace s nimi

Nezávisle na konkrétní implementaci

- Příklady:
  - Fronta (queue)
  - Zásobník (stack)
  - Pole (array)
  - Tabulka (table)
  - Seznam (list)
  - Strom (tree)
  - Množina (set)

Abstraktní datový typ

- Abstraktní datový typ je množina dat (hodnot) a příslušných operací, které jsou přesně specifikovány a to **nezávisle na konkrétní implementaci**

- Můžeme definovat:
  - Matematicky – signatura a axiomy
  - Rozhraním (interface) a popisem operací, rozhraní poskytuje:
    - Konstruktor vracející odkaz (na objekt nebo strukturu)

      Objektově orientovaný i procedurální přístup
    - Operace, které akceptují odkaz na argument (data) jako argument a které mají přesně definovaný účinek na data

- Příklad matematického popisu – datový typ Boolean

Matematický popis ADT - Boolean

- Syntax popisuje, jak správně vytvořit logický výraz:
  1. `true` a `false` jsou logické výrazy
  2. Jestliže *x* a *y* jsou logické výrazy, pak

     I. !(*x*) – negace
     II. (*x* & *y*) – logický součin `and`
     III. (*x* | *y*) – logický součet `or`
     IV. (*x* == *y*), (*x* != *y*) – relační operátory

     jsou logické výrazy

Pokud se chceme vyhnout psát u každé operace závorky, musíme definovat priority operátorů

Konkrétní implementace se může syntakticky lišit – viz. ! vs. not, atp.

Matematický popis ADT - Boolean

- Sémantika popisuje význam jednotlivých operací

- Můžeme definovat axiomy:

  - true == true : `true`
  - false == false : `true`
  - true == false : `false`
  - false == true : `false`

  - !(true) : `false`
  - x & false : `false`
  - x & y : y & x
  - x | false : x
  - !(false) : `true`
  - x & true : x
  - x | y : y | x
  - x | true : `true`

Abstraktní datový typ - vlastnosti

- Počet datových položek může být
  - Neměnný – statický datový typ – počet položek je konstantní

    Např. pole, řetězec, třída, …
  - Proměnný – dynamický datový typ – počet položek se mění v závislosti na provedené operaci

    Např. vložení nebo odebrání určitého prvku
- Typ položek (dat) může být
  - Homogenní – všechny položky jsou stejného typu
  - Nehomogenní – položky můžou být různých typů
- Existence bezprostředního následníka je
  - Lineární – existuje bezprostřední následník prvku, např. pole, fronta, seznam, …
  - Nelineární – neexistuje přímý jednoznačný následník, např. strom

Abstraktní datový typ jako objekt

- Objekt je instancí třídy
  - Třída je vzor – má rozhraní, data (vnitřní proměnné), metody (funkce)

Objektově orientované programování

```
class MyAbstractDataType:
    def __init__(self):
        self.dataOne = 1
        self.dataTwo = 2

    def operationOne(self, argument):
        self.dataOne = argument

    def operationTwo(self):
        return self.dataTwo

myData = MyAbstractDataType()
myData.operationOne(42)
myData.operationTwo()
```

