

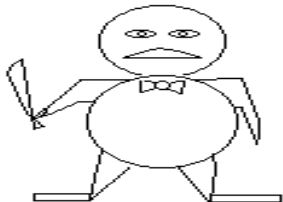
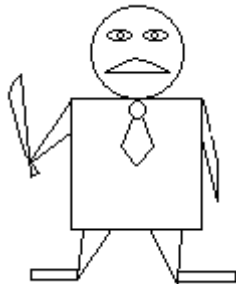
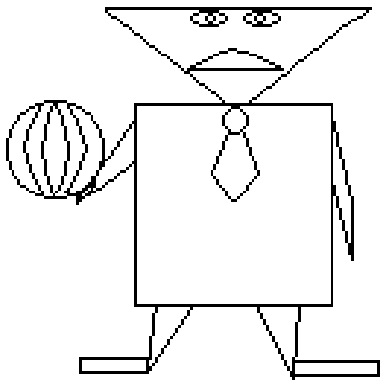
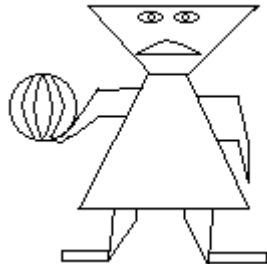
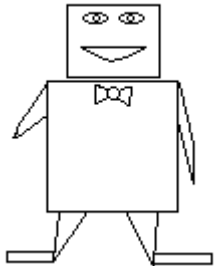


Učení z klasifikovaných dat



Příklad „počítačová hra“.

Můžeme počítač naučit rozlišovat přátelské a nepřátelské roboty?



Učení s učitelem:

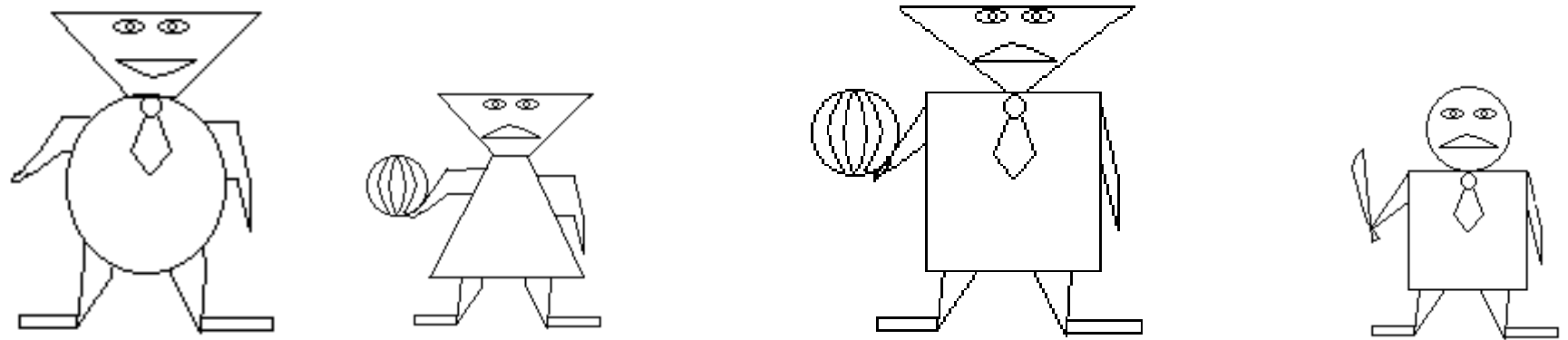
u některých objektů už víme, jakou mají povahu (**klasifikace**)

Neparametrická úloha:

Nic nevíme o pravděpodobnostní distribuci jednotlivých objektů



† Příklad „počítačová hra“ 1. Můžeme se naučit roboty rozlišit na základě krátké zkušenosti?



přátelští

nepřátelští



Reprezentace úlohy pomocí atributů



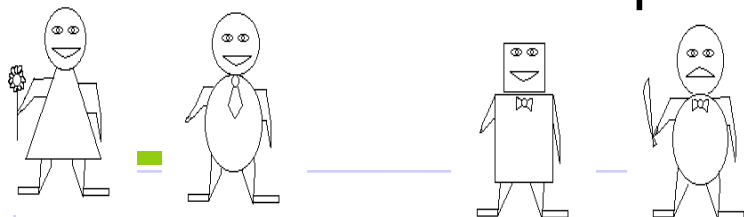
Můžeme navrhnout odpovídající klasifikační algoritmus ?

Klasifikace	Usmívá_se	kravata	tělo	hlava	v_ruce
přítel	ano	ano	kruh	3úhelník	nic
přítel	ne	ne	3úhelník	3úhelník	balon
nepřítel	ne	ano	čtverec	3úhelník	balón
nepřítel	ne	ano	čtverec	kruh	meč
přítel	ano	ne	3úhelník	kruh	květ
přítel	ano	ano	kruh	kruh	nic
nepřítel	ano	ne	čtverec	čtverec	nic
nepřítel	ne	ne	kruh	kruh	meč



přátelští

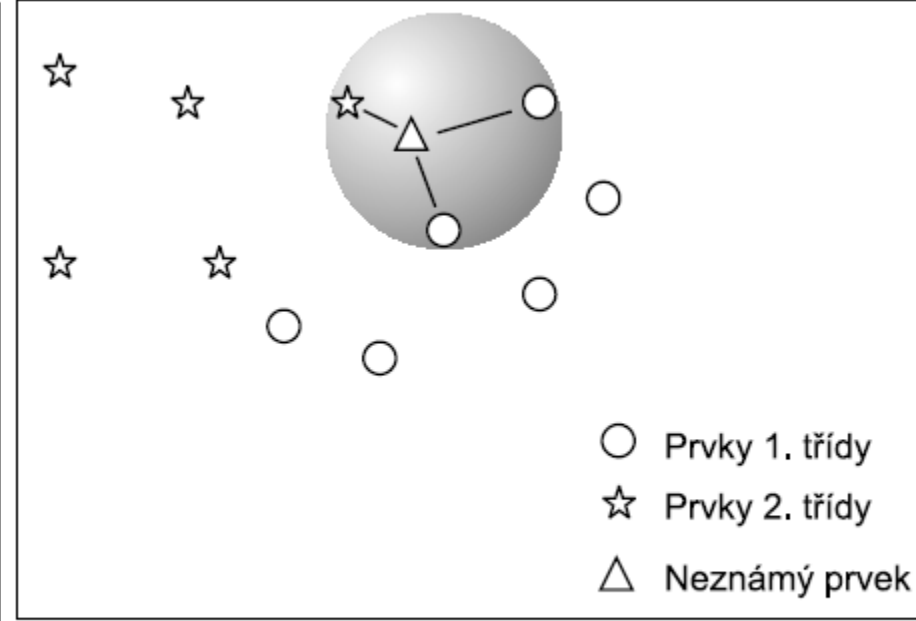
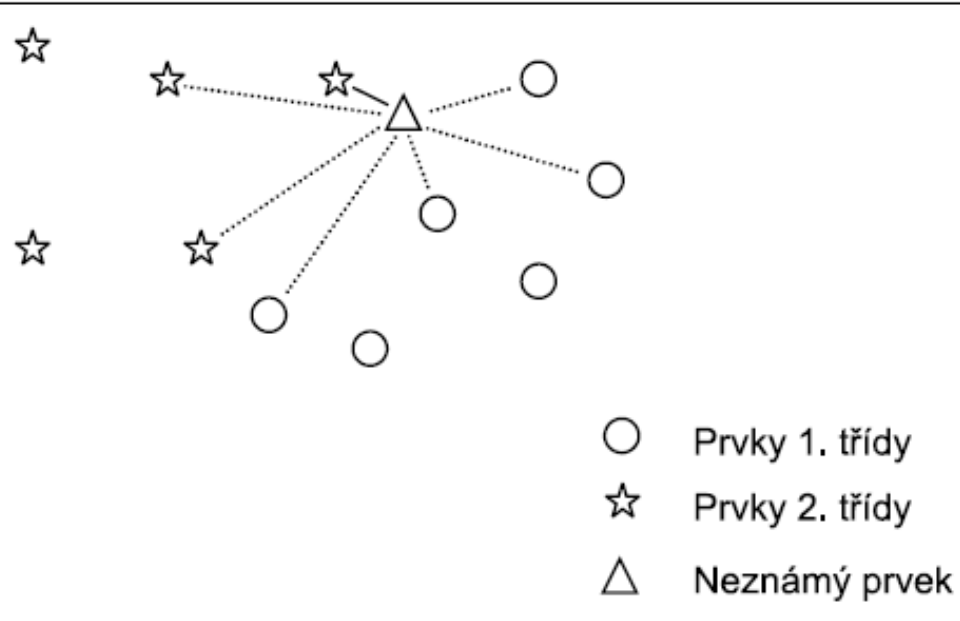
nepřátelští



