1. .Algoritmus A provede jeden průchod polem s N prvky. Při zpracování prvku na pozici *k* provede *k* + N

jednoduchých operací. Operační (=asymptotická) složitost algoritmu A je tedy úměrná

a) *k* + N b) (*k*+N)·N c) *k*2 + N d) N e) N2 f) N3 g) N!

2. Metoda A potřebuje k vyřešení úlohy n2 + 17 operací, Metoda B potřebuje 2n + 80 operací, přičemž celé číslo n popisuje rozsah vstupních dat. Pro jaká n je výhodnější použít metodu A?

3. Stroj provádí 109 operací za sekundu. Pro výpočet je k dispozici 1 hodina. Určete, jaká může být maximální hodnota n, která určuje velikost vstupních dat, v případě, že počet nezbytných instrukcí pro zpracování dat o velikosti n je

a) n3/2 b) n5/4 c) n·log2(n)·log2(log2(n)) d) n2·log2(n).

4. Pole obsahuje kladné a nulové prvky. Popište, jak zorganizujete jeden průchod polem, po jehož doběhnutí budou všechny nenulové prvky shromážděny na začátku pole a jejich pořadí zůstane zachováno. Např. { 3, 0 0, 1, 5, 0, 4} --> {3, 1, 5, 4, 0, 0, 0}

5. Každý ze dvou seznamů čísel je uspořádán v neklesajícím pořadí. Popište, jak vytvoříte třetí seznam, který bude obsahovat pouze taková čísla, která se vyskytují v obou daných seznamech. Musí vám stačit jeden průchod každým z daných seznamů.

6. Seznam obsahuje kladná čísla, záporná čísla a nuly. Najděte takový souvislý podseznam, v němž součet všech jeho prvků je maximální možný mezi všemi podseznamy. Váš algoritmus by neměl počítat zvlášť součet prvků každého možného podseznamu.

7. Seznam obsahuje N+1 celých čísel, každé leží v intervalu <1,N>, čísla nejsou v seznamu nijak uspořádána. Víme, že v seznamu se vyskytuje jedno číslo dvakrát, ostatní jen jednou. Určete duplikované číslo, využijte fakt, že rozsah čísel není libovolný a je přesně dán. Musí vám stačit jeden průchod seznamem a konstantní přidaná paměť.



8. Matice *A* má *M* řádků a *N* sloupců indexovaných od 0. Na zpracování prvku matice na pozici [*r*][*s*] (0≤*r*<*M*, 0≤*s*<*N*) je zapotřebí právě *s* operací, z nichž každá má konstantní složitost. Jaká je asymptotická složitost zpracování celé matice? Využijte uvedený vztah pro součet čtverců.

 **9803**

 **x 347**

 **-------**

 **68621**

 **39212**

 **29409**

**---------**

 **3401641**

9. Uvažte algoritmus násobení dvou celých čísel, tak jak je znám ze školy pro ruční násobení. Předpokládejte, že sečtení nebo vynásobení dvou *číslic* má konstantní časovou složitost. Určete asymptotickou složitost vynásobení dvou celých čísel M, N zapsaných v desítkové soustavě.

10. Určete asymptotickou složitost daných kódů v závislosti na N.

**//a = array[0..N-1] of int;**

**for(i = 0; i < N; i++)**

 **a[i] = N;**

**for (i = 0; i < N; i++)**

 **while (a[i] > 0) {**

 **print(a[i]);**

 **a[i] = a[i]/2;**

**}**

**//a = array[0..N-1] of int;**

**for(i = 0; i < N; i++)**

 **a[i] = i;**

**for (i = 0; i < N; i++)**

 **while (a[i] > 0) {**

 **print(a[i]);**

 **a[i] = a[i]/2;**

 **}**

**//a = array[0..N-1] of int;**

**for(i = 0; i < N; i++)**

 **a[i] = 1;**

**for (i = 1; i < N; i++)**

 **while (a[i] <= 2\*a[i-1]) {**

 **print(a[i]);**

 **a[i] = a[i]+1;**

 **}**

11. Je dána zafixovaná matice M o rozměru N×N. Máme postupně odpovídat na množství dotazů stejného formátu:

Jaký je součet všech hodnot v podmatici, která má levý horní roh na pozici (i1, j1) a pravý dolní roh na pozici (i2, j2)? Hodnoty i1, j1, i2, j2 budou v každém dotazu obecně jiné.

K dispozici máte paměťový prostor stejně velký jako zabírá M. Určete, jaké hodnoty si musíte předpočítat, abyste na každý dotaz odpověděli v co nejkratším čase a nezávisle na velikosti hodnot i1, j1, i2, j2.

12. V rovině je dána kružnice se středem v počátku a poloměrem R. Popište, jak určíte, kolik celočíselných mřížových bodů leží uvnitř této kružnice. Neprocházejte všechny mřížové body ve čtvereci o velikosti 2R×2R, využijte pouze mřížové body ležící blízko kružnice.

13. Jaká je asymptotická složitost vynásobení dvou celočíselných matic o velikosti N x N?

14. Jaká je asymptotická složitost Gaussova eliminačního algoritmu pro soustavu N rovnic o N neznámých?

15. Jaká je asymptotická složitost výpočtu determinantu matice velikosti N x N přímo z definice determinantu? Lze determinant vypočítat efektivněji, s nižší asymptotickou složitostí? Jak?

16. Jaká je asymptotická složitost výpočtu řešení soustavy N lineárních rovnic s N neznámými pomocí Cramerova pravidla?

17. Na obvodu kružnice jsou v libovolně nepravidelných intervalech vyznačeny body očíslované po řadě za sebou 1, 2, ..., N. Máme určit počet všech takových trojúhelníků, jejichž vrcholy leží v očíslovaných bodech a které neobsahují střed kružnice jako svůj vnitřní bod. Navrhněte algoritmus a určete jeho asymptotickou složitost.

18. Na výstup máme vypsat všechna kladná celá čísla, která jsou menší než dané číslo N a která ve svém binárním zápisu obsahují právě 3 jedničky. Jaký bude asymptotická složitost efektivního algoritmu? Algoritmus lineární vůči N je neefektivní.

19. Matice o velikosti N x N obsahuje v každém řádku zleva doprava rostoucí posloupnost a v každém sloupci shora dolů rostoucí posloupnost. Máme co nejrychleji odpovědět na dotaz, zda se číslo X vyskytuje v této matici. Navrhněte postup a určete, jestli je lineární vůči N.

20. Popište, jak vypočtete hodnotu log10(log10(NN!)) pro N = 107. Jak dlouho bude trvat výpočet na Vašem osobním počítači? Nepoužívejte aproximace jako např. Stirlingův vzorec apod.