Zásobník

Zásobník

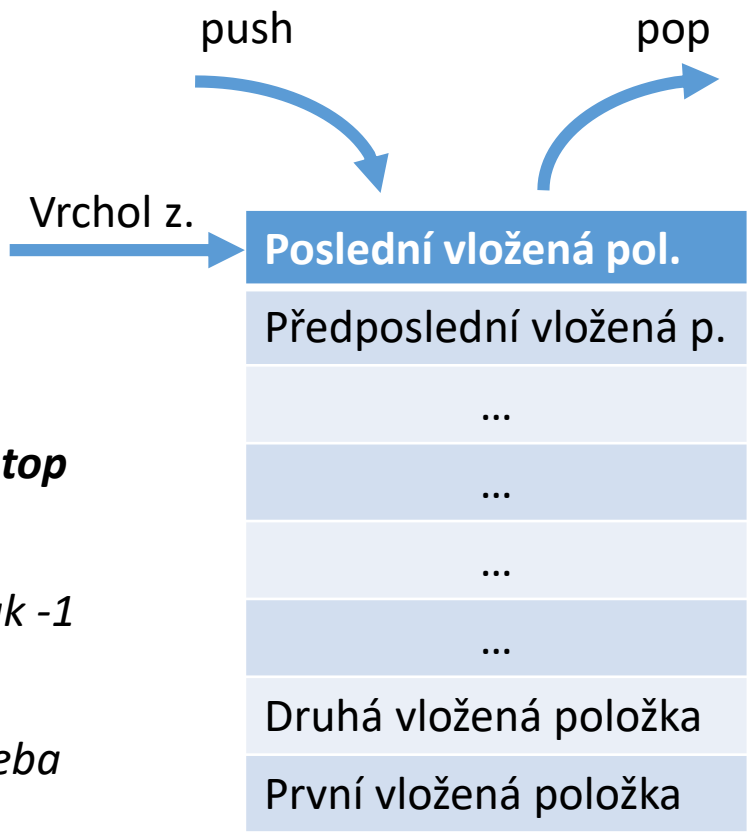
- Dynamická datová struktura umožňující vkládání a odebírání hodnot tak, že naposledy vložená hodnota se odebere jako první

LIFO – Last In, First Out

- Základní operace
  - Vložení hodnoty na vrchol zásobníku
  - Odebrání hodnoty z vrcholu zásobníku
  - Test prázdnosti zásobníku

Zásobník

- Základní operace
  - push – vložení hodnoty na vrchol zásobníku
  - pop – odebrání hodnoty z vrcholu zásobníku
  - isEmpty – test prázdnosti zásobníku



- Další operace mohou být
  - peek – čtení hodnoty z vrcholu

    *Alternativně také třeba **top***
  - search – vrátí pozici prvku

    Pokud se nachází v zásobníku, jinak -1
  - size – aktuální počet prvků

    Nebývá potřeba

Zásobník

- Příklad implementace pomocí List
  - push ≈ append
  - pop ≈ pop
  - isEmpty ≈ not len(stack)

```
stack = []
stack.append("dela")
stack.append("to")
stack.append("co")
stack.append("vime")

while len(stack):
    print(stack.pop())
```

Uměli byste implementovat zásobník pomocí pole?

Zásobník

- Příklad implementace s definicí rozhraní

```
class Stack:
    def __init__(self):
        self.items = []

    def push(self, item):
        self.items.append(item)

    def pop(self):
        return self.items.pop()

    def isEmpty(self):
        return (self.items == [])
```

```
s = Stack()
s.push("dela")
s.push("to")
s.push("co")
s.push("vime")

while not s.isEmpty():
    print(s.pop())
```

Zásobník

- Příklad použití – kontrola vyvážení závorek

```
def parChecker(symbolString):
    s = Stack()
    for symbol in symbolString:
        if symbol == "(":
            s.push(symbol)
        elif symbol == ")":
            if s.isEmpty():
                return False
            else:
                s.pop()
    return s.isEmpty()
```

```
parChecker('(3+(2*(-2)+(3*5)-1)/(3-2)*2)')
parChecker('((3+2)+(5*8)*(4)')
```

Fronta

Fronta

- Dynamická datová struktura umožňující vkládání a odebírání hodnot v pořadí, v jakém byly vloženy