Možná řešení pro další objekt:

1. Vyhledání objektu v tabulce „předchozích zkušeností“,
2. Hledání co nejpodobnějšího mezi všemi známými,
3. ???

Metoda n nejbližších sousedů

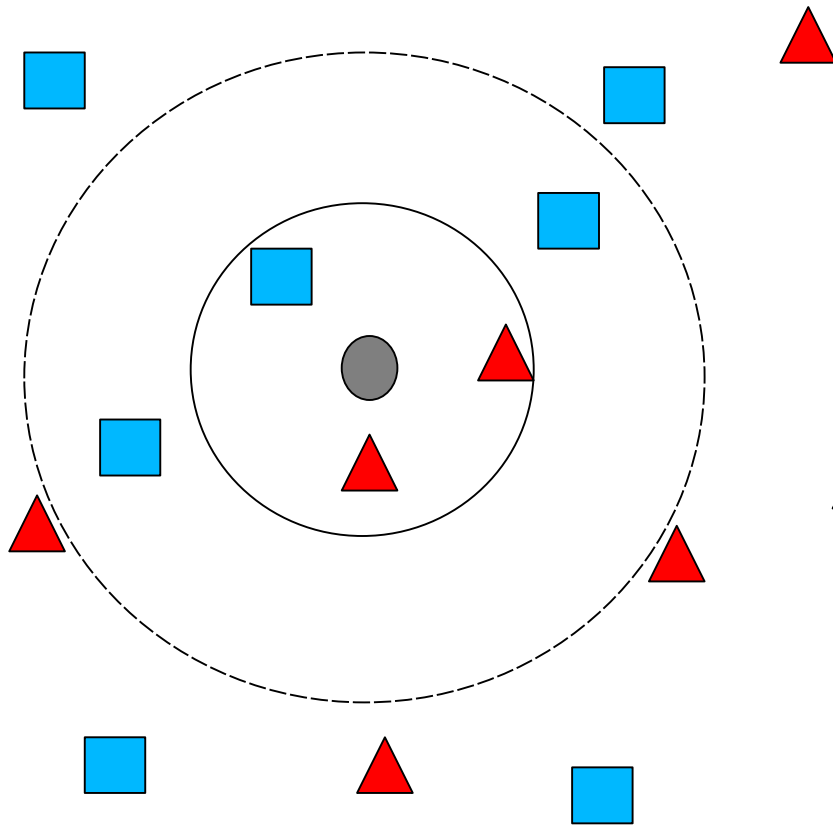


Obrázek 1: Popis klasifikace 1-NN

Obrázek 2: Popis klasifikace 3-NN

- ❖ Pro nový objekt je vypočtena vzdálenost od všech objektů v trén. příkl.
- ❖ Výběr všech n trén. příkladů (= množina $T(x, n)$), které jsou k novému objektu x nejbliž. Objekt x získá klasifikaci, která je v $T(x, n)$ nejčastější.
- ❖ Možné zobecnění: hledá se nejlepší vážící koeficient pro jednotlivé atributy.

Metoda n nejbližších sousedů



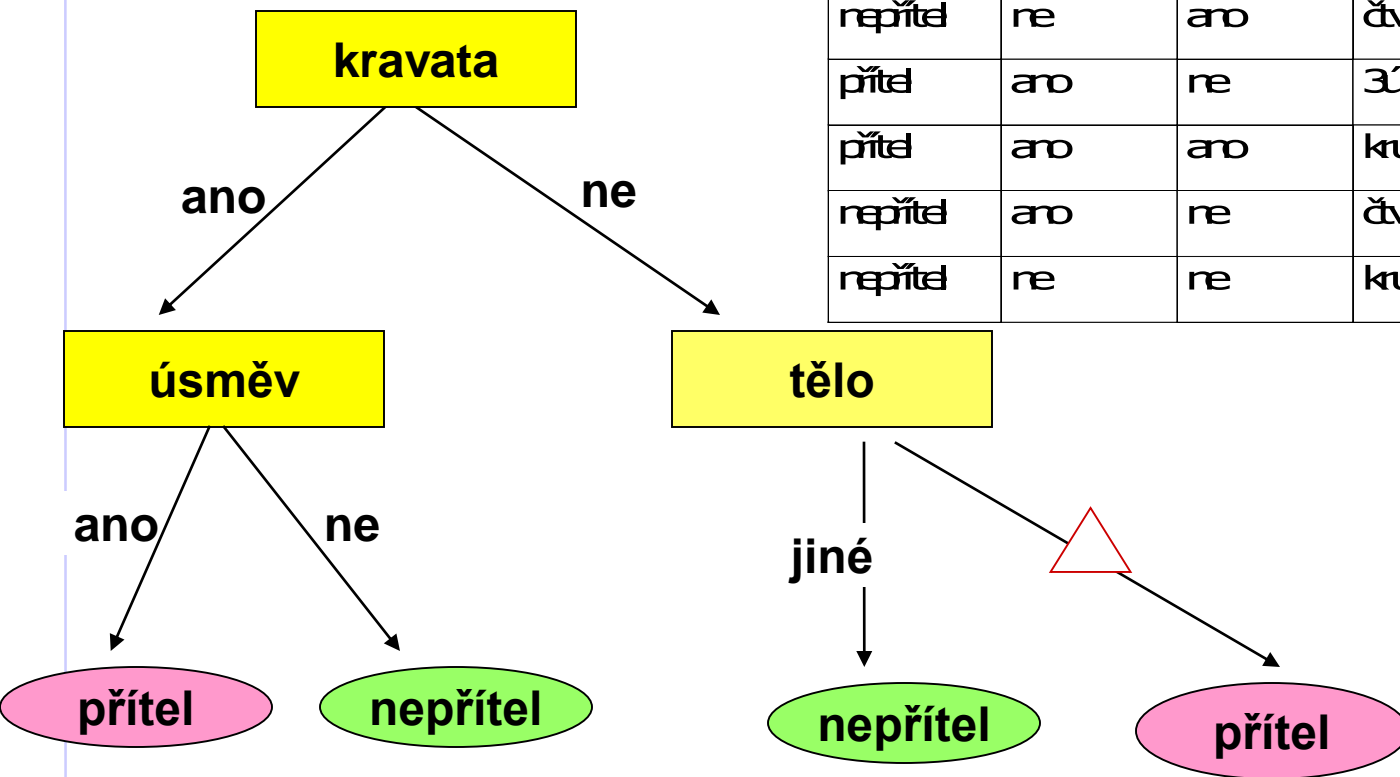
Pozor na následující vlastnosti této metody:

