

Příklady pro týden 10 (k řešení mezi 3.1. – 17.1., moment hybnosti elektromagnetického pole, nevyžaduje programování)

Příklad 1 (3 body)

Koule o poloměru R obsahuje magnetizaci $\mathbf{M} = M_0 \mathbf{z}_0$. Povrch koule je zároveň rovnoměrně nabit nábojem Q .

Určete moment hybnosti elektromagnetického pole pro případ, že se pole nemění v čase. Magnetické pole uvnitř koule je $\mathbf{H} = \frac{2}{3} M_0 \mathbf{z}_0$. Vně koule je magnetické pole shodné s polem magnetického dipólu s momentem $\mathbf{m} = z_0 M_0 \frac{4}{3} \pi R^3$ (zkuste si to ověřit).

Určete celkový mechanický moment hybnosti, který koule získá, pokud magnetizaci pozvolna vypneme (aniž bych změnili její prostorové rozložení). Při výpočtu zanedbejte posuvný proud. Mechanický moment hybnosti určete z rovnice $\dot{\mathbf{L}}_{\text{mech}} = \int_V (\mathbf{r} \times \mathbf{f}) dV$, kde \mathbf{f} je objemová hustota Lorentzovi síly. Kouli považujte za nevodivou.

$$\text{Výsledek: } \mathbf{L}_{\text{mech}} = \mathbf{L}_{\text{EM}} = \frac{2}{9} \mu Q R^2 M_0 \mathbf{z}_0$$

Pozn.: Pokud by koule byla vodivá, úloha by se zkomplikovala tím, že proměnné elektrické i magnetické pole by s ní interagovalo (povrchový jev).

Pozn.: V úloze jsme zanedbali moment hybnosti, který mělo časově proměnné pole. To sice není správně, ale je to v souladu se zanedbáním posuvného proudu. Tento moment hybnosti by obsahoval časovou derivaci magnetizace a při předpokladu „pozvolného“ vypnutí lze takové členy zanedbat. Plně dynamická úloha by byla velmi komplikovaná.