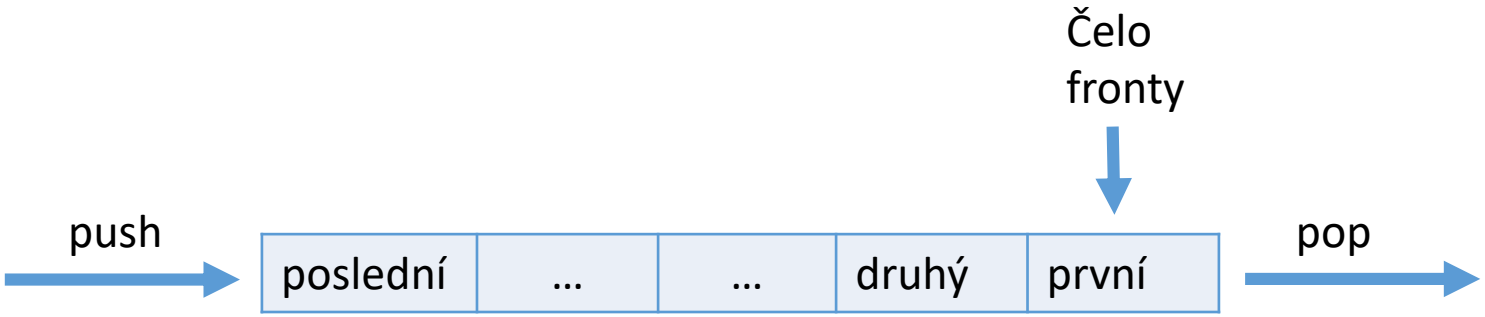
FIFO – First In, First Out

- Základní operace
  - Vložení hodnoty na konec fronty
  - Odebrání hodnoty z čela fronty
  - Test prázdnosti fronty

Fronta

- Základní operace
  - push – vložení hodnoty na konec fronty (nebo též enqueue)
  - pop – odebrání hodnoty z čela fronty (nebo též dequeue)
  - isEmpty – test prázdnosti fronty

- Další operace mohou být
  - peek – čtení hodnoty z čela
  - back – čtení hodnoty z konce



Fronta

- Příklad implementace pomocí List
  - push ≈ append
  - pop ≈ pop(0)
  - isEmpty ≈ not len(stack)

```
queue = []
queue.append("dela")
queue.append("to")
queue.append("co")
queue.append("vime")

while len(queue):
    print(queue.pop(0))
```

Pozor, operace pop(0) je pomalá – víte proč?

Fronta

- Příklad implementace s definicí rozhraní

Jaký je rozdíl v použití seznamu oproti minulému příkladu?

```
class Queue:
    def __init__(self):
        self.items = []

    def isEmpty(self):
        return self.items == []

    def enqueue(self, item):
        self.items.insert(0,item)

    def dequeue(self):
        return self.items.pop()

    def size(self):
        return len(self.items)
```

```
q = Queue()
q.enqueue("dela")
q.enqueue("to")
q.enqueue("co")
q.enqueue("vime")

while not q.isEmpty():
    print(q.dequeue())
```

Fronta

- Rozšíření – prioritní fronta
  - Prvky jsou odebírány na základě priority (např. velikosti)

Jak to lze naimplementovat?

  - Hledání největšího prvku při odebírání
  - Seřazení po vložení
  - Seřazení při vložení

Určitě to jde lépe s pomocí složitějších struktur

Spojové struktury

Spojové struktury

- Seznam – List
  - Základní datová struktura pro uchovávání množiny prvků
  - Vložení/vyjmutí prvku může být velmi pomalé

- Spojové seznamy
  - Datová struktura realizující seznam dynamické délky
  - Každý prvek obsahuje
    - Datovou část (hodnota proměnné, objekt, …)
    - Referenci na další prvek

None v případě posledního prvku seznamu

  - První prvek seznamu se zpravidla označuje jako *head* nebo *start*

Realizováno jako referenční proměnná odkazující na první prvek seznamu

Spojové struktury

- Prvek seznamu – Node
- Základ i pro komplikovanější struktury

```
class Node:
    def __init__(self,initdata):
        self.data = initdata
        self.next = None
```

- Spojový seznam – LinkedList

```
class LinkedList:
    def __init__(self):
        self.head = None
        …
        …
```