- Je velmi citlivá na výběr parametru n - počet hledných sousedů
- U dat s vysokým počtem atributů hrozí nebezpečí, že vzdálenost bude ovlivněna nějakým irelevantním atributem s velký rozsahem hodnot (curse of dimensionality)

Rozhodovací strom 1 pro danou množinu příkladů

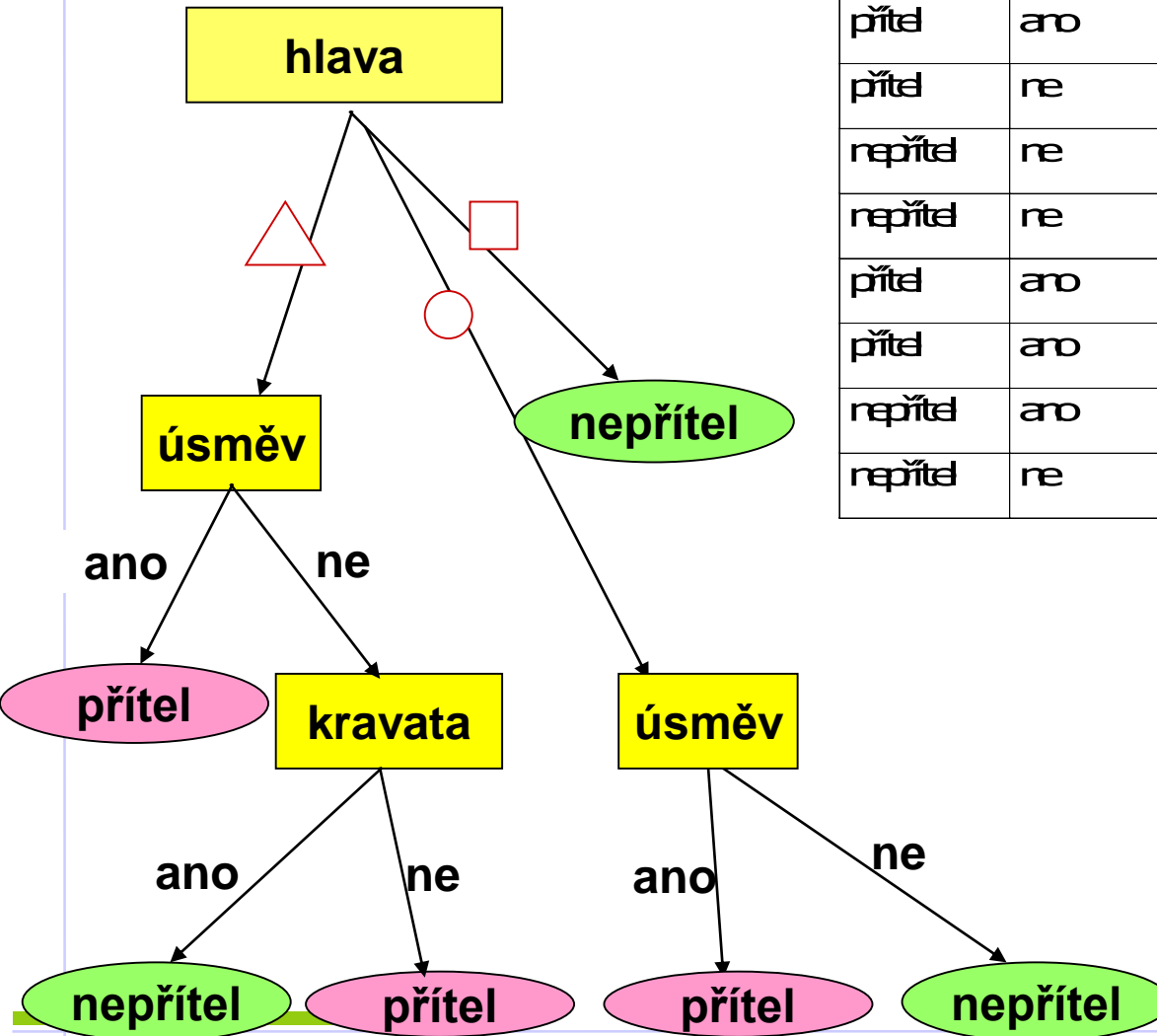


Klasifika ce	Usmívá_se	kravata	tělo	Hava	v_ruce
přítel	ano	ano	krh	3úhelník	ric
přítel	ne	ne	3úhelník	3úhelník	balon
nepřítel	ne	ano	čtverec	3úhelník	balón
nepřítel	ne	ano	čtverec	krh	neč
přítel	ano	ne	3úhelník	krh	květ
přítel	ano	ano	krh	krh	ric
nepřítel	ano	ne	čtverec	čtverec	ric
nepřítel	ne	ne	krh	krh	neč



Rozhodovací strom 2

pro tutéž množinu příkladů



Klasifika ce	Utrníva_se	kravata	tělo	Hlava	v_ruce
přítel	ano	ano	kuh	3úhelník	ric
přítel	re	re	3úhelník	3úhelník	balón
nepřítel	re	ano	čverec	3úhelník	balón
nepřítel	re	ano	čverec	kuh	neč
přítel	ano	re	3úhelník	kuh	květ
přítel	ano	ano	kuh	kuh	ric
nepřítel	ano	re	čverec	čverec	ric
nepřítel	re	re	kuh	kuh	neč

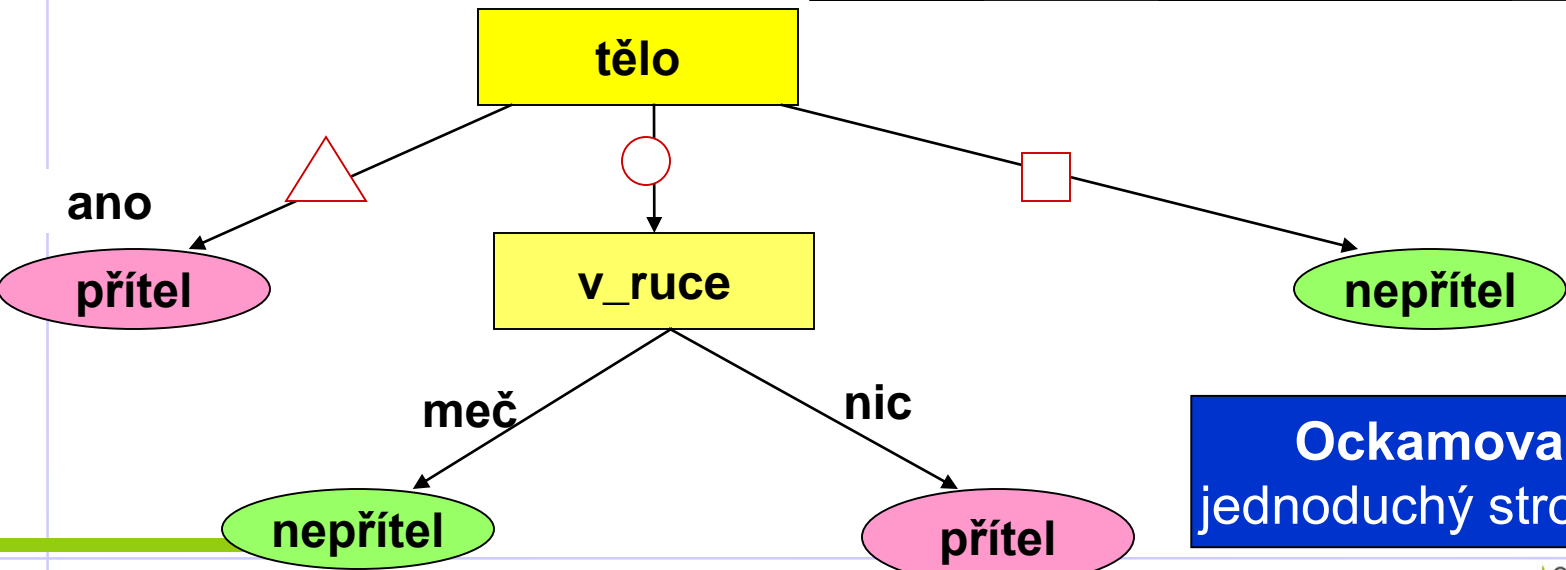
Rozhodovací strom 3

pro tutéž množinu příkladů



Klasifika ce	Ustníva_se	kravata	tělo	hava	v_ruce
přítel	ano	ano	kruh	3úhelník	nic
přítel	ne	ne	3úhelník	3úhelník	balon
nepřítel	ne	ano	čtverec	3úhelník	balón
nepřítel	ne	ano	čtverec	kruh	meč
přítel	ano	ne	3úhelník	kruh	květ
přítel	ano	ano	kruh	kruh	nic
nepřítel	ano	ne	čtverec	čtverec	nic
nepřítel	ne	ne	kruh	kruh	meč

Který strom je lepší a jak jej najdeme?



Ockamova břitva:
jednoduchý strom je lepší !

Proč dáváme přednost jednoduchým hypotézám?

Argument : Jednoduchých hypotéz je výrazně méně než složitých. Proto, pokud některé z jednoduchých h. data odpovídají, pak asi nejde o „náhodný jev“

Occamova břitva :

Nejlepší hypotéza je ta nejjednodušší, která odpovídá datům.

Související problémy:

- proč zrovna **tato** malá množina?
- pozor na použitý jazyk!

William of Ockham, born in the village of Ockham in Surrey (England) about 1285, was the most influential philosopher of the 14th century and a controversial theologian.



Hledání atributu poskytujícího nejvíce informací



Klasifikace	úsměv	kravata	tělo	hlava	v_ruce
přítel	ano	ano	kruh	3úhelník	nic
přítel	ne	ne	3úhelník	3úhelník	balon
nepřítel	ne	ano	čtverec	3úhelník	balón
nepřítel	ne	ano	čtverec	kruh	meč
přítel	ano	ne	3úhelník	kruh	květ
přítel	ano	ano	kruh	kruh	nic
nepřítel	ano	ne	čtverec	čtverec	nic
nepřítel	ne	ne	kruh	kruh	meč
Souhrn významu atributů dle klasifikace	úsměv	Kravata	tělo=3úh.	hlava=3úh	v_r.=nic
	Ano: 3P,1N Ne: 1P,3N	Ano: 2P,2N Ne: 2P,2N	Ano: 2P,0N Ne: 2P,4N	Ano: 2P,1N Ne: 2P,3N	Ano: 2P,1N Ne: 2P,3N

Indukce rozhodovacího stromu z trénovací množiny



dáno: S ... trénovací množina (množina klasifikovaných příkladů)

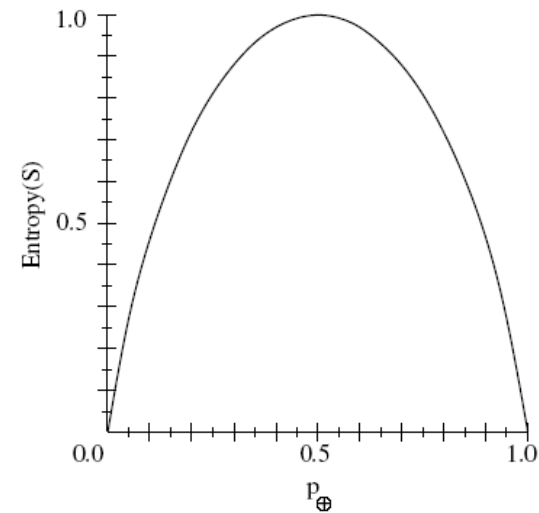
1. Nalezni "**nejlepší**" atribut at_0 pro S (t.j. atribut, jehož hodnoty nejlépe diskriminují mezi pozitivními a neg. příklady) a vybraným atributem ohodnot' kořen vytvářeného stromu.
2. Rozděl množinu S na podmnožiny S_1, S_2, \dots, S_n podle možných hodnot atributu at_0 a pro každou množinu příkladů S_i vytvoř nový uzel jako následníka právě zpracovávaného uzlu (kořenu)
3. Pro každý nově vzniklý uzel s přiřazenou podmnožinou S_i proved':
 - Jestliže** všechny příklady v S_i mají tutéž klasifikaci (všechny jsou pozitivní nebo všechny jsou negativní),
 - pak** uzel ohodnocený S_i je prohlášen za list vytvářeného rozhodovacího stromu (a tedy se už dále nevětví),
 - jinak** jdi na bod 1 s tím, že $S := S_i$.

Entropie množiny \mathcal{S}

vzhledem k dané klasifikaci



- ❖ Posuzuje „různorodost“ klasifikace prvků z množiny \mathcal{S}
- ❖ Necht' klasifikaci představuje atribut y , který má jen 2 hodnoty $\{0,1\}$. Pak označme $\mathcal{S}^0 = \{z \in \mathcal{S} : z_y = 0\}$ a $\mathcal{S}^1 = \{z \in \mathcal{S} : z_y = 1\}$



$$\text{Entropy}(\mathcal{S}) = - |\mathcal{S}^0|/|\mathcal{S}| * \log_2 |\mathcal{S}^0|/|\mathcal{S}| - |\mathcal{S}^1|/|\mathcal{S}| * \log_2 |\mathcal{S}^1|/|\mathcal{S}|,$$

kde $|\mathcal{A}|$ označuje mohutnost množiny \mathcal{A}

- ◆ Je-li $\mathcal{S}^0 = \emptyset$, pak Entropy (\mathcal{S})=0 ...
- ◆ Je-li $|\mathcal{S}^0| = |\mathcal{S}^1|$, pak Entropy (\mathcal{S})=1
- ◆ Je-li $\mathcal{S}^0 = \mathcal{S}$, pak Entropy (\mathcal{S})= 0