Spojové struktury

- Test prázdnosti – isEmpty

```
def isEmpty(self):
    return self.head == None
```

- Přidání prvku – push

```
def push(self,item):
    node = Node(item)
    node.next = self.head
    self.head = node
```

Přidání prvku není závislé na počtu prvků v seznamu

Spojové struktury

- Odebrání prvního prvku – pop

```
def pop(self):
    if self.head:
        ret = self.head.data
        self.head = self.head.next
        return ret
```

Odebrání prvního prvku není závislé na počtu prvků v seznamu

- Zjištění počtu prvků – size

```
def size(self):
    current = self.head
    count = 0
    while current != None:
        count += 1
        current = current.next
    return count
```

Kompletní projití seznamu!

Spojové struktury

- Zrychlení operace size
  - Můžeme si pamatovat aktuální počet prvků *count*
  - Zvyšujeme a snižujeme při každé operaci vložení/vyjmutí

- Práce s posledním prvkem
  - Zavedeme si referenci na poslední prvek *end*
  - Pracujeme obdobně jako s *head*
    - V případě přidání prvku na začátek aktualizujeme pouze pokud byl seznam dosud prázdný
    - Aktualizujeme v případě přidání prvku na konec
    - Aktualizujeme při vyjmutí posledního prvku

Spojové struktury

```
class LinkedList:
    def __init__(self):
        self.head = None
        self.count = 0

    def push(self,item):
        node = Node(item)
        node.next = self.head
        self.head = node
        self.count +=1

    def pop(self):
        if self.head:
            ret = self.head.data
            self.head = self.head.next
            self.count -=1
            return ret

    def size(self):
        return self.count
```

Spojové struktury

```
class LinkedList:
    def __init__(self):
        self.head = None
        self.end = None
        self.count = 0

    def push(self,item):
        node = Node(item)
        if not self.head:
            self.head = self.end = node
        else:
            node.next = self.head
            self.head = node
        self.count +=1

    def pop(self):
        if self.head:
            ret = self.head.data
            self.head = self.head.next
            if self.head == None:
                self.end = None
            self.count -=1
            return ret
```

Spojové struktury

- Vložení prvku na konec – pushEnd

```
def pushEnd(self, item):
    node = Node(item)
    if not self.end:
        self.head = self.end = node
    else:
        self.end.next = node
        self.end = node
    self.count +=1
```

Spojové struktury

- Odebrání posledního prvku – popEnd

```
def popEnd(self):
    if self.head:
        self.count -=1
        ret = self.end.data
        if self.head == self.end:
            self.head = self.end = None
        else:
            cur = self.head
            while cur.next != self.end:
                cur = cur.next
            self.end = cur
            self.end.next = None
        return ret
```

Spojové struktury

- Obecně vkládání do seznamu
  - Na začátek – push
  - Na konec – pushEnd
  - Za daný prvek – potřebujeme referenci na prvek, za který chceme vkládat (node)

```
newNode = Node(item)
newNode.next = node.next
node.next = newNode
```

  - Na určitou pozici – insertAt
    - Nutno najít odpovídající prvek – průchod seznamu
    - Vložit za daný prvek
    - Ošetření mezních hodnot (velikost seznamu, head, end)

Spojové struktury

- Odebírání prvku
  - Ze začátku – pop
  - Z konce – popEnd
  - Daný prvek – potřebujeme referenci na prvek, který ho předchází (prevNode)

```
if prevNode.next == node:
    prevNode.next = node.next
    node.next = None
```

  - Z určité pozice – removeAt
    - Nutno najít odpovídající prvek – průchod seznamu
    - Odstranit prvek
    - Ošetření mezních hodnot (velikost seznamu, head, end)

Spojové struktury

- Složitější operace / práce s prvky
  - Vkládání a odebírání
  - Vyhledávání
  - Výpis prvků, …