Volba nejlepšího atributu pro množinu příkladů S vzhledem k dané klasifikaci



Kriterium minimální entropie rozkladu (KMER)

- ❖ Necht' at je pevně zvolený atribut, který může nabývat hodnot v_1 až v_n .
 - ❖ Označme $S_i = \{z \in S : z_{at} = v_i\}$ podmnožinu S , která obsahuje právě ty objekty, které v atributu at mají hodnotu v_i .
 - ❖ Vážená entropie $E(S, at)$ rozkladu S podle hodnot atributu at charakterizuje „čistotu“ klasifikace v jednotlivých složkách rozkladu S a je definována $E(S, at) = \sum_{i=1}^n |S_i|/|S| * E(S_i)$
- KMER** vypočte $E(S, at)$ pro všechny atributy at a jako nejlepší atribut at^0 zvolí ten z nich, pro který je hodnota $E(S, at^0)$ nejmenší

✦ Základní algoritmus ID3



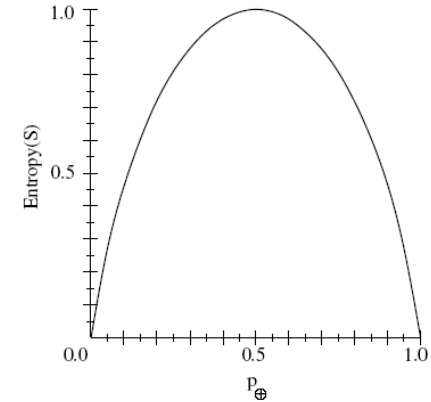
❖ Realizuje prohledávání prostoru všech stromů, které lze zkonstruovat v jazyku trénovacích dat :

- ◆ shora dolů
- ◆ s použitím hladové strategie

❖ Volba atributu pro větvení na základě charakterizace „(ne)homogenity nově vzniklého pokrytí“ (používají se různé míry), např.:

- ◆ **Kriterium minimalní entropie rozkladu**
- ◆ **Informační zisk** (gain) odhaduje předpokládané snížení entropie pro pokrytí vzniklé použitím hodnot odpovídajícího atributu

$$Gain(S, A) \equiv Entropy(S) - \sum_{v \in Values(A)} \frac{|S_v|}{|S|} Entropy(S_v)$$



Maximalizace tohoto kritéria vede k témuž výsledku jako KMER!



Nebezpečí použití kritéria KMER

Co se stane, pokud některý atribut má hodně „skoro“ unikátních hodnot, které takřka jednoznačně charakterizují každý trénovací příklad? Například pro rodné číslo je $|S_i| = 1$ a tedy

$$E(S_i) = 0 \text{ a } E(S, \text{rodne_cislo}) = 0$$

Tento argument je tedy kritériem KMER vybrán jako nejlepší !

Je takový atribut opravdu užitečný pro testovací data?



Nebezpečí použití kritéria KMER

Co se stane, pokud některý atribut má **hodně „skoro“ unikátních hodnot**, které takřka jednoznačně charakterizují každý trénovací příklad? Například pro rodné číslo (RČ) je $|S_i| = 1$ a tedy

$$E(S_i) = 0 \text{ a } E(S, \text{rodne_cislo}) = 0$$

Tento argument je tedy kritériem KMER vybrán jako nejlepší !

Je takový atribut opravdu užitečný pro testovací data?

Ne, má malou generalizační schopnost!

Nebylo by vhodné takovou situaci nějak „penalizovat“? JAK? Zde (pro KMER = 0) nepomůže penalizace pomocí multiplikačního koeficientu! Raději využijeme **kritérium zisku**

$$\text{Gain } E(S, at) = E(S) - E(S, at) = E(S) - \sum_{i=1}^n |S_i|/|S| * E(S_i)$$

kteřé je v tomto případě **nenulové** a které je třeba naopak maximalizovat:

V případě RČ by pomohlo *Gain* vydělit počtem skupin, do nichž se původní množina rozpadá !



Jak charakterizovat rozklad množiny S na c disjunktčních podmnožin S_i podle všech hodnot uvažovaného atributu A ?

Stačí počet skupin? Raději zavedeme

$$SplitInformation(S, A) \equiv - \sum_{i=1}^c \frac{|S_i|}{|S|} \log_2 \frac{|S_i|}{|S|}$$

SplitInformation odpovídá entropii rozdělení S podle všech hodnot atributu A . Např. když se S rozpadne na $|S|$ podmnožin, pak $SplitInformation(S, A) = (\log_2 |S|)$. *Co když se S rozpadne na 2 stejně velké části?*

$$GainRatio(S, A) \equiv \frac{Gain(S, A)}{SplitInformation(S, A)}$$

GainRatio penalizuje atributy s příliš mnoha hodnotami (protože při tvorbě stromu vybíráme atributy s **max hodnotou tohoto** kritéria !

Volba atributů a další „speciální situace“

- ❖ Jak se pracuje s reálnými hodnotami?
 - používá se **diskretizace** v průběhu tvorby stromu
- ❖ Lze zohlednit cenu získání hodnoty atributu?
 - Cenou lze penalizovat *Gain* nebo *GainRatio*

Volba atributů a „speciální situace“ 1



❖ Reálné hodnoty → používá se **diskretizace**

❖ **JAK SE VOLÍ VHODNÉ MEZNÍ HODNOTY?**

Vhodné řešení (Fayyad 91): Uspořádejte příklady podle velikosti zpracovávaného atributu a zvolte jako kandidátní mezní hodnoty ty, které leží v intervalu, kde se mění klasifikace. Hodnota, která maximalizuje **Gain**, je nutně jednou z nich.

<i>Temperature:</i>	40	48	60	72	80	90
<i>PlayTennis:</i>	No	No	Yes	Yes	Yes	No





- ❖ Různé ceny pro získání hodnoty atributu.
- ❖ Určíme-li cenu $Cost(A)$ v intervalu $\langle 0,1 \rangle$, pak použijeme změněné kritérium, např.

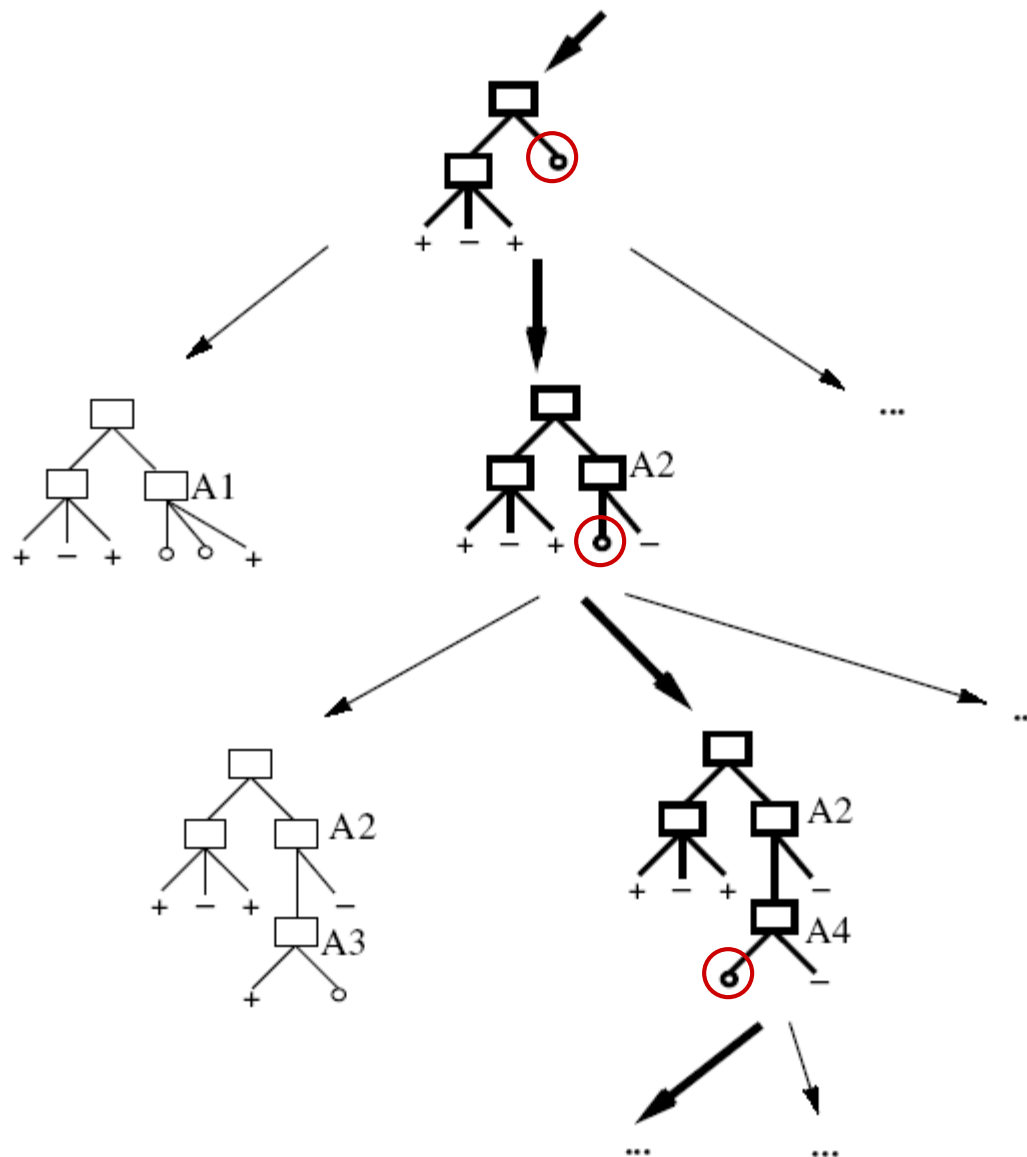
- Tan and Schlimmer (1990)

$$\frac{Gain^2(S, A)}{Cost(A)}$$

- Nunez (1988)

$$\frac{2^{Gain(S,A)} - 1}{(Cost(A) + 1)^w}$$

Používaný postup prohledávání



Vlastnosti ID3: důsledky postupu prohledávání



- ❖ Pro klasifikační úlohu s diskrétními atributy je prohledávaný **prostor hypotéz úplný** (tj. je schopný reprezentovat libovolnou možnou cílovou funkci) --> **existuje mnoho hypotéz konzistentních s daty!**
- ❖ Aktuální **množina hypotéz je vždy jednoprvková** (hladá volba následníka), nelze jej tedy použít pro odpověď na dotaz „kolik je alternativních stromů konzistentních s daty?“
- ❖ Nepoužívá zpětný chod --> **možnost uvíznutí v lokálním optimu**
- ❖ **Rozhoduje se na základě všech příkladů** (nikoliv inkrementálně) --> metoda není příliš ovlivněna šumem

Kdy je vhodné použít algoritmy pro konstrukci rozhodovacího stromu?



- ❖ Cílová funkce má několik (málo) diskrétních hodnot (jedná se o **klasifikační problém**)
- ❖ Instance trénovacích dat mají jednotný formát popisující hodnoty atributů
- ❖ Nevadí, pokud trénovací data
 - jsou zašuměná
 - Nebo obsahují chybějící hodnoty
- ❖ Je potřeba reprezentovat disjunkci podmínek (pravidla)

† Otázky související s ID3

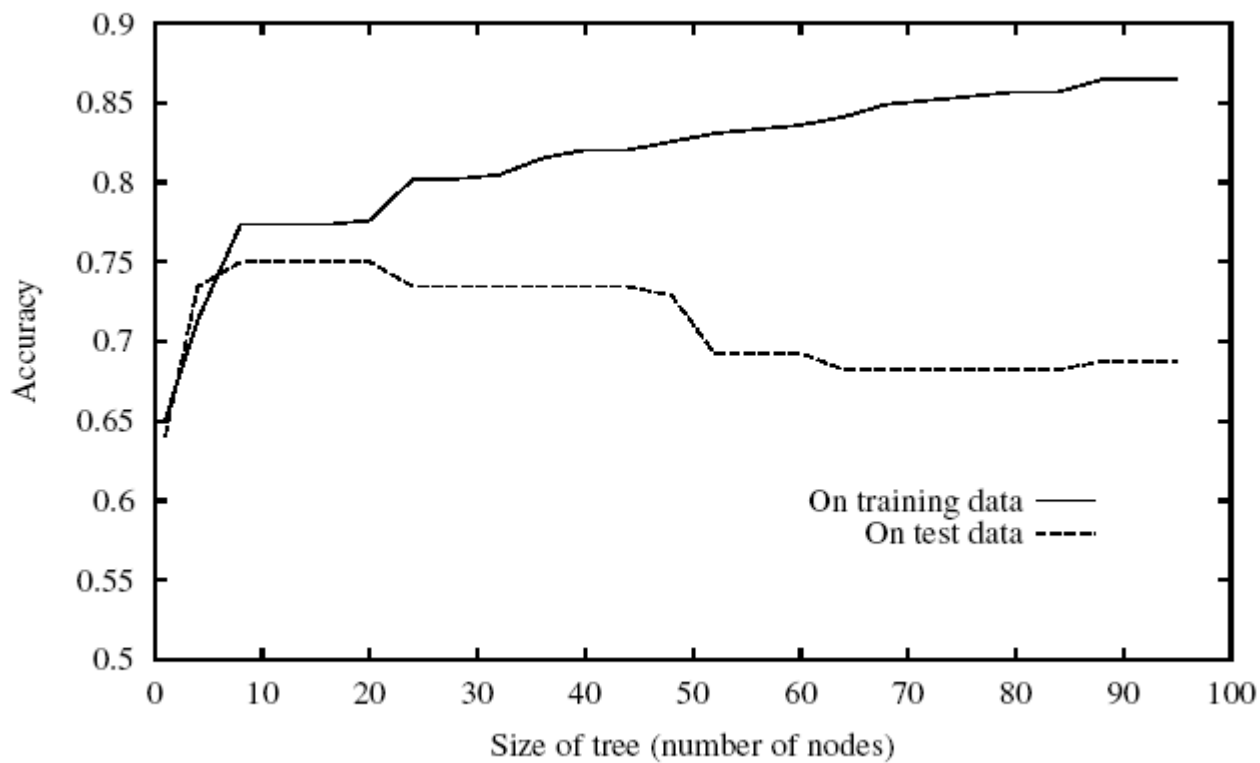


- ❖ Jak velké stromy konstruovat? Až do pokrytí všech příkladů? Co s přeučení?
- ❖ Spojitý definiční obor atributů
- ❖ Metody volby nejvhodnějšího atributu
- ❖ Atributy o různých cenách
- ❖ Chybějící hodnoty
- ❖ ... ???