Příklad: search a remove

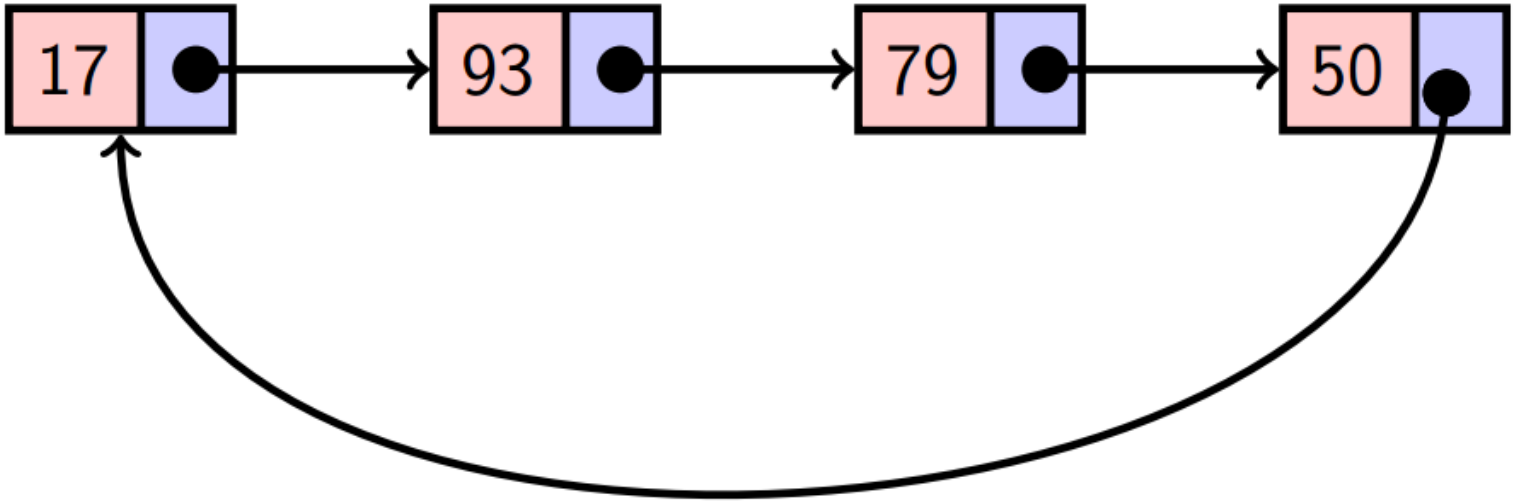
- Rozšíření základního spojového seznamu
  - Čítač prvků *count*
  - Reference na poslední prvek *end*

Zjednodušuje některé operace – z lineární náročnosti na konstantní

- Další možná rozšíření
  - Kruhový spojový seznam
  - Obousměrný spojový seznam

Spojové struktury

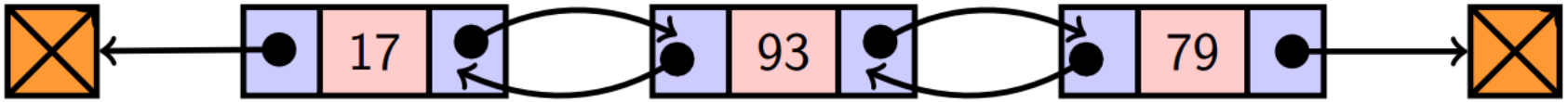
- Kruhový spojový seznam
  - Položka *next* posledního prvku odkazuje na první prvek
  - *head* a *end* ztrácejí smysl, ale je třeba držet odkaz na některý prvek (první, poslední přidaný, poslední vyhledaný, atp.)