Přeučení



❖ Necht' \mathbf{H} je prostor hypotéz. Hypotéza $\mathbf{h} \in \mathbf{H}$ je přeučená, pokud existuje jiná hypotéza $\mathbf{h1} \in \mathbf{H}$ taková, že chyba \mathbf{h} na trénovacích datech je menší než chyba $\mathbf{h1}$, avšak na celém prostoru instancí uvažovaných objektů je chyba $\mathbf{h1}$ menší než chyba \mathbf{h}



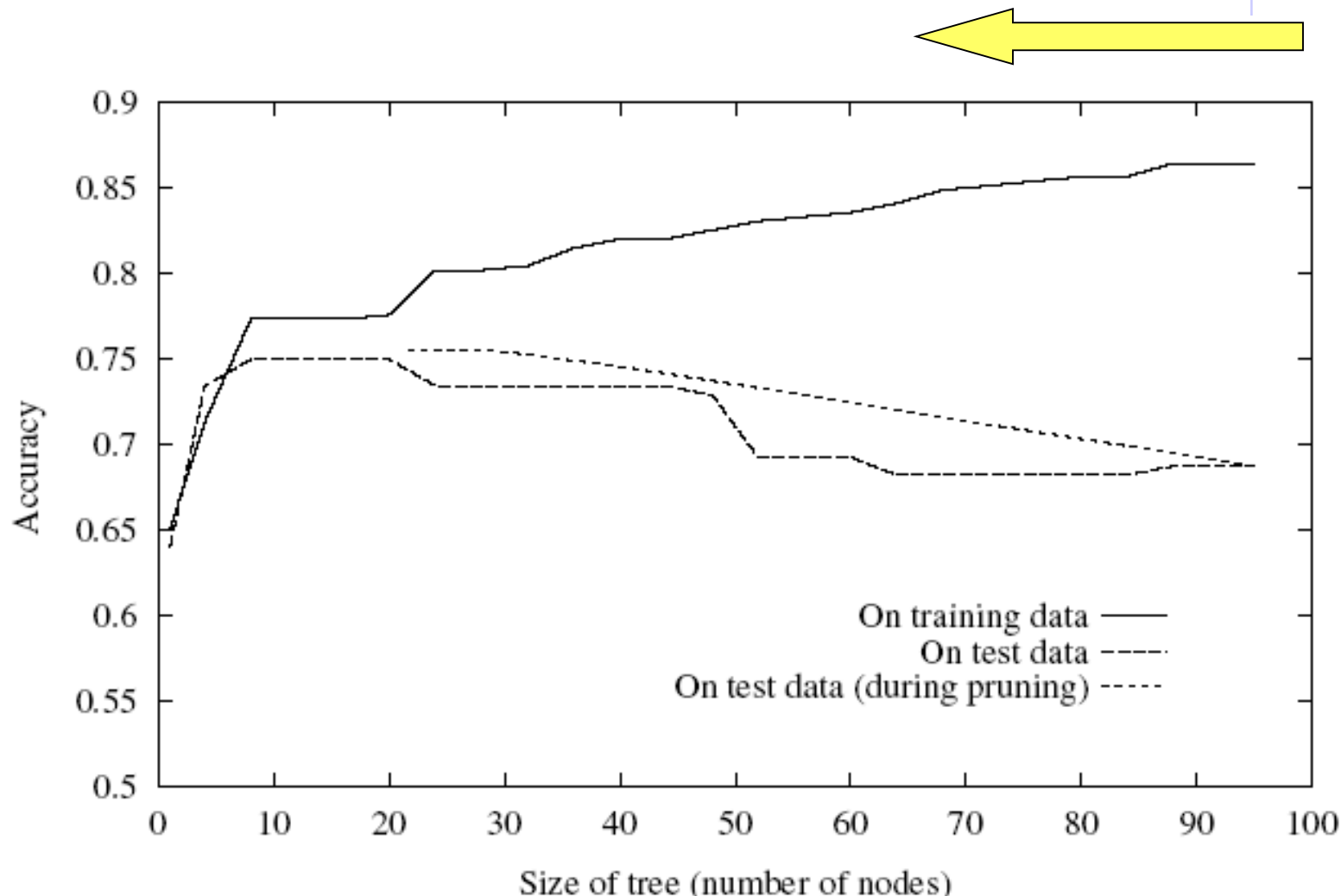
Často pozorovaná vlastnost zkonstruovaných stromů

Jak se vyhnout přeučení?



- ❖ Jak zvolit správnou velikost stromu?
- ❖ **Jak získat strom „správné“ velikosti?**
 1. Zastavit růst stromu dřív než jsou vyčerpána všechna trénovací data
 2. **Prořezávání hotového stromu** – ukazuje se jako zvlášť užitečné! Volba vhodného prořezání se provádí pomocí **validační množiny dat** (musí být vybraná nezávisle, tedy bez náhodných vlivů případně přítomných v trénovacích datech).
- ❖ **Algoritmus prořezávání „redukce chyby“:**
 - ◆ Vyberte uzel, odstraňte podstrom, v něm začínající a přiřadte většinovou klasifikaci.
 - ◆ Pokud se **chyba na validačních datech** zmenšila, proveďte uvedené proříznutí (ze všech možností vyberte tu s největším zlepšením).

Hodnocení přesnosti klasifikace v závislosti na složitosti použitého stromu

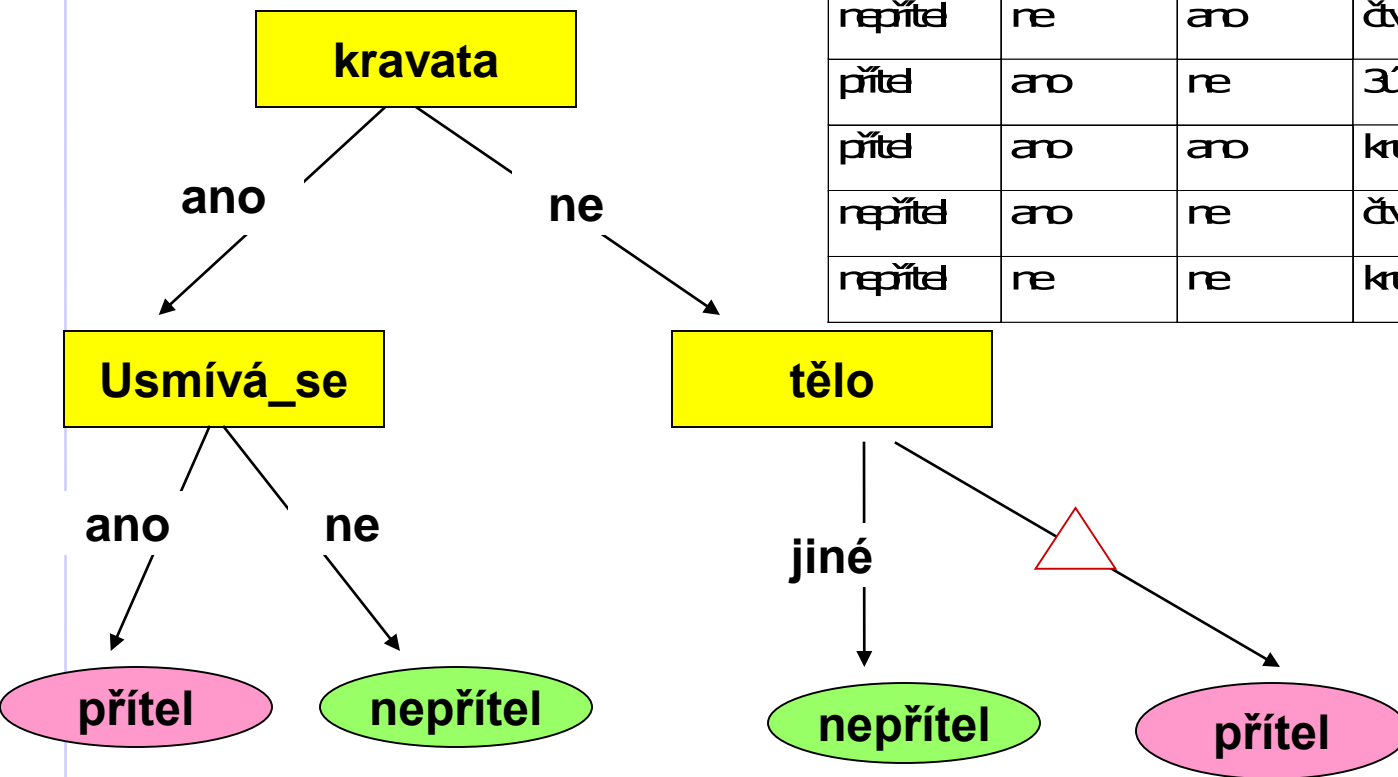


Výsledky na „hladké linii“ odpovídají stromům získaným prořezáním tak, jak bylo otestováno na validačních datech (jiná než testovací!!!)

Rozhodovací strom jako logický výraz



Klasifika ce	Usmívá_se	kravata	tělo	hava	v_ruce
přítel	ano	ano	krh	3úhřík	ric
přítel	ne	ne	3úhřík	3úhřík	balon
nepřítel	ne	ano	čverec	3úhřík	balón
nepřítel	ne	ano	čverec	krh	neč
přítel	ano	ne	3úhřík	krh	květ
přítel	ano	ano	krh	krh	ric
nepřítel	ano	ne	čverec	čverec	ric
nepřítel	ne	ne	krh	krh	neč



(Kravata=ano & usmívá_se=ano) V (Kravata=ne & tělo=3úh.) -> přítel

Závěrečné prořezávání pravidel (rule post-pruning) použité v C4.5



1. Vytvořte přeučení rozhodovací strom
2. Zapište výsledný strom ve tvaru disjunkce pravidel (každá větev = jedno pravidlo)
3. Každé jednotlivé pravidlo co nejvíc prořežte (odstraní se postupně ty podmínky, které nezhorší jeho **klasifikační přesnost**)
4. Uspořádejte výsledná pravidla podle jejich odhadnuté přesnosti a dále je používejte jako rozhodovací seznam

Odhad **klasifikační přesnosti** pravidla

- ◆ na validační množině (= relativní počet správných závěrů)
- ◆ na trénovacích datech (= „pesimistický odhad počtu správných závěrů za předpokladu binomického rozdělení“)

Příklad: Létání na simulátoru F16



Úkol: sestavit řídicí systém pro ovládání leteckého simulátoru F16 tak, aby splnil předem definovaný plán letu daný takto:

1. vzlet a výstup do výšky 2000 stop
2. let v dané výšce směrem N do vzdálenosti 32000 stop od místa startu
3. zahnout vpravo v kurzu 330°
4. ve vzdálenosti 42000 stop od místa startu (ve směru S-N) provést obrát vlevo a zamířit zpět do místa startu (obrat je ukončen při kurzu mezi 140° a 180°)
5. vyrovnat směr letu s přistávací dráhou, tolerance 5° pro kurz a 10° pro výchylku křídel oproti horizontu
6. klesat směrem k počátku přistávací dráhy
7. přistát

Trénovací data: 3x30 letů (od 3 pilotů). Každý let popsán pomocí 1000 záznamů (poloha a stav letounu, pilotem provedený řídicí zásah)

Záznam: Poloha a stav



on_gound	boolean: je letadlo na zemi?
g_limit	boolean: je překročen g limit letadla?
wing_stall	boolean: je letadlo stabilní?
twist	integer: 0°-360°, výchylka křídel vůči obzoru
elevation	integer: 0°-360°, výchylka trupu vůči obzoru
azimuth	integer: 0°-360°, směr letu
roll_speed	integer: 0°-360°, rychlost změny výchylky křídel [°/s]
elev_speed	integer: 0°-360°, rychlost změny výchylky trupu [°/s]
azimuth_speed	integer: 0°-360°, rychlost změny kurzu [°/s]
airspeed	integer: rychlost letadla v uzlech
climbspeed	integer: rychlost změny výšky [stop/s]

Záznam: Poloha a stav + Řízení



E/W distance	real: vzdálenost ve směru východ-západ od místa startu
N/S distance	real: vzdálenost ve směru sever-jih od místa startu
fuel	integer: váha paliva v librách

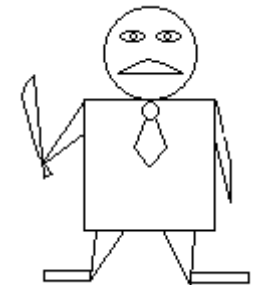
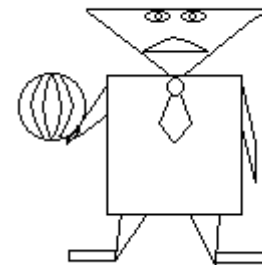
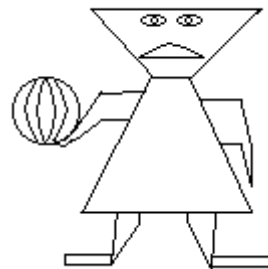
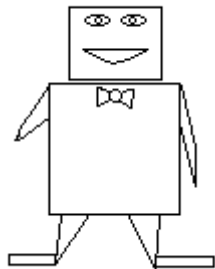
Řízení:

rollers	real: nastavení ovladače horizontálního vychýlení
elevator	real: nastavení ovladače vertikálního vychýlení
thrust	integer: 0-100%, plyn
flaps	integer: 0°, 10° nebo 20°, nastavení křídlových lopatek

Každá ze 7 fází letu vyžaduje vlastní typ řízení (jiné zásahy pilota):
trénovací příklady rozděleny do 7 odpovídajících skupin. V každé skupině je zkonstruován samostatný rozhodovací strom pro každý typ řídicího zásahu (rollers, elevator, thrust, flaps), t.j. *7 x 4 stromů*)

Ref. Sammut C., Hurst S., Kedzier D., Michie D.: Learning to fly. In D.Sleeman&P.Edwards: *Proc. of the ninth int.conference on machine learning*. Aberdeen (pp.385-393), Morgan Kaufmann 1992

Zkuste navrhnout nejjednodušší klasifikační algoritmus



přátelští

nepřátelští