Spojové struktury

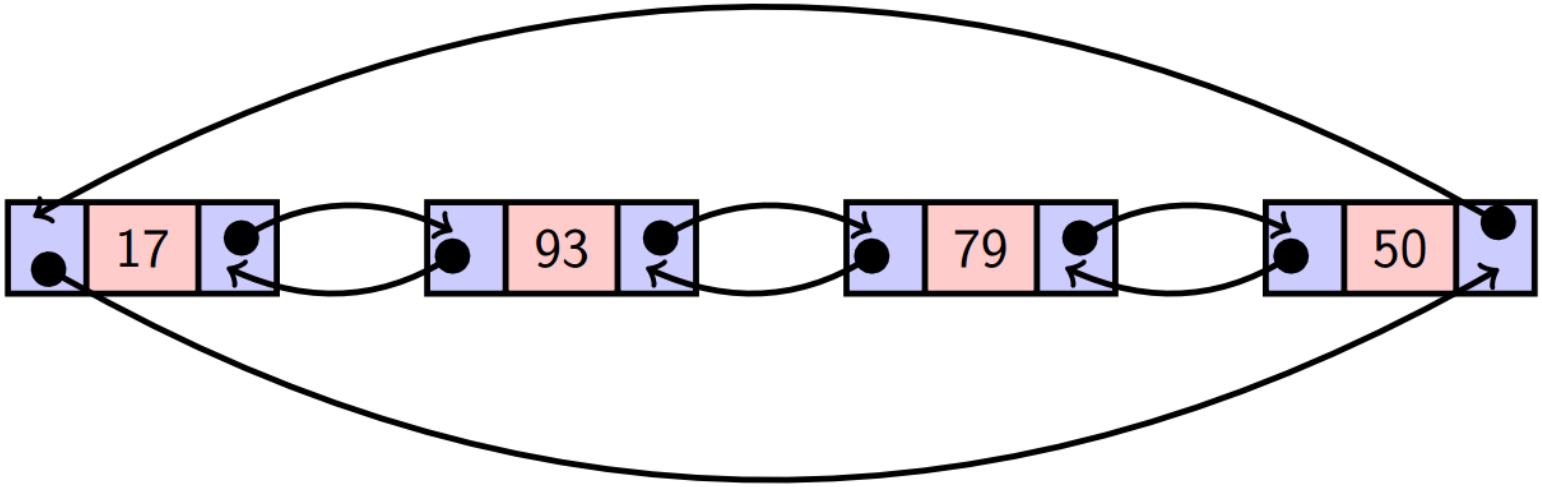
- Obousměrný spojový seznam
  - Každý prvek obsahuje odkaz na následující i předchozí položku v seznamu (*prev* a *next*)
  - První prvek má nastavenu položku *prev* na *None*
  - Poslední prvek má nastavenu položku *next* na *None*
  - Snadný „pohyb“ seznamem vpřed i vzad

Srovnejte popEnd u jednosměrného spojového seznamu



Spojové struktury

- Kruhový obousměrný spojový seznam
  - Kombinace předchozích



Základy algoritmizace

- Dnes:
  - Abstraktní datové typy
  - Zásobník
  - Fronta
  - Spojový seznam lineární, kruhový, obousměrný
- Zamyslete se
  - Jak udělat zásobník (frontu) pomocí spojového seznamu s konstantní složitostí operací (bez nutnosti procházet seznam)
  - Jak implementovat obousměrný spojový seznam
  - Jak udržovat spojový seznam setříděný
  - Jak implementovat prioritní frontu spojovým seznamem

Příště vyhledávání a řazení – grafy a stromy

Základy algoritmizace

- Dodatečné zdroje:
  - Implementing a Stack in Python http://interactivepython.org/runestone/static/pythonds/BasicDS/ImplementingaStackinPython.html
  - Implementing a Queue in Python http://interactivepython.org/runestone/static/pythonds/BasicDS/ImplementingaQueueinPython.html
  - Linked Lists in Python http://interactivepython.org/runestone/static/pythonds/BasicDS/ImplementinganUnorderedListLinkedLists.html
  - Implementing a singly linked list in Python https://www.codefellows.org/blog/implementing-a-singly-linked-list-in-python
  - Linked lists http://www.cs.dartmouth.edu/~cs1/chapter19/index